

Une inéquation du 1^{er} degré à 1 inconnue x est une contrainte sur l'inconnue x faisant intervenir une ou deux expressions en x du 1^{er} degré et un signe d'inégalité $<$, \leq , $>$ ou \geq .

Exemples : $3x - 4 > 14$ $x - 2 \leq 10 + 5x$

Résoudre une inéquation c'est trouver l'ensemble des nombres x vérifiant l'inégalité.

Pour résoudre une inéquation, on précisera toujours dans quel ensemble on cherche les solutions : ensemble des entiers naturels, ensemble des réels, intervalle $[a ; b]$, ...

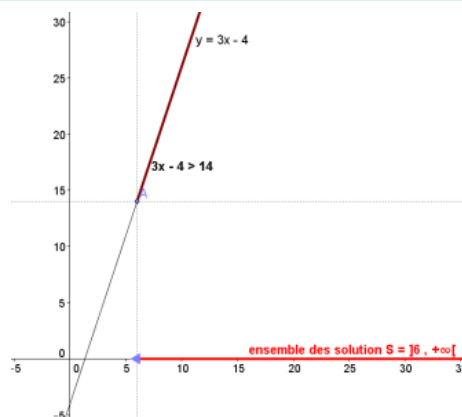
La résolution peut se faire graphiquement et plus rigoureusement par le calcul (algébriquement). L'utilisation des TIC peut aussi être envisagée.

Règles : Quels que soient les nombres A, B et C.
 Si $A < B$ alors $B > A$
 Si $A < B$ alors $A \pm C < B \pm C$
 Si $A < B$ et si C est positif non nul alors $AC < BC$ ou $A/C < B/C$
 Si $A < B$ et si C est négatif non nul alors $AC > BC$ ou $A/C > B/C$

Exemple 1

Résoudre dans \mathbb{R} : $3x - 4 > 14$

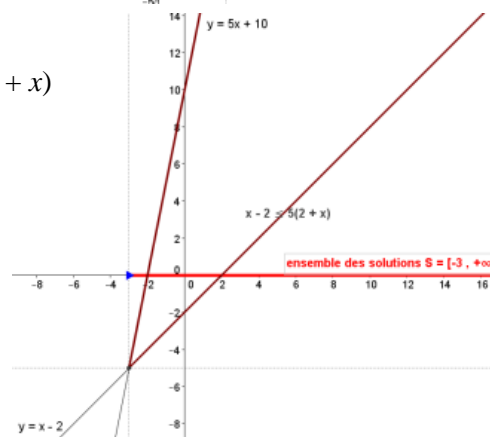
$$\begin{aligned} 3x - 4 &> 14 \\ 3x &> 14 + 4 \\ 3x &> 18 \\ x &> 18/3 \\ x &> 6 \end{aligned}$$



Exemple 2

Résoudre dans \mathbb{R} : $x - 2 \leq 5(2 + x)$

$$\begin{aligned} x - 2 &\leq 5(2 + x) \\ x - 2 &\leq 10 + 5x \\ x - 5x &\leq 10 + 2 \\ -4x &\leq 12 \\ x &\geq 12/(-4) \\ x &\geq -3 \end{aligned}$$



Exercice 1- Résoudre algébriquement dans l'ensemble \mathbb{R} des réels :

$$3x + 1 < 5x \qquad 8x + 3 > 0 \qquad 8t + 3 \leq 1 - t \qquad -2z + 1 > 4z + 5$$

Exercice 2- Résoudre graphiquement avec les TIC dans l'ensemble \mathbb{R} des réels : $5 - 2x \leq 4x + 1$

Exercice 3- Résoudre algébriquement dans l'ensemble \mathbb{N} des entiers naturels : $1,8x + 16 > 2,1x + 13$

Exercice 4- Résoudre algébriquement dans l'intervalle $[0, 1000]$: $14 - 0,025x > 12$

Exercice 5- Résoudre dans \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} 4(-3x - 9) - 5(7x - 2) &< 5x - 7 & -10x + 9 - 2(-3x - 4) &< 5(10x - 3) \\ 5(2x - 9) + 4(-5x + 6) &< \frac{5(-5x - 7)}{4} & -2(-4x + 9) + \frac{5(9x + 10)}{4} &< \frac{5(10x - 8)}{5} + \frac{3(9x - 4)}{6} \end{aligned}$$

Inéquation de la forme $A(x) \times B(x) < 0$ $A(x)$ et $B(x)$ sont deux expressions en x du 1^{er} degré**Méthode de résolution** : On étudie le signe des différents facteurs, puis on fait la synthèse dans un tableau pour connaître le signe du produit.Exemple : $3x(4 - x)(7 + 5x) \geq 0$ soit $S =]-\infty ; -1,4] \cup [4 , +\infty[$

| x | $-\infty$ | $-1,4$ | 0 | 4 | $+\infty$ | |
|---------------------|-----------|--------|-----|-----|-----------|---|
| $3x$ | - | | - 0 | + | | + |
| $4 - x$ | + | | + | + | 0 | - |
| $7 + 5x$ | - | 0 | + | - | | - |
| $3x(x - 4)(7 + 5x)$ | + | 0 | - 0 | - 0 | 0 | + |

Exercice 6- Résoudre dans \mathbb{R} : $(3x - 9)(7x - 2) \leq 0$; $(9 - 2x)(x + 2)(-3x + 12) > 0$ **Exercice 7-** Résoudre dans \mathbb{R} : $\frac{10x-1}{4x-5} \geq 0$; $\frac{2x(x+10)}{6-x} > 0$

REPONSES DES EXERCICES

Exercice 1- Résoudre algébriquement dans l'ensemble \mathbb{R} des réels :

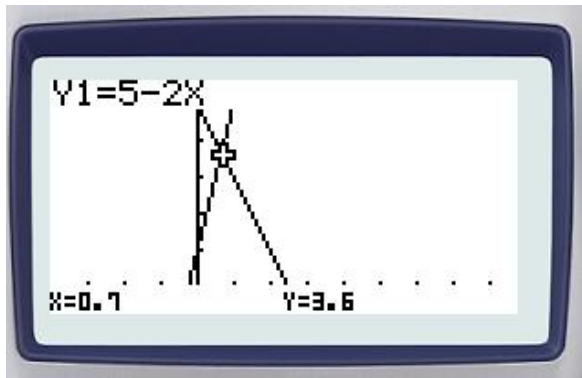
$$3x + 1 < 5x \quad x > \frac{1}{2} \quad S = \left] \frac{1}{2}; +\infty[$$

$$8x + 3 < 0 \quad x < \frac{-3}{8} \quad S = \left] -\infty; \frac{-3}{8}[$$

$$8t + 3 \leq 1 - t \quad t \leq \frac{-2}{9} \quad S = \left] -\infty; \frac{-2}{9} \right]$$

$$-2z + 1 < 4z + 5 \quad z > -\frac{2}{3} \quad S = \left] -\frac{2}{3}; +\infty[$$

Exercice 2- Résoudre graphiquement avec les TIC dans l'ensemble \mathbb{R} des réels : $5 - 2x \leq 4x + 1$



soit $S = [0, 7; +\infty[$ (la lecture de x est approximative)

Exercice 3- Résoudre algébriquement dans l'ensemble \mathbb{N} des entiers naturels :

$$1,8x + 16 > 2,1x + 13 \quad x < 10 \quad S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Exercice 4- Résoudre algébriquement dans l'intervalle $[0, 1000]$:

$$14 - 0,025x > 12 \quad x < 80 \quad S = [0; 80[$$

Exercice 5- Résoudre dans \mathbb{R} :

$$4(-3x - 9) - 5(7x - 2) < 5x - 7 \quad x < -\frac{19}{52} \quad S = \left] -\infty; -\frac{19}{52} \right[$$

$$-10x + 9 - 2(-3x - 4) < 5(10x - 3) \quad x > \frac{16}{27} \quad S = \left] \frac{16}{27}; +\infty[$$

$$5(2x - 9) + 4(-5x + 6) < \frac{5(-5x-7)}{4} \quad x > \frac{16}{27} \quad S = \left] \frac{16}{27}; +\infty[$$

$$-2(-4x + 9) + \frac{5(9x+10)}{4} < \frac{5(10x-8)}{5} + \frac{3(9x-4)}{6} \quad x < -\frac{18}{19} \quad S = \left] -\infty; -\frac{18}{19} \right]$$

Exercice 6- Résoudre dans \mathbb{R} :

$$(3x - 9)(7x - 2) \leq 0 \quad S = \left[\frac{2}{7}; 3 \right]$$

$$(9 - 2x)(x + 2)(-3x + 12) > 0 \quad S = \left] -2; 4[\cup]4, 5; +\infty[$$

Exercice 7- Résoudre dans \mathbb{R} :

$$\frac{10x-1}{4x-5} \geq 0 \quad S = \left] -\infty; 0, 1 \right] \cup]1, 25; +\infty[$$

$$\frac{2x(x+10)}{6-x} > 0 \quad S = \left] -\infty; -10 \right[\cup]0; 6[$$