

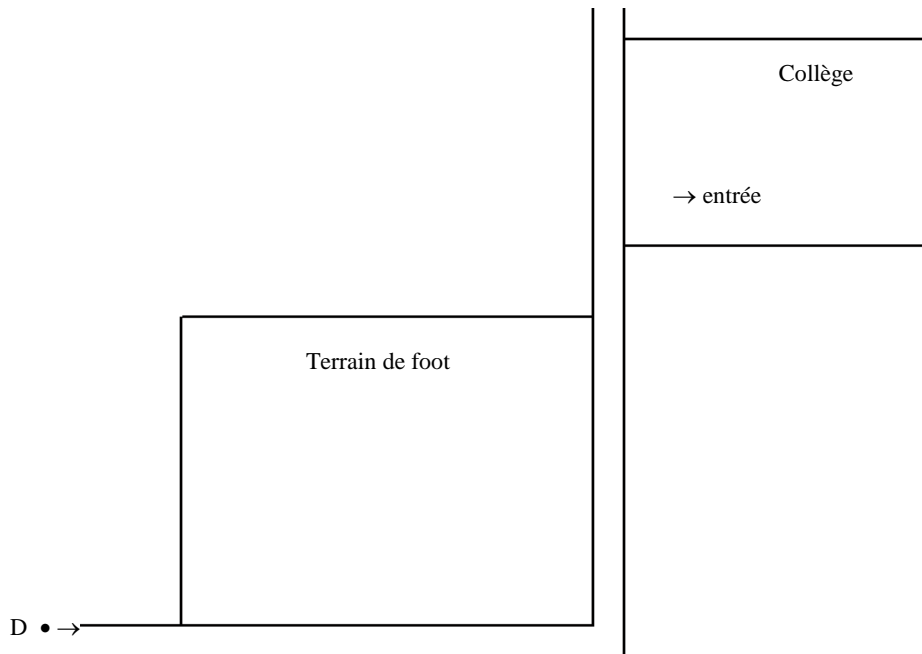
Le raccourci

- **classe : 3^{ème}**
- **durée : 1 séance**
- **la situation-problème**

Un élève se rend à pied au collège mais il est en retard. Il décide de couper par le terrain de foot pour réduire son retard. Quelle économie de temps peut-il espérer faire en prenant ce raccourci ?

- **les supports de travail**

Support 1 : Un plan des abords du collège



Denis se rend au collège. Il est pressé d'arriver parce qu'il est en retard. Au lieu d'emprunter le chemin habituel, il décide de couper en diagonale le terrain de foot qui le sépare du collège. C'est un terrain rectangulaire de 400 m de longueur et de 300 m de largeur.

Il est actuellement au point D.

Sachant qu'il marche à la vitesse moyenne de 4,5 km/h, quelle économie de temps (en minutes et secondes) peut-il espérer faire en prenant ce raccourci ?

Explique clairement ta démarche et tes calculs.

- **la consigne donnée à l'élève**

Déterminez l'économie de temps que peut réaliser Denis en prenant le raccourci. Vous donnerez la réponse en minutes et secondes après avoir clairement expliqué et présenté votre démarche. Tous les calculs intermédiaires devront notamment être expliqués et justifiés.

- **dans la grille de référence**

les domaines scientifiques de connaissances

• *Nombres et calculs.*

Mener à bien un calcul à la main ou à la calculatrice.

• *Géométrie.*

Utiliser les propriétés de certaines figures géométriques.

Calculer des longueurs.

• *Grandeurs et mesure.*

Calculer des valeurs (distances, durées, vitesses) en utilisant plusieurs unités.

Effectuer des conversions d'unités relatives aux grandeurs étudiées. (distances, durées, vitesses).

Pratiquer une démarche scientifique ou technologique	les capacités à évaluer en situation	les indicateurs de réussite
• <i>Observer, rechercher et organiser les informations.</i>	Extraire d'un document les informations utiles et les organiser pour les utiliser.	✓ L'élève indique les dimensions du terrain sur le schéma, trace le trajet habituel et le raccourci de Denis.
• <i>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</i>	Effectuer un calcul	✓ L'élève calcule la longueur de la diagonale du rectangle avec le théorème de Pythagore. ✓ L'élève calcule l'économie de distance parcourue ou compare les deux distances. ✓ L'élève calcule la durée économisée (avec la formule $d = vt$ ou avec la proportionnalité...).
• <i>Raisonnement, argumenter, démontrer.</i>	Proposer une méthode de résolution	✓ L'élève procède par étapes et cherche les différentes valeurs nécessaires à la résolution du problème.
• <i>Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer.</i>	Exprimer un résultat, une solution, une conclusion par une phrase correcte (expression, vocabulaire, sens)	✓ L'élève explique sa démarche par écrit en référence au schéma et en explicitant chacun des calculs qu'il effectue.

les connaissances	les capacités
Proportionnalité. Grandeurs composées, changements d'unités. Triangle rectangle : théorème de Pythagore.	- Reconnaître et exploiter des situations de proportionnalité dans des situations de la vie courante. - Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité $d=vt$. - Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.

- dans le programme de la classe visée

les aides ou "coup de pouce"

✂ **aide à la démarche de résolution :**

Constat : un groupe d'élèves ne sait pas par où commencer.

L'enseignant peut suggérer le tracé des deux trajets (habituel et raccourci) avec des questions du type « quel chemin Denis emprunte-t-il d'habitude ? », « et aujourd'hui s'il prend le raccourci ? »

Constat : un groupe d'élèves peine à trouver la longueur du raccourci.

L'enseignant fait reformuler les données géométriques du plan (le rectangle, ses dimensions, à noter, ses angles droits, à coder) et oriente les élèves vers le triangle rectangle (et ses propriétés caractéristiques, dont le théorème de Pythagore)

Constat : un groupe d'élèves bloque sur le calcul du temps de parcours.

L'enseignant retisse le lien entre vitesse moyenne et proportionnalité si les élèves n'utilisent pas la formule $d = vt$. Il peut proposer le tableau ci-dessous pour guider les élèves.

Distance parcourue par Denis	4,5 km	500 m	100 m			
Temps écoulé				30 min	1 min	1 s

Pour les conversions d'unités de vitesse, il peut proposer des phrases du type « marcher à 4,5 km/h, c'est parcourir 4,5 km en 1 heure, donc m en 1 heure, donc m en 1 s » en s'appuyant sur la proportionnalité.

✂ **apport de savoir-faire :**

- Compléter un tableau de proportionnalité par diverses méthodes, calculer une quatrième proportionnelle

✂ **apport de connaissances :**

- Le théorème de Pythagore
- La formule $d = vt$

- **Des réponses possibles**

- Calcul de la longueur du raccourci grâce au théorème de Pythagore : 500 m.
- Calcul de la longueur du contournement du terrain de foot : 400 m + 300 m = 700 m. (chemin habituel)

Ensuite voici 2 méthodes possibles :

1) On calcule d'abord l'économie de distance réalisée : 700 m – 500 m = 200 m.
 A 4,5 km/h, Denis parcourt 200 m en **2 minutes et 40 secondes**. On peut procéder avec la proportionnalité ou avec la formule $d = vt$ en n'oubliant pas de convertir correctement les distances et les durées pour respecter les unités.

2) On calcule les deux durées de parcours (habituel et raccourci) :
 - parcours habituel : Denis parcourt 700 m en 9 minutes 20 secondes. (procédures diverses comme précédemment)
 - raccourci : Denis parcourt 500 m en 6 minutes et 40 secondes.
 La différence donne l'économie de temps recherchée : 9 min 20 s – 6 min 40 s = **2 min 40 s**.

Question supplémentaire pour les élèves ayant terminé l'activité.

- **La consigne donnée à l'élève**

Comme Denis est parti de chez lui avec 8 minutes de retard, il aimerait les récupérer en accélérant le pas sur son raccourci. A quelle vitesse (en km/h) doit-il courir sur le terrain de foot pour rattraper son retard ? Est-ce possible ?

Vous expliquerez clairement votre démarche en présentant et en expliquant tous les calculs menant au résultat.

- **dans le programme de la classe visée**

les connaissances	les capacités
Equation du premier degré à une inconnue. Problèmes du premier degré. (cette méthode n'est pas obligatoire ici)	- Mettre en équation un problème. - Résoudre une équation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques. (méthode non obligatoire ici)

- **les réponses attendues**

Au moins 2 méthodes sont possibles :

1) Calcul direct sans recours aux équations.
 D'habitude Denis parcourt les 700 m du contournement en 9 minutes et 20 secondes. (durée à déterminer si cette valeur n'a pas été calculée précédemment).
 S'il veut gagner 8 minutes, il doit donc parcourir les 500 m du raccourci en 1 minute et 20 secondes. (ou 80 secondes)
 Sa vitesse v sur le raccourci est donnée par $v = d / t = 500 \text{ m} / 80 \text{ s} = 6,25 \text{ m/s} = \mathbf{22,5 \text{ km/h}}$.

2) Mise en équation et résolution.
 La difficulté réside dans les conversions d'unités pour utiliser la formule $d = vt$ correctement.
 Soit v la vitesse cherchée.

- avec des km, des heures et des km/h :

Temps de parcours sur le raccourci = temps de parcours habituel – 8 minutes

$$\frac{05 \ 07 \ 8}{v \ 45 \ 60} \text{ car 8 minutes, c'est } \frac{8}{60} \text{ d'heure. Après calcul on trouve } \mathbf{v = 22,5 \text{ km/h}}$$

- avec des m, des secondes et des m/s : il faut d'abord convertir 4,5 km/h en 1,25 m/s avec la proportionnalité.

Temps de parcours sur le raccourci = temps de parcours habituel – 8 minutes

$$\frac{500 \ 00}{v \ 125} \text{ car 8 minutes c'est 480 secondes. Après calculs on trouve } \mathbf{v = 6,25 \text{ m/s} = 22,5 \text{ km/h}}$$

Cette vitesse, élevée, ne pourra sans doute pas être tenue sur 500 m.