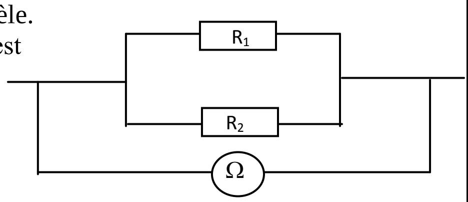
LIAISON BAC PRO – BTS EN MATHEMATIQUES

Activité : Fractions rationnelles

Niveau : Première ou Terminale Bac Pro et 1ère année BTS **Durée** : 3h

Objectifs	
Objectif général	**Manipuler les fractions rationnelles dans différentes situations**
Connaissances	Améliorer la maîtrise du calcul littéral
Capacités mathématiques	Opérations sur les fractions, simplifications, équations, inéquations, limites
Attitudes transversales	Le goût de chercher et de raisonner. La rigueur et la précision.

Déroulement	
Etape 1 Transformations d'écriture dans les fractions rationnelles Phase magistrale : Rappeler la formule du produit en croix. Phase individuelle : élève/cahier	« Produit en croix » : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ et dans la deuxième égalité, isoler une inconnue, par ex : $b = \frac{ad}{c}$ **Exercice 1 :** Dans chaque égalité suivante, isoler *x*. $\frac{x}{3}=\frac{5}{3}$ $\frac{3}{x}=\frac{5}{3}$ $-3=\frac{5}{x}$ $\frac{1}{3}=-\frac{5}{3x}$ **Exercice 2 :** Résistance équivalente (D'après Déclic seconde) Deux résistances électriques R_1 et R_2 sont placées en parallèle. La résistance équivalente R_e pour ce circuit, en ohm (Ω), est donnée par : $\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$  On donne $R_1 = 200$ Ω 1) Si $R_2 = 390$ Ω, Quelle est la valeur de la résistance équivalente ? 2) a) On souhaite obtenir une résistance équivalente de 135 Ω, quelle valeur doit-on choisir pour R_2 ? b) Exprimer R_2 en fonction de R_e pour une valeur quelconque de R_e. c) En réalité les résistances R_1 et R_2 ont des valeurs calibrées. La liste des calibres disponibles, en ohm, est : 100 / 120 / 150 / 180 / 220 / 270 / 330 / 390 / 470 Quelle valeur calibrée pour R_2 est-elle la plus proche pour obtenir une résistance équivalente de 90 Ω ? d) En choisissant cette valeur pour R_2, a-t-on moins de 5% d'erreur sur la valeur de la résistance équivalente ?
Etape 2 Simplifications de fractions rationnelles	Rappels : $\frac{ax}{bx}=\frac{a\times x}{b\times x}=\frac{a}{b}$ $\frac{x^2+2x}{x+2}=\frac{x(x+2)}{x+2}=x$ Attention : $\frac{x^2+2}{x+2}\neq\frac{x^2}{x}$ **Exercice 3 :** Simplifier les quotients, si possible $\frac{15E}{3E}$ $\frac{K^2}{K+K}$ $\frac{9t^2}{3t}$ $-\frac{5x}{10x^3}$ $\frac{y^3+5y}{y+5}$ $\frac{x-3}{x^3-3x^2}$ $\frac{4t+12t^2}{4t}$ $\frac{2z-4z^2+6z^3}{14z}$
Etape 3 Équations et inéquations avec quotients Phase magistrale : Rappeler les résolutions d'équations et d'inéquations sur des exemples Phase individuelle : élève/cahier	$\frac{N(x)}{D(x)}=0$ avec *N(x)* et *D(x)* des expressions algébriques du premier ou du deuxième degré. **Rappeler la méthode de résolution de $\frac{N(x)}{D(x)}=0$:** (1) Nous commençons par déterminer les valeurs interdites, cad par résoudre *D(x)* = 0 (2) Nous résolvons ensuite *N(x)* = 0 (3) Les solutions de $\frac{N(x)}{D(x)}=0$ sont les solutions de l'équation *N(x)* = 0 qui ne sont pas des valeurs interdites. **Rappeler la méthode de résolution de $\frac{N(x)}{D(x)}<0$:** Résolution d'inéquations-quotient à l'aide de tableaux de signes **Exercice 4 :** Soit la fonction *f* définie par : $f(x)=\frac{3x-6}{x-3}$ 1) Déterminer l'ensemble de définition de *f*. 2) Résoudre *f(x)* = 0. 3) Résoudre *f(x)* > 6. 4) Soit la fonction *g* définie sur R par : *g(x)* = *x* + 2. Résoudre : *f(x)* > *g(x)*. **Exercice 5 :** Résoudre dans R : $\frac{4x^2-16}{(2x-4)(3x-2)}=0$ $\frac{2x-14}{x+5}>0$ $\frac{2}{x-1}<\frac{1}{x-2}$

Etape 4 Décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle Phase individuelle : élève/cahier	*Dans les nouveaux programmes de BTS, la forme de la décomposition doit être donnée.* **Exercice 6 :** Application au calcul de limites Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{2x - 4}$ définie sur $\Delta =]2 ; +\infty[$. 1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. 2) Déterminer les nombres réels c,d et e tels que, pour tout $x \in \Delta$: $f(x) = cx + d + \dfrac{e}{2x-4}$. 3) Déduire des questions précédentes les équations des asymptotes à la courbe représentative C de f. 4) Etudier la position de la courbe C par rapport à son asymptote oblique. **Exercice 7 :** Application à la détermination d'un minorant Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]-\frac{1}{2} ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{6x+5}{2x+1}$ 1) A l'aide de la calculatrice, conjecturer la valeur d'un nombre L tel que, pour tout nombre x de l'intervalle$]-\frac{1}{2} ; +\infty[$, $f(x) > L$. On appelle ce nombre L un minorant de f sur l'intervalle$]-\frac{1}{2} ; +\infty[$. 2) Démonstrations a) Justifier que f est bien définie sur $]-\frac{1}{2} ; +\infty[$. b) Déterminer a *et* b tels que, pour tout nombre x de l'intervalle$]-\frac{1}{2} ; +\infty[$, $f(x) = a + \frac{b}{2x+1}$ c) Démontrer alors l'inégalité conjecturée au 1. **Exercice 8 :** Transformées de Laplace 1) Déterminer les nombres a et b tels que : $\dfrac{a}{p} + \dfrac{b}{p+\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{p(p+\frac{1}{2})}$ 2) Déterminer l'original de la transformée de Laplace suivante : $F(p) = \dfrac{1}{p(p+\frac{1}{2})}$