

Les escargots

Classe(s) : 4^{ème} / 3^{ème}



Problème d'optimisation dont la résolution passe par des calculs d'aires

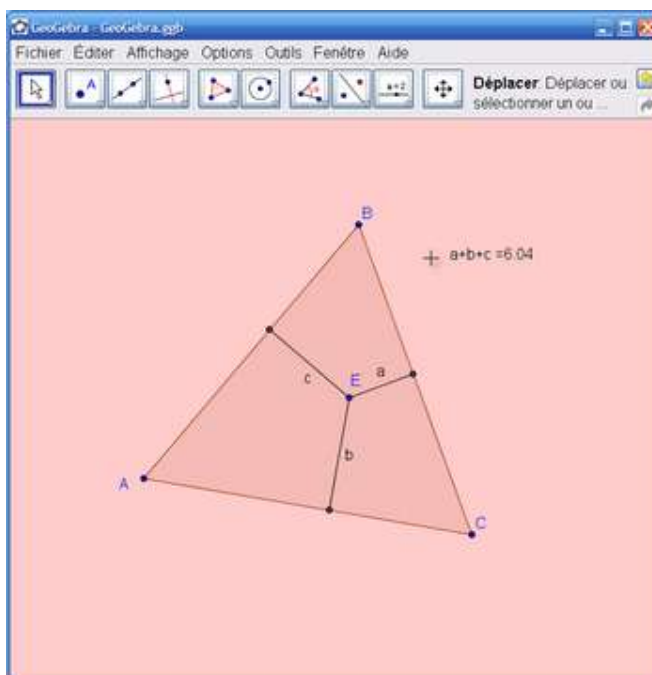
1) Objectifs

Mathématiques :

- Modéliser un problème
- Démontrer une conjecture
- Appliquer le calcul littéral

TICE

- Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique pour établir une conjecture.



2) Énoncé de l'exercice

Margaux place trois escargots au même endroit dans un champ ayant la forme d'un triangle équilatéral de côté 10m bordé de salades.

Chacun se dirige vers un des côtés du triangle perpendiculairement à ce côté, mais deux escargots ne se dirigent jamais vers le même côté.

Arrivés au bord du champ, on mesure la distance parcourue par chacun des escargots puis on en fait la somme.

Margaux se demande où placer les escargots dans le champ pour que cette somme soit la plus petite possible afin de moins les fatiguer.

Peux-tu l'aider ?

Consignes orales :

Une production écrite est demandée aux élèves. Celle-ci pourra être ramassée en fin d'heure ou donnée en devoir.

Consignes et indications données aux élèves :

- Conjecturer une solution à ce problème.

- Démontrer la conjecture en calculant la hauteur du triangle équilatéral. Pour cela, il est possible de guider les élèves en leur demandant de déterminer de deux manières différentes l'aire de ce triangle.
- Il peut également être utile de rappeler aux élèves la factorisation :

$$k \times a + k \times b + k \times c = k \times (a + b + c)$$

3) Scénario

Classe de 4^{ème} – 26 élèves en classe entière

Durée : 1 heure

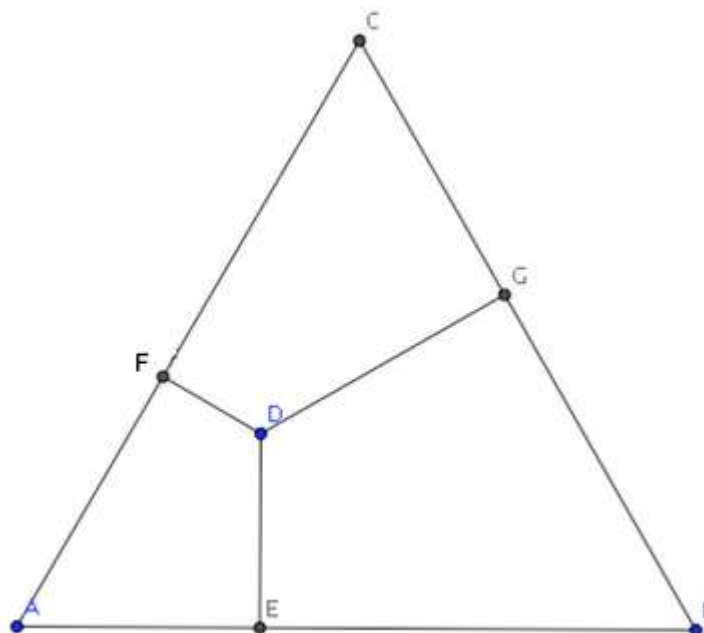
Contenu et organisation des séances :

Ce qui a été fait avant :

- La factorisation
- Le calcul littéral
- Le théorème de Pythagore
- La distance d'un point à une droite
- L'aire d'un triangle
- Les droites remarquables d'un triangle

Le jour de la mise en œuvre (témoignage de l'enseignant) :

« Les élèves, en début de séance, sont avertis que la séance sera évaluée. Après la distribution du sujet, les élèves se mettent rapidement au travail. La première difficulté rencontrée par certains élèves est de tracer un triangle équilatéral, mais elle est très rapidement résolue et ils obtiennent cette figure :



La plus grande difficulté rencontrée par l'ensemble des élèves est de trouver la conjecture à démontrer. Il faut faire un point avec toute la classe afin de chercher ensemble la conjecture qui est que la distance ne dépend pas du point de départ.

Ceci fait, je rappelle aux élèves la formule :

$$k * a + k * b + k * c = k *(a + b + c)$$

Les élèves se remettent au travail et il me semble néanmoins utile de leur demander de chercher à calculer l'aire du triangle équilatéral de deux manières différentes.

Les élèves démontrent ensuite que : $43,3 = 5 \times DE + 5 \times DG + 5 \times DF$

La conclusion est ensuite très rapidement trouvée et les élèves passent le reste de l'heure à rédiger leur solution. »

Ce qui a été fait après :

Nous nous sommes intéressés au cas d'un triangle quelconque pour voir si nous retrouvions cette relation et sinon pourquoi.

Les outils nécessaires ou utiles :

Matériel :

Un poste informatique par binôme.

Logiciel :

Un logiciel de géométrie dynamique est nécessaire.

L'évaluation

Compétences B2I :

C.1.1 : Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification.

C.1.2 : Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

C.1.3 : Je sais organiser mes espaces de stockage.

C.1.5 : Je sais paramétrer l'impression (prévisualisation, quantité, partie de documents, ...)

C.2.4 : Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...)

C.3.6 : Je sais utiliser un outil de simulation (ou de modélisation) en étant conscient de ses limites.

C.5.1 : Lorsque j'envoie ou je publie des informations, je réfléchis aux lecteurs possibles en fonction de l'outil utilisé.

Compétences mathématiques (grille d'évaluation) :

Compétences	
M1	Réaliser une production de qualité
M2	Faire une recherche active
M3	Énoncer une conjecture
M4	Savoir utiliser les outils du cours
M5	Rédiger une démonstration structurée
M6	Rédiger une démonstration complète

Commentaires :

M1 :

La production réalisée peut être une construction, un programme de construction, un tableau à compléter, des calculs à effectuer, ...

L'élève a réussi à intégrer la problématique et a su utiliser l'outil informatique pour apporter des réponses aux objectifs énoncés.

M2 :

La recherche est organisée. La démarche expérimentale est dynamique et autonome. L'élève développe lui-même les outils de son expérience : il demande par exemple d'utiliser un outil informatique plutôt qu'un autre.

La narration de la recherche permet de dégager les différentes pistes ou essais qui n'ont pas nécessairement abouti : descriptions, dessins, schémas, ...

Si l'activité se fait en groupe, tous les élèves auront participé à la recherche.

M3 :

La conjecture énoncée peut être fausse mais cohérente avec la problématique énoncée. L'élève doit être convaincu de sa conjecture.

L'élève sait distinguer le statut d'une conjecture à celui d'une propriété démontrée.

M4 :

L'élève sait appliquer ses connaissances mathématiques à bon escient.

M5 :

L'élève rédige un raisonnement cohérent à partir des données de l'énoncé mais qui n'aboutit pas nécessairement.

La rédaction, rigoureuse et organisée, s'appuie sur les outils du cours.

M6 :

La démonstration a abouti même si la rédaction n'est pas rigoureuse et structurée.

L'élève fait référence aux données nécessaires et a choisi les outils appropriés.