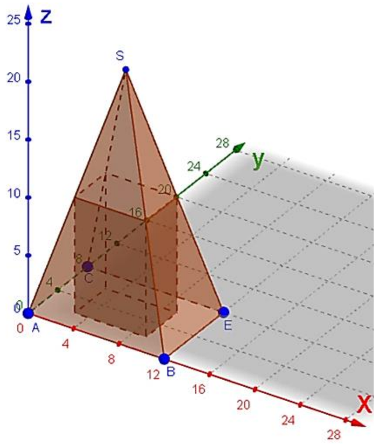


***Situation*** : On considère une pyramide de hauteur 20 m et de base rectangulaire : **largeur *L* = 12m et longueur *l* = 8m**. On veut construire à l'intérieur de cette pyramide, une salle ayant la forme d'un pavé. On désigne par *h*, la hauteur de cette salle, en mètre.

L'objectif du travail à réaliser est de déterminer la valeur de la hauteur *h*, en mètre, pour laquelle le volume *V* de cette salle est maximal.

1. Quelles sont les valeurs possibles de *h*.
2. Dans le repère orthonormé $(A; x; y; z)$, **indiquer** les coordonnées de chaque sommet de la pyramide en question.
3. Ouvrir le fichier « pyramide_ pavé » et utiliser les fonctionnalités du logiciel pour :
   - ***saisir*** *le point S= (6 ; 4 ; 20) à l'aide de la fenêtre de saisie ;*
   - ***construire*** *la pyramide en question ;*
   - ***insérer*** *un curseur nommé* ***h*** *dans « graphique 2D » défini par :( min = 0, max =20 et incrément = 0,1 );*
   - ***saisir*** *le point H= (6 ; 4 ; h) ;*
   - ***tracer*** *une droite passant par S et perpendiculaire au plan de la base de la pyramide et vérifier que le point H appartient à cette droite ;*
   - ***tracer*** *un plan passant par le point H et parallèle au plan de la base de la pyramide ;*
   - ***tracer*** *les intersections entre le plan précédent et les surfaces latérales de la pyramide ;*
   - ***cacher*** *le plan passant par le point H et un des plans latéraux de la pyramide.*

***Appel professeur n° 1 : présenter la figure obtenue puis devant le professeur réaliser la construction du pavé à l'intérieur de la pyramide.***

4. A l'aide de la fenêtre de saisie, saisir :

*V= (poly2)*h*

Où ***poly2*** est la base du pavé et ***h*** sa hauteur.

a. Varier la valeur du curseur *h* puis, expliquer en quelques phrases, comment varie le volume *V* du pavé, en fonction de la hauteur *h*.

b. Ecrire une phrase simple permettant de répondre à l'objectif de la situation en question.

Le volume du pavé peut être modélisé par une fonction *V* définie sur l'intervalle [0 ; 20] par :

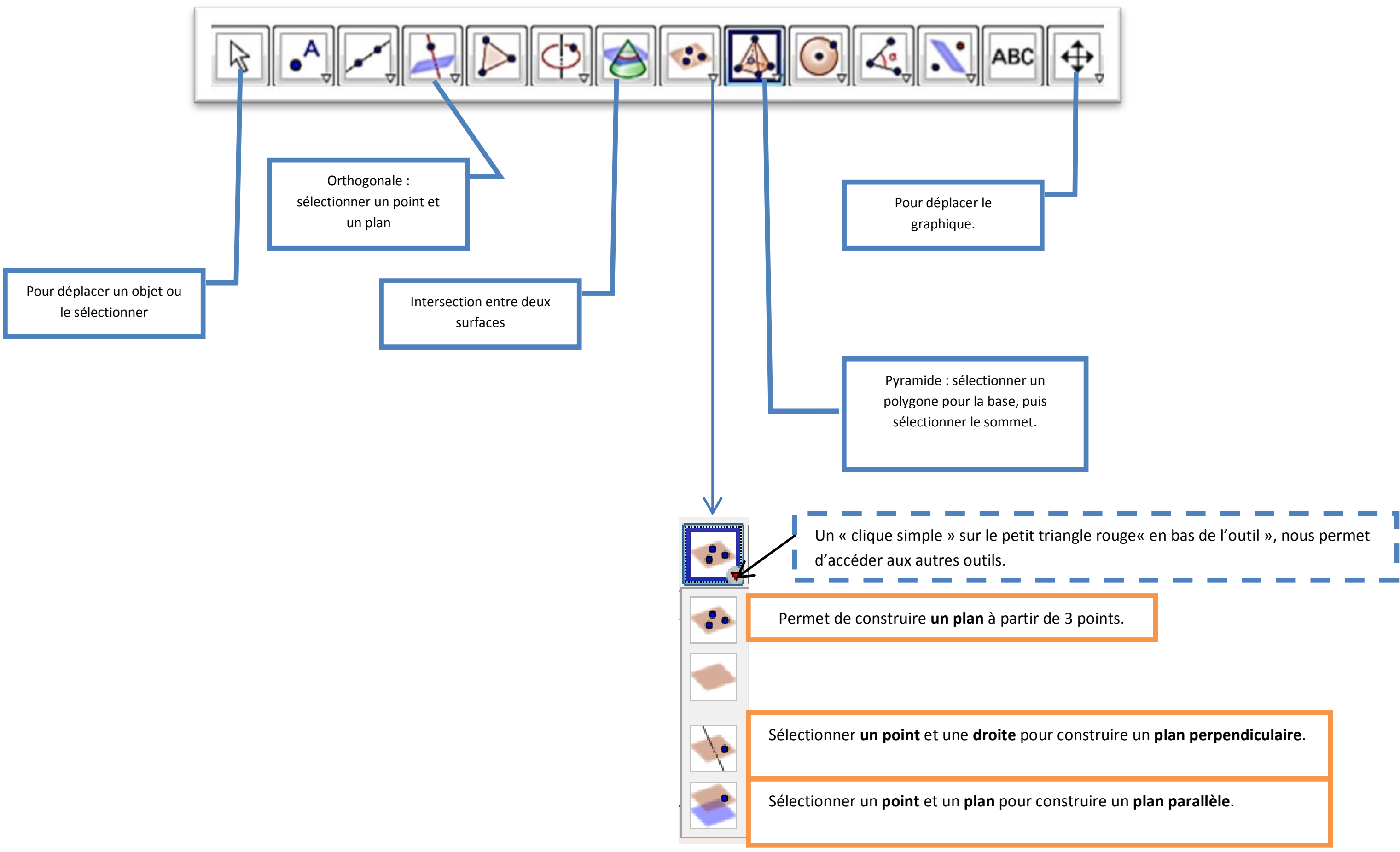
$$V = \left(\frac{20-h}{20}\right)^2 96\,h$$

Où *h* et la hauteur du pavé.

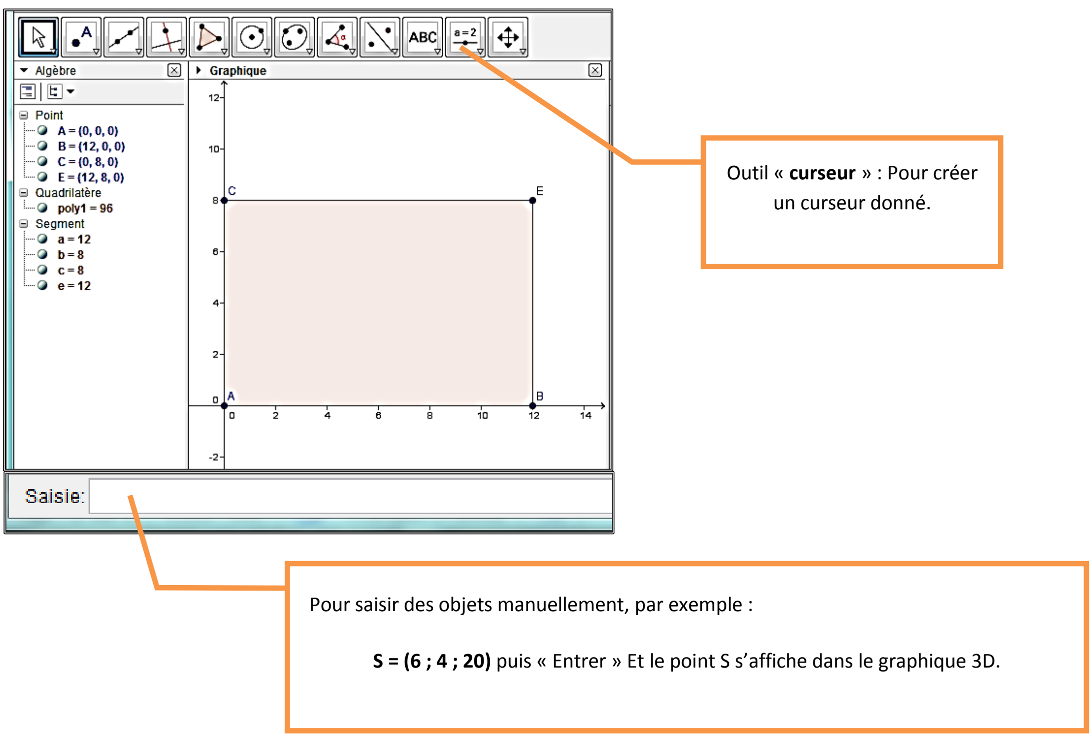
1. Calculer le volume du pavé pour *h=10m* et vérifier si le résultat obtenu est cohérent à celui trouvé expérimentalement à l'aide de « geogebra ».
2. Etudier la fonction *V :*
   - *calculer la dérivée V' de la fonction V ;*
   - *étudier le signe de la dérivée V' ;*
   - *dresser le tableau de variations de V.*
3. En déduire, la valeur de *h* pour laquelle le volume du pavé est maximal. Et comparer la valeur obtenue à la valeur expérimentale. Puis déterminer les autres côtes du pavé.

## *ANNEXE*

1. Un « clique simple » dans la fenêtre « graphique 3D », fait apparaitre la barre d'outils ci-dessous :




2. Un « clique simple » dans la fenêtre « graphique », nous permet d'accéder à la barre d'outils du graphique 2D.



On appelle une homothétie de centre O et de rapport $k$ *strictement* positif, la transformation pour laquelle un point $M$ du plan a pour image le point $M'$ tel que : $\overrightarrow{OM'} = k \times \overrightarrow{OM}$

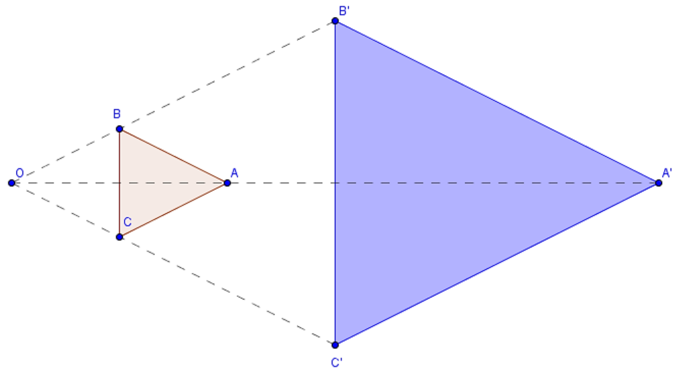
**Exemple** : Homothétie de centre $O$ et de rapport $k = 3$

Dans cet exemple, le triangle ***A'B'C'*** est l'image du triangle ***ABC*** par homothétie de centre O et de rapport ***k=3***.

*OA' =3OA*

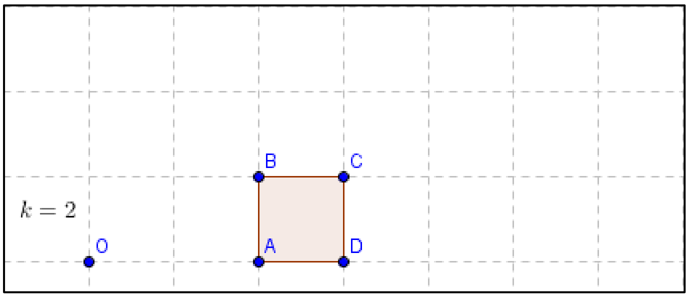
*OB' =3OB*

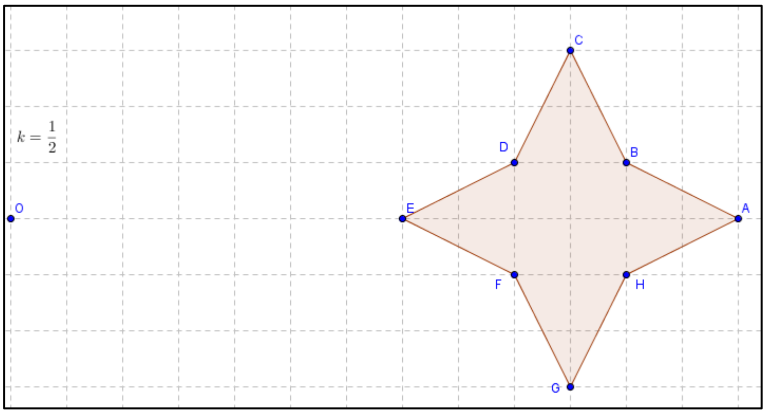
*OC' =3OC*




***Activité :***

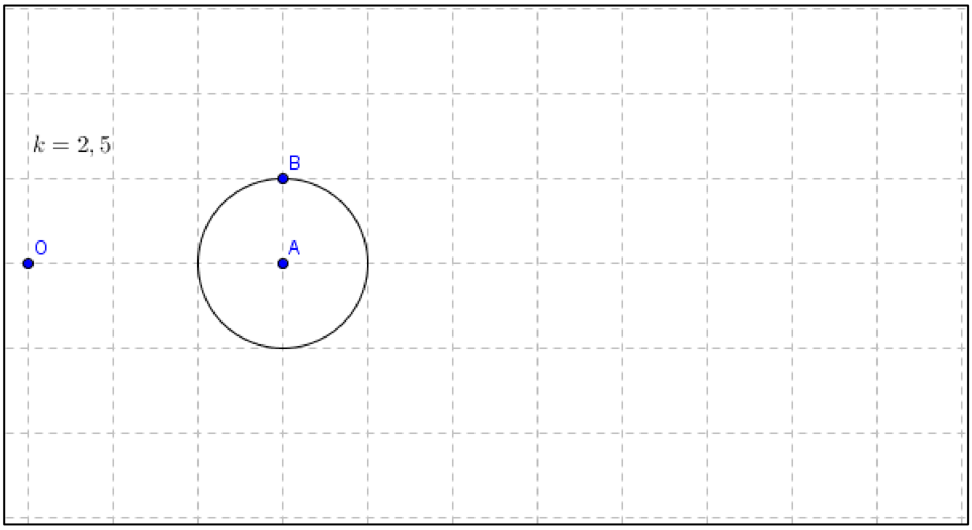
1. Dans chacun des cas ci-dessous, construire l'image de la figure par l'homothétie de centre $O$ et de rapport $k$. Préciser également s'il s'agit d'un <u>agrandissement</u> ou d'une <u>réduction.</u>




2. On désigne par ***S'*** la surface image d'une surface ***S*** par une homothétie de centre ***O*** et de rapport $k$.

   Vérifier à l'aide d'un des exemples que :
   ***S' = k² S***.




3. Dans le cas du problème précédent, la base de la petite pyramide est l'image de la base de la grande pyramide par une homothétie de centre $S$ et de rapport $(\frac{20-h}{20})$ où, *(20-h)* est la hauteur de la petite pyramide.
   a. Déterminer la surface de <u>la base de la petite pyramide</u> en fonction de $h$.
   b. En déduire que le volume $V$ du pavé situé à l'intérieur de la pyramide est définie par :

$$V = \left(\frac{20-h}{20}\right)^2 96\,h$$