|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **RÉSOUDRE UNE** **ÉQUATION DIFFERENTIELLE DU 1° ORDRE** |  | **MATHÉMATIQUES**pour la physique-chimie**Définition**Une équation différentielle est une équation reliant une fonction inconnue ($y(t)$) à ses dérivées $\left(\frac{dy(t)}{dt}, \frac{d^{2}y(t)}{dt^{2}}, …\right)$Maths : y’ = ay soit y’ – ay = 0y’ = ay + b soit y’ – ay = bdu 1er ordre :sans second membre : $\frac{dy(t)}{dt}+ \frac{1}{τ}y(t)=0$avec second membre : $\frac{dy(t)}{dt}+ \frac{1}{τ}y(t)=\frac{A}{τ}$**Solution équation différentielle du 1er ordre sans second membre** $\frac{dy(t)}{dt}+ \frac{1}{τ}y(t)=0$y = C $e^{ax}$Solution *y*(*t*) = C $e^{-\frac{t}{τ}}$ avec C une constante qui se détermine avec les conditions initiales *y*(0) = C$e^{0}$ = C = *y*0* *y*(*t*) = y0 $e^{-\frac{t}{τ}}$

*Interprétation graphique*→ cinétique d’ordre 1→ décharge d’un condensateur→ décroissance radioactive**Solution équation différentielle du 1er ordre avec second membre** $\frac{dy(t)}{dt}+ \frac{1}{τ}y(t)=\frac{A}{τ}$① Résoudre l’équation homogène : *y*(*t*) = C $e^{-\frac{t}{τ}}$y = C $e^{ax}$y = - $\frac{b}{a}$y = C $e^{ax}$ - $\frac{b}{a}$② Chercher une solution particulière : *y*(*t*) = A $\left(\frac{dy}{dt}=0\right)$③ Solution générale ① + ② : *y*(*t*) = C $e^{-\frac{t}{τ}}$ + Aavec C une constante qui se détermine avec les conditions initiales y(0) = C$e^{0}$ + A = C + Asouvent y(0) = 0 donc C = - A* *y*(*t*) = $A\left(1- e^{-\frac{t}{τ}}\right)$

 *Interprétation graphique*→ charge d’un condensateur→ thermodynamique |  | **ÉLECTRICITÉ****Décharge d’un condensateur**Loi des mailles : $u\_{R}$ + $u\_{c}$ = 0 et loi d’Ohm : $u\_{R}$ = *Ri* = *R*$\frac{dq}{dt}$ = *RC*$\frac{du\_{c}}{dt}$* $\frac{du\_{c}(t)}{dt}+ \frac{1}{RC} ×u\_{c}(t)=0$

équation différentielle du 1er ordre sans second membre Solution $u\_{c}(t)$ = C $e^{-\frac{t}{RC}}$ Si à *t* = 0, $u\_{c}$(*t* =0) = *E* = C* $u\_{c}(t)$ = *E* $e^{-\frac{t}{RC}}$

$u\_{c}(t)$ = *E* $e^{-\frac{t}{τ}}$avec τ = *RC***Charge d’un condensateur**Loi des mailles : $u\_{R}$ + $u\_{c}$ = *E* et loi d’Ohm : $u\_{R}$ = *Ri* = *R*$\frac{dq}{dt}$ = *RC*$\frac{du\_{c}}{dt}$* $\frac{du\_{c}(t)}{dt}+ \frac{1}{RC} ×u\_{c}(t)=\frac{E}{RC}$

équation différentielle du 1er ordre avec second membre ① solution équation homogène : $u\_{c}\left(t\right)= $C $e^{-\frac{t}{RC}}$② solution particulière : $u\_{c}\left(t\right)= E$③ solution générale ① + ② : $u\_{c}\left(t\right)=C e^{-\frac{t}{RC}}+E$Si à *t* = 0, $u\_{c}$(*t* =0) = 0 = C + *E*  C = - *E*$$u\_{c}\left(t\right)=E\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$$$u\_{c}\left(t\right)=E\left(1-e^{-\frac{t}{τ}}\right)$$avec τ = *RC* |
|  |
| **CINÉTIQUE CHIMIQUE****Vitesse volumique de réaction (disparition)***Vd*(*t*) = $- \frac{d[A](t)}{dt}$ = $k$ × [*A*](*t*)avec *Vd* : vitesse volumique de disparition de l’espèce A[A] : concentration de l’espèce A $k$ : constante volumique de vitesse* $\frac{d[A](t)}{dt}+ k ×[A](t)=0$

équation différentielle du 1er ordre sans second membre Solution [*A*](*t*) = C $e^{-kt}$ Si à *t* = 0, [*A*](*t* =0) = [*A*]0 = C* [*A*](*t*) = [*A*]0 $e^{-kt}$

[*A*](*t*) = [*A*]0 $e^{-\frac{t}{τ}}$avec τ = $\frac{1}{k}$ |
|  |  |
| **RADIOACTIVITÉ****Décroissance radioactive***A*(*t*) = *λ N*(*t*) = $- \frac{dN(t)}{dt}$avec A : activité de l’échantillon N : nombre de noyaux radioactifs λ : constante radioactive* $\frac{dN(t)}{dt}+ λ ×N(t)=0$

équation différentielle du 1er ordre sans second membre Solution *N*(*t*) = C $e^{-λt}$Si à *t* = 0, *N*(*t* =0) = *N*0 = C* *N*(t) = *N*0 $e^{-λt}$

*N*(t) = *N*0 $e^{-\frac{t}{τ}}$avec τ = $\frac{1}{λ}$ | **THERMODYNAMIQUE****Évolution d’un système au contact d’un thermostat*** $\frac{dT(t)}{dt}+ \frac{1}{τ} ×T(t)=\frac{T\_{ext}}{τ}$ avec $τ= \frac{mc}{hS}$

équation différentielle du 1er ordre avec second membre ① solution équation homogène : $T\left(t\right)= $C $e^{-\frac{t}{τ}}$② solution particulière : $T\left(t\right)= T\_{ext}$③ solution générale ① + ② : $T\left(t\right)=C e^{-\frac{t}{τ}}+T\_{ext}$Si à *t* = 0, $T$(*t* =0) = $T\_{0}$ = C + $T\_{ext}$ C = $T\_{0}- T\_{ext}$$$T\left(t\right)=\left(T\_{0}- T\_{ext}\right) e^{-\frac{t}{τ}}+T\_{ext}$$avec τ = $\frac{mc}{hS}$ |