LIAISON BAC PRO – BTS EN MATHEMATIQUES

**Activité : Trigonométrie et vecteurs de Fresnel**

**Niveau :** Terminale bac pro – module trigonométrie (métiers du groupement A)

**Durée** : 2 h

|  |
| --- |
| **Objectifs** |
| Objectif général | **Etablir un lien entre le vecteur de Fresnel d’une tension ou intensité sinusoïdale et la courbe représentative de la fonction** $f:t\rightarrow a\sin(\left(ωt+φ\right))$ |
| Connaissances | Représentation de Fresnel d’une grandeur sinusoïdaleCourbes représentatives des fonctions sinus et cosinusCercle trigonométrique |
| Capacités mathématiques | Utiliser le cercle trigonométrique, résoudre une équation du type $sinx=b $sur l’intervalle [-2π,2π], utiliser les formules trigonométriques $$cos⁡(a+b)=cosa×cosb-sina×sinb$$$\sin(\left(a+b\right))=sina×cosb+cosa×sinb$  |
| Attitudes transversales | Le goût de chercher et de raisonnerLa rigueur et la précision |
| Capacités cérébrales | Capacité de représentation (par le sens des calculs à effectuer)Flexibilité mentale (par le changement de cadre et de présentation) |

|  |
| --- |
| **Déroulement** |
| **Etape 1**Rappeler une notion**Phase magistrale** **Support** : Tableauet/ou Vidéoprojecteur + logiciel de géométrie dynamique | Dans le plan orienté dans le sens trigonométrique, soit un vecteur $\vec{OM}$ tournant autour du point O et une fonction $f:t\rightarrow a\sin(\left(ωt+φ\right))$Ce vecteur est appelé ***vecteur de Fresnel*** associé à la fonction *f* si on a :* $\left‖\vec{OM}\right‖=a$
* l’angle orienté entre ce vecteur et l’axe des abscisses $\left(\vec{i}, \vec{OM}\right)$ vaut $ωt+φ $

 Le vecteur $\vec{OM} $tourne autour du point O à la vitesse $ω$Pour la valeur $t=0$, on a $\left(\vec{i},\vec{OM}\right)=φ$ |
| **Etape 2**Application avec un exemple**Phase individuelle****Support** : Prof/Tableau et élève/cahier |

|  |
| --- |
| Une tension $u\left(t\right)=6\sqrt{2}\sin(\left(100πt+0,9\right))$ est mesurée aux bornes d’un dipôle.Elle peut être représentée par un vecteur $\vec{OM}$ avec $\left‖\vec{OM} \right‖=6\sqrt{2}$ et à t= 0s $\left(\vec{i},\vec{OM}\right)=0,9$ |
| Ce vecteur tourne à la vitesse de 100π rad/s soit 50 tours par seconde.  |
|  |
|  |

 |
| **Etape 3**Applications numériques **Phase individuelle****Support** : élève/cahier | 1. Pour chaque situation, tracer le vecteur de Fresnel associé au signal (choisir la bonne échelle)
2. $u\left(t\right)=4\sin(\left(100πt+\frac{π}{6}\right))$
3. $u\left(t\right)=2,5\sin(\left(100πt-\frac{π}{4}\right))$
4. $u\left(t\right)=220\sqrt{2}\sin(\left(100πt+0,5\right))$
5. $u\left(t\right)=380\sin(\left(100πt-0,71\right))$
6. $u\left(t\right)=220\sqrt{2}\sin(\left(100πt\right))$
7. Donner l’expression instantanée des signaux suivants :
8. valeur efficace 12V, pulsation 5 rad/s et phase à l’origine 45°
9. valeur maximale 10V, fréquence 50 Hz et phase à l’origine $-\frac{π}{3}$
10. valeur efficace $\frac{1}{\sqrt{2}}$ V, période 0,02 s
11. Donner les valeurs de la tension efficace et du déphasage pour les signaux suivants :
12. $5\sqrt{2}sin⁡(100πt+\frac{π}{3})$
13. $1,5\sin(\left(2000πt\right))$
14. $\sin(\left(300πt-\frac{π}{5}\right))$
 |
|  **Etape 4**Faire le lien entre un signal et son expression instantanée**Phase individuelle****Support** : Prof/Tableau et élève/cahier | Déterminer l’expression de la fonction associée aux différents signaux On rappelle $ω=2πN=\frac{2π}{T}$ à t=0s, la courbe intercepte l’axe des ordonnées à une valeur b, on aura alors à résoudre l’équation suivante $asinφ=b$ pour déterminer le déphasage1. b)

 c)  |
| **Etape 5**Utiliser les formules trigonométriques(qui peuvent être vérifiées à l’aide du produit scalaire de deux vecteurs $\vec{OA} \left(cosa;sina\right)$ et$$ \vec{OB} (cosb ;sinb)$$$\left(\vec{OA} , \vec{OB}\right)=a-b$)**Phase individuelle****Support** : Prof/Tableau et élève/cahier | 1. Tracer le vecteur de Fresnel pour chaque signal

$$u\left(t\right)=5 cos⁡(2000πt)$$$$v\left(t\right)=3 cos⁡(2000πt-\frac{π}{4})$$$$w\left(t\right)=2 cos⁡(2000πt+\frac{π}{3})$$1. Construire
2. $u\left(t\right)+v(t)$
3. $u\left(t\right)-w\left(t\right)$
4. $u\left(t\right)+v\left(t\right)+w(t)$

$$cos⁡(a+b)=cosa×cosb-sina×sinb$$$\sin(\left(a+b\right))=sina×cosb+cosa×sinb$  |