

Développer et réduire une expression algébrique.

Une **expression algébrique** est composée de nombres, de lettres (qui représentent des paramètres ou des inconnues), de parenthèses et d'opérateurs. Effectuer un calcul algébrique consiste à transformer une expression en une autre qui lui est égale.

Développer une expression algébrique consiste à transformer un produit de termes en une somme de termes en respectant les règles du calcul algébrique. La réduire c'est l'écrire simplement en diminuant si possible le nombre d'opérations qu'elle contient.

Les règles de base de transformation, avec a, b, c, d, k des nombres (réels) quelconques :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b = ka + kb \qquad k \times (a - b) = k \times a - k \times b = ka - kb$$

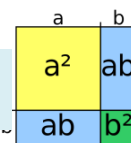
$$(a + b) \times (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Éléments de langage : L'expression $k(a + b)$ est un **produit** alors que l'expression $ka + kb$ est une **somme** (ce nom correspond à l'opération principale, celle effectuée en dernier en appliquant les règles de priorité).

Identités remarquables (de degré 2)

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \qquad \text{forme factorisée (produit)} \rightarrow \text{forme développée (somme)}$$



Exemples :

$$7 \times (2x + 3) = 14x + 21$$

$$6 \times (2 - 3p) = 12 - 18p$$

$$-6 \times (2 - 3p) = -12 + 18p$$

$$(5 + 3x)(y - 4) = 5y - 20 + 3xy - 12x$$

$$(\varepsilon - \lambda)^2 = \varepsilon^2 - 2\varepsilon\lambda + \lambda^2$$

$$(7 + 5x)^2 = 49 + 70x + 25x^2$$

$$(3 - 2\theta)(3 + 2\theta) = 9 - 4\theta^2$$

Exercice 1 - Développer et réduire les expressions suivantes.

$7 \times (3x - 2y)$	$7x(3x - 2y)$	$x(2y + 1)^2$
$(7\Delta - 8)(7\Delta + 6)$	$54(3y + 2z)$	$(7\Delta - 8)(7\Delta + 8)$
$(7\Delta - 8)^2$	$(7\Delta + 8)^2$	$54(3y - 2y)$
$(\varepsilon - 1)(\alpha + 2)$	$5(2x + 1)^2$	$(a_1 + a_2)^2$

Factoriser une expression algébrique

À l'inverse, factoriser une expression algébrique consiste à transformer une somme de termes en un produit de termes en respectant les règles du calcul algébrique.

Pour cela on peut chercher un facteur commun aux différents termes de la somme et utiliser en sens inverse les règles précédemment notées.

$$ka + kb = k \times a + k \times b = k \times (a + b) \qquad ka - kb = k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

On peut aussi reconnaître une identité remarquable.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \qquad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \qquad \text{forme développée (somme)} \rightarrow \text{forme factorisée (produit)}$$

Exemples :

$$4x - 12 = 4 \times x - 4 \times 3 = 4 \times (x - 3)$$

$$3\alpha + 9\varepsilon = 3(\alpha + 3\varepsilon)$$

$$3,6z + 0,6 = 0,6(0,6z + 1)$$

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$$

$$y^2 + 25 + 10y = y^2 + 5^2 + 2 \times y \times 5 = (y + 5)^2$$

$$9 - 6t + t^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times t + t^2 = (3 - t)^2$$

Exercice 2 - Factoriser les expressions suivantes.

$7x + 7y$	$6x + 18$	$42 - 7\varepsilon$
$x^2 + 6x + 9$	$(2x - 1)^2 - 81$	$28\alpha + 7\lambda - 49\theta$
$4,9\phi - 2,1\delta$	$(3x - 1)^2 + 5x(3x - 1)$	$(x + 7)(3 + 2y) + (y - 1)(x + 7)$
$4y^2 - 36y + 81$	$X^2 - Y^2$	$(3s - t)^2 - (2s + t)^2$

REPONSES DES EXERCICES

Exercice 1 - Développer et réduire les expressions suivantes.

$$7 \times (3x - 2y) = 21x - 14y$$

$$7x(3x - 2y) = 21x^2 - 14xy$$

$$x(2y + 1)^2 = 4xy^2 + 4xy + x$$

$$(7\Delta - 8)(7\Delta + 6)^2 = 49\Delta^2 - 14\Delta - 48$$

$$54(3y + 2z) = 162y + 108z$$

$$(7\Delta - 8)(7\Delta + 8) = 49\Delta^2 - 64$$

$$(7\Delta - 8)^2 = 49\Delta^2 - 112\Delta + 64$$

$$(7\Delta + 8)^2 = 49\Delta^2 + 112\Delta + 64$$

$$54(3y - 2z) = 162y - 108z$$

$$(\varepsilon - 1)(\alpha + 2) = \varepsilon\alpha - \alpha + 2\varepsilon - 2$$

$$5(2x + 1)^2 = 20x^2 + 20x + 5$$

$$(a_1 + a_2)^2 = a_1^2 + 2a_1a_2 + a_2^2$$

Exercices - Factoriser les expressions suivantes.

$$7x + 7y = 7(x + y)$$

$$6x + 18 = 6(x + 3)$$

$$42 - 7\varepsilon = 7(6 - \varepsilon)$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

$$(2x - 1)^2 - 81 = (2x - 10)(2x + 8)$$

$$28\alpha + 7\lambda - 49\theta = 7(4\alpha + \lambda - 7\theta)$$

$$4,9\phi - 2,1\delta = 0,7(7\phi - 3\delta)$$

$$(3x - 1)^2 + 5x(3x - 1) = (3x - 1)(8x - 1)$$

$$(x + 7)(3 + 2y) + (y - 1)(x + 7) = (x + 7)(3y + 2)$$

$$4y^2 - 36y + 81 = (2y - 9)^2$$

$$X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$(3s - t)^2 - (2s + t)^2 = 5s(s - 2t)$$