LIAISON BAC PRO – BTS EN MATHEMATIQUES

**Activité : Fonction dérivée**

**Niveau :** Terminale bac pro (après le module « Nombre dérivé d’une fonction en *a* »). **Durée** : 2 h

|  |
| --- |
| **Objectifs** |
| Objectif général | **Calculer la dérivée d’une fonction *f* sur un intervalle *I.*** |
| Connaissances | Concept de limite et dérivabilité.Améliorer la maîtrise du calcul littéral. |
| Capacités mathématiques | Développer, réduire, simplifier une expression littérale.Calculer la limite d’une expression littérale en *h* quand *h* tend vers zéro.Utiliser un tableau de dérivées usuelles pour calculer la dérivée d’une fonction quelconque. |
| Attitudes transversales | Le goût de chercher et de raisonner.La rigueur et la précision. |
| Capacités cognitives | Capacité de représentation (par le sens des calculs à effectuer)Flexibilité mentale (par le changement de cadre et de présentation) |

|  |
| --- |
| **Déroulement** |
| **Etape 1**Rappel et généralisation à toutes les valeurs d’un intervalle I de la notion de nombre dérivé étudié lors de la séance précédente. Introduction de la notion de dérivabilité.(Reprise du schéma du taux d’accroissement).**Phase magistrale****Support** : Tableau/cahier | Dans l’activité précédente (nombre dérivé d’une fonction en *a*) on a calculé le nombre dérivé $f^{'}(a)$ de la fonction carré définie par $f\left(x\right)=x²$ en *a* = 5, puis en *a* = 2, *a* = 3, *a* = − 3 et *a* = 0. On va maintenant étudier la **dérivabilité** et calculer le nombre dérivé de cette fonction $f\left(x\right)=x²$ en *a*, *a* un nombre réel quelconque.*f* étant définie sur *I* contenant *a* et *a+h*, elle est dérivable en *a* si le taux d’accroissement $\frac{f\left(a+h\right)-f(a)}{h}$ tend vers un nombre réel lorsque *h* tend vers *0*. Dans ce cas, le nombre dérivé de *f* en *a* est : $f^{'}\left(a\right)=\lim\_{h\to 0}\frac{f\left(a+h\right)-f(a)}{h}$.Pour $f\left(x\right)=x²$, $\frac{f\left(a+h\right)-f(a)}{h}=\frac{\left(a+h\right)²-a²}{h}=\frac{2ah+h²}{h}=2a+h$ . Lorsque *h* tend vers *0* le taux d’accroissement $2a+h$ tend vers $2a$. La fonction carré est donc dérivable en *a* et $f^{'}\left(a\right)=2a$. |
| **Etape 2**Définir la fonction dérivée.**Phase magistrale****Support** : Tableau/cahier | On a montré que la fonction carré est dérivable en *a* quel que soit *a* avec $f^{'}\left(a\right)=2a$. On peut alors considérer une nouvelle fonction $x⟼2x$, notée $f^{'}$ qui à tout *x* de l’intervalle *I* associe $2x$ le nombre dérivé de la fonction $f\left(x\right)=x²$.Une fonction *f* est dérivable sur un intervalle *I* si *f* est définie sur *I* et dérivable en tout point de l’intervalle *I*. La fonction, définie sur l’intervalle *I*, qui à tout réel *x* de l’intervalle *I* associe le nombre dérivé de *f* en *x* est appelée **fonction dérivée** de *f* ; elle est notée *f* '. |
| **Etape 3**Appliquer la définition à une nouvelle fonction.**Phase individuelle****Support** : élève/cahier | Soit la fonction *f* définie par $f\left(x\right)=x^{2}+2x$ sur $R$. Déterminer la fonction *f* ' dérivée de *f*  après avoir montré que *f* est dérivable sur $R$.$\frac{f\left(a+h\right)-f(a)}{h}=\frac{\left(a+h\right)²+2\left(a+h\right)-a^{2}-2a}{h}=\frac{2ah+h²+2h}{h}=2a+2+h$ donc : $f^{'}(x)=2x+2$*Pour les plus rapides et les plus experts :*Soit la fonction *f* définie par $f\left(x\right)=x^{3}$ sur $R$. Déterminer la fonction *f* ' dérivée de *f*.Pour cela, utiliser l’identité remarquable : $\left(a+b\right)^{3}=a^{3}+3a^{2}b+3ab^{2}+b^{3}$ |
| **Etape 4**Fonctions dérivées usuelles et opérations.**Phase magistrale****Support** : Tableau & formulaire  | Tableau des dérivées usuelles : fonctions $cte, mx+p, x², x^{n}, {1}/{x} , \sqrt{x} $, domaine de définition et de dérivabilité, fonctions dérivées.À partir des fonctions de référence on peut fabriquer d’autres fonctions par addition, multiplication, quotient. Les dérivées de ces nouvelles fonctions sont calculées à partir des dérivées des fonctions usuelles en appliquant des règles de dérivation sur les opérations $u+v , ku , uv , u² , {1}/{u} , {u}/{v}$ . On peut ensuite montrer aisément en reprenant la définition de la dérivée que $\left(ku\right)^{'}=ku^{'}$ et $\left(u+v\right)^{'}=u^{'}+v'$ .  |
| **Etape 5**Applications.**Phase individuelle****Support** : élève/cahier  | On trouve toutes sortes d’applications directes de calcul de fonctions dérivées. On pourra finir par des applications contextualisées pour lesquelles la dérivée fait sens. |