LIAISON BAC PRO – BTS EN MATHEMATIQUES

Activité : Equations du second degré

Niveau : Première bac pro. **Durée** : 2h

Objectifs	
Objectif général	**Résoudre algébriquement une équation du second degré à une inconnue.**
Connaissances	Concept d'équation algébrique. Améliorer la maîtrise du calcul littéral.
Capacités mathématiques	Développer, factoriser, réduire, simplifier une expression littérale.
Attitudes transversales	Le goût de chercher et de raisonner. La rigueur et la précision.
Capacités cérébrales	Capacité de représentation (par le sens des calculs à effectuer) Flexibilité mentale (par le changement de cadre et de présentation)

Déroulement

Etape 1

Rappels

Phase magistrale

Support : Tableau

Une équation du second degré est une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ (avec $a \neq 0$)

L'existence des solutions dépend du signe du discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Etape 2.1

Résoudre algébriquement des équations.

Rappel : $A \times B = 0$

$si\ A = 0\ ou\ B = 0$

Phase individuelle

Support : Cahier

Résoudre les équations :

$x^2 + 3x + 2 = 0$	$(x-5)(x+3) + 16 = 0$
$-x^2 + 2x - 3 = 0$	$(x-5)(x+5) + 26 = 0$
$x^2 - 1 = 0$	$(x-2)^2 - 1 = 0$
$x^2 - 8x + 16 = 0$	$x^3 + 2x^2 - 3x = 0$

Etape 2.2

Identités remarquables : utiles quand l'équation est sous une forme particulière

Phase magistrale puis individuelle

Support : Prof/Tableau et élève/cahier

Les identités remarquables sont des égalités toujours vraies qui s'appliquent à des nombres (notés a et b dans la suite).

En utilisant les identités remarquables si nécessaire, résoudre les équations :

$(x-5)(x+5) + 26 = 0$	$(x+1)(x-1) + 5 = 0$
$x^2 + 6x + 9 = 0$	$9x^2 - 25 = 0$
$x^2 - 6x + 9 = 0$	$(x+3)^2 = (x-4)^2$

Etape 3.1

Factoriser un polynôme du 2nd degré

Phase magistrale puis individuelle

Support : Prof/Tableau et élève/cahier

Soit un polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$. Factoriser ce polynôme revient à l'écrire sous la forme d'un produit de polynômes du 1er degré. Pour ce faire, il faut rechercher les solutions de l'équation $P(x) = 0$ en calculant le discriminantΔ.

$\Delta > 0$	$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)\ avec\ x_1\ et\ x_2\ solutions\ de\ P(x) = 0$
$\Delta = 0$	$P(x) = a(x - x_0)^2 avec\ x_0\ solution\ double\ de\ P(x) = 0$
$\Delta < 0$	Factorisation impossible

Factoriser les polynômes : $P_1(x) = 5x^2 + 5x - 10$; $P_2(x) = 3x^2 + 5x - 12$

Etape 3.2

Déterminer le signe d'un polynôme du 2nd degré

Remarque : dans le cas où le polynôme P(x) a une racine ou aucune racine, son signe est celui de a.

Pour déterminer le signe d'un polynôme du 2nd degré $P(x) = ax^2 + bx + c$, on étudie dans un tableau le signe de la forme factorisée de *P(x)*.

Exemple : Etudier le signe de $P(x) = x^2 + 4x - 21\ sur\ ]-10\,;10\,[$.

Forme factorisée : $P(x) = (x-3)(x+7)$

Tableau de signes de *P(x)* :

x	-10		-7		3		10
$x-3$		-		-	0	+	
$x+7$		-	0	+		+	
P(x)		+	0	-	0	+	

Déterminer le signe des polynômes : $P_1(x) = x^2 + 2x - 3$; $P_2(x) = -2x^2 + 4x - 3$

Résoudre des inéquations du type $3x^2 + 5x - 12 > 0$ (algébriquement et graphiquement)