Activité : Calculs algébriques 2

Niveau : Seconde bac pro (après Calculs algébriques 1). **Durée** : 1 h

Objectifs	
Objectif général	**Développer, réduire une expression de la forme $(a+b)^n$.**
Connaissances	Règles de base du calcul algébrique, identités remarquables, triangle de Pascal.
Capacités mathématiques	Utiliser le triangle de Pascal pour développer $(a+b)^n$. Améliorer la maîtrise du calcul littéral.
Attitudes transversales	Le goût de chercher et de raisonner. La rigueur et la précision.
Capacités cognitives	Capacité de représentation (par le sens des calculs à effectuer) Flexibilité mentale (par le changement de cadre et de présentation)

Déroulement	
Etape 1 Formule du binôme. **Phase magistrale, interactive pour les exemples** **Support** : Tableau/cahier	Précédemment (Calculs algébriques 1) nous avons vu que nous pouvions développer le binôme de degré deux $(a+b)^2$ en utilisant l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Nous allons maintenant généraliser cela au développement des binômes de degré *n* entier quelconque $(a+b)^n$. Pour cela nous utiliserons la formule du binôme (de Newton[1]) : $$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$ Les nombres $\binom{n}{k}$, parfois notés C_k^n , sont les coefficients binomiaux. On peut les calculer par la formule : $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ avec $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times (n-1) \times n$ Mais on les obtiendra plus aisément en utilisant le **triangle de Pascal**[2]. Pour développer $(a-b)^n$ on remplace b par $(-b)$ dans la formule du binôme.
Etape 2 Triangle de Pascal. **Phase magistrale, interactive.** **Support** : Tableau/cahier	Le triangle de Pascal est une présentation des coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ dans un triangle. ⇨ <u>Analyser</u> et <u>proposer une méthode de construction</u> du triangle de Pascal ci-après. Formule du binôme 1 1 1 — $(a+b) = a + b$ 1 2 1 ---------- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 1 3 3 1 — $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 1 4 6 4 1 ---------- $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ 1 5 10 10 5 1 1 6 15 20 15 6 1 1 7 21 35 35 21 7 1 — $\binom{n}{k}$: valeur à la ligne n colonne k du triangle de Pascal. … (! la numérotation des lignes et colonnes commence à zéro) Exemple d'application de la formule du binôme pour n = 2 : $$(a+b)^2 = \sum_{k=0}^{2} \binom{2}{k} a^{2-k} b^k = \binom{2}{0} a^2 b^0 + \binom{2}{1} a^1 b^1 + \binom{2}{2} a^0 b^2 = 1a^2b^0 + 2a^1b^1 + 1a^0b^2$$ $$= a^2 + 2ab + b^2$$
Etape 3 Triangle de Pascal. Formule du binôme. Applications. **Phase individuelle** **Support** : élève/cahier	Construire un triangle de Pascal de 10 lignes. Retrouver dans ce triangle les valeurs : $\binom{3}{2}$ $\binom{8}{5}$ $\binom{5}{5}$ $\binom{5}{1}$ $\binom{5}{3}$ Développer : $(3x+2y)^4$ — $7x \times (3x-2y)^3$ — $(2\Delta+1)^5$ $(2\Delta-1)^5$ — $2 \times (3y+2z)^6$ — $(a_1+a_2)^8$ Factoriser : $x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$ — $x^5 + 4x^4y + 6x^3y^2 + 4x^2y^3 + xy^4$

[1] Isaac Newton (4 janvier 1643 G – 31 mars 1727 G, ou 25 décembre 1642 J – 20 mars 1727 J) est un philosophe, mathématicien, physicien, alchimiste, astronome et théologien anglais. G : calendrier Grégorien, J : calendrier Julien.

[2] Blaise Pascal (19 juin 1623 – 19 août 1662) est un mathématicien, physicien, inventeur, philosophe, moraliste et théologien français.