

Deux épées dans un cube

Classe(s) : 2^{nde}, 1S



Position relative de deux droites dans l'espace

1) Objectifs

- **Maths** : Faire pratiquer des compétences diverses de géométrie dans l'espace du programme de seconde : repérage, position relative de droites, section par un plan, utilisation de théorèmes de géométrie plane dans un plan de l'espace.
- **Tice** : L'utilisation du logiciel aide à la compréhension du problème et aide à la résolution en fournissant des étapes de la démonstration.

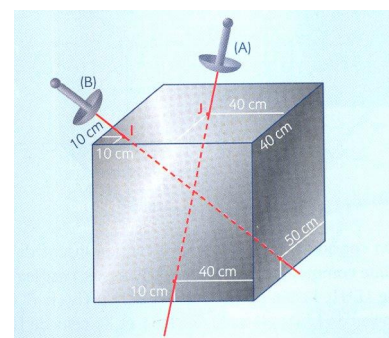
2) Énoncé de l'exercice

Persée, la jeune assistante du professeur Belzébuth est enfermée dans une caisse cubique de 80 cm de côté.

Le professeur enfonce deux épées (A) et (B) à travers la caisse dans les trous prévus à cet effet.

Question :

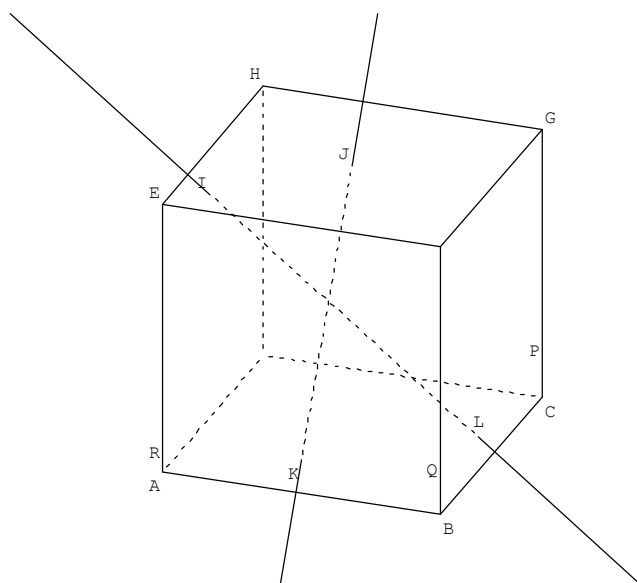
L'épée (A) est-elle devant ou derrière l'épée (B) ?



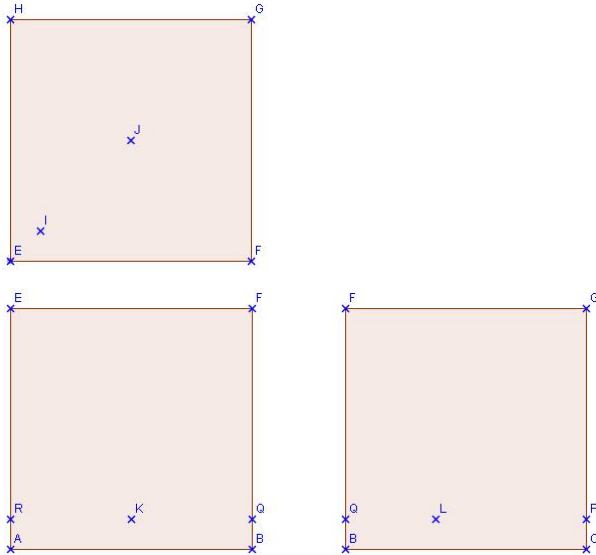
Énoncé détaillé pas à pas (pour une classe de 2^{nde}) :

Faire la figure :

- Charger le cube ABCDEFGH de côtés 8 unités (1 unité = 10 cm)



- Construire les points P, Q, R, puis I, J, K et L de la figure :



On pourra utiliser les commandes **Créer point milieu** et **Créer point repéré sur une demi-droite**.
ex : pour P : **créer point repéré sur la demi droite [CG] à la distance 1 unité (=10 cm) de l'origine C.**

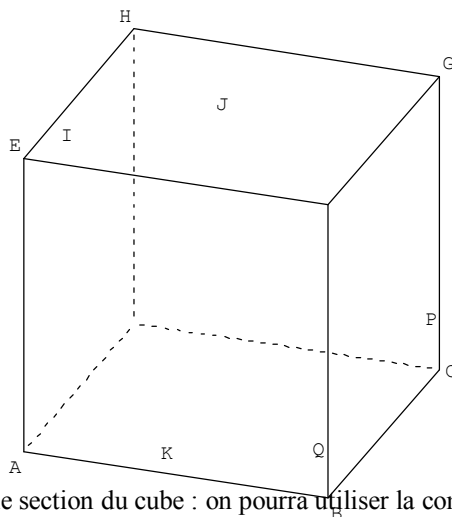
- Construire les droites “ épées ”.

2°) Observer :

Observer la figure (**clic droit maintenu appuyé sur la souris permet de faire pivoter le cube**) et proposer une réponse au problème posé : “ L'épée (A) semblel'épée (B) ”

3°) Démonstration :

- Construire à la main sur la figure ci-dessous :
 - ❖ l'intersection du plan (IJK) avec la face du dessus
 - ❖ l'intersection du plan (IJK) avec la face avant
 - ❖ l'intersection du plan (IJK) avec la face du dessous
 - ❖ l'intersection du plan (IJK) avec la face de droite

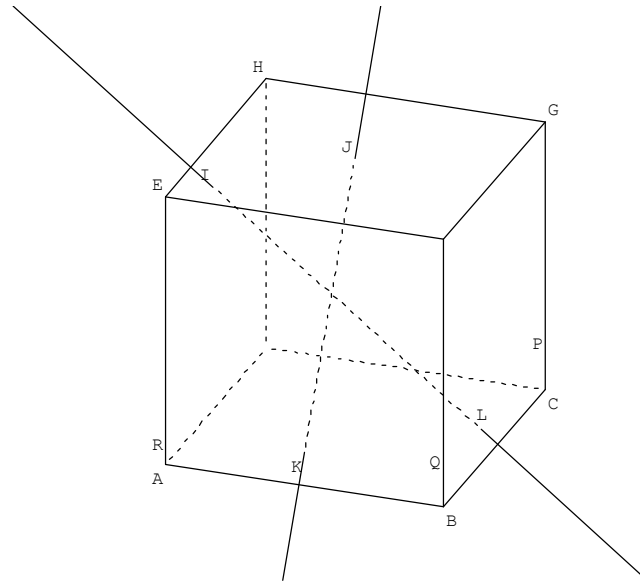


- Construire à l'écran cette même section du cube : on pourra utiliser la commande **créer section d'un polyèdre par un plan**.
- Construire le point d'intersection M du plan (IJK) avec la droite (PQ).
- Que peut-on dire de ce point ? Le démontrer.
- Conclure la démonstration en comparant la position de ce dernier point avec celle de L sur le segment [PQ]

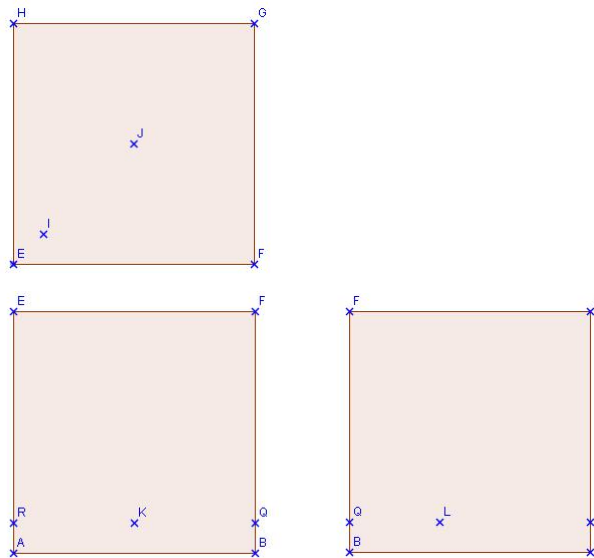
Enoncé moins détaillé (pour une classe de 1^{ère} S) :

Faire la figure :

- Charger le cube ABCDEFGH de côtés 8 unités (1 unité = 10 cm)



Construire les points P, Q, R, puis I, J, K et L de la figure :



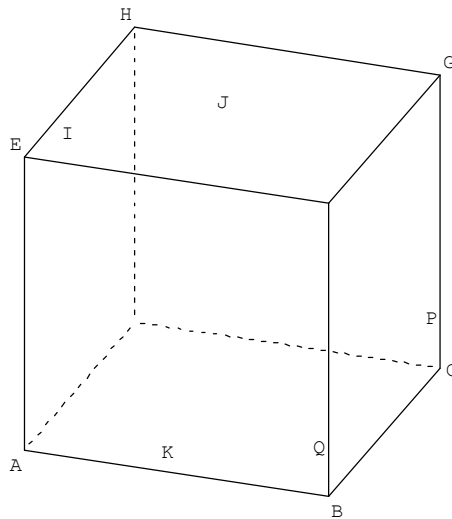
- Construire les droites “ épées ”.

2°) Observer :

Observer la figure et proposer une réponse au problème posé : “ L’épée (A) semblel’épée (B) ”

3°) Démonstration :

- Construire à la main sur la figure ci-dessous :
 - ❖ l’intersection du plan (IJK) avec la face du dessus
 - ❖ l’intersection du plan (IJK) avec la face avant
 - ❖ l’intersection du plan (IJK) avec la face du dessous
 - ❖ l’intersection du plan (IJK) avec la face de droite



- Construire à l'écran cette même section du cube.
- Construire le point d'intersection M du plan (IJK) avec la droite (PQ).
- Que peut-on dire de ce point ? Le démontrer.
- Conclure la démonstration en comparant la position de ce dernier point avec celle de L sur le segment [PQ].

3) Scénario

- Contenu et organisation de la séance

- Ce qui a été fait avant** : séances d'observation de positions relatives droites et plans dans des solides + des recherches simples d'intersection + 1 séance d'exercices de recherche très guidés de sections d'un cube par un plan en utilisant une propriété de parallélisme.
- Le jour de la mise en œuvre** : en salle info avec la feuille d'énoncé qui sera ramassée. Faire des commentaires sur les fonctions du logiciel
- Ce qui a été fait après** : correction de la démonstration et un exercice d'évaluation similaire à l'activité : quatre points sur les faces d'un cube un peu comme I, J, K et L, la question étant L est-il dans le plan (IJK) ? cet exercice peut aussi être traité avant pour préparer l'activité.

- Les outils nécessaires ou utiles

- Matériel** : salle info avec un poste par élève ou pour deux élèves.
- Fichiers** : les élèves chargent un fichier avec le cube ABCDEFGH nommé et de côté 8 unités. Ne pas oublier de nommer le cube pour pouvoir utiliser la commande section.
- Logiciels** : Géospace.

L'évaluation

Grille d'évaluation compétences TICE :

Démarches effectuées	Oui	Non	Partiel
savoir utiliser le logiciel pour charger une figure prédéfinie.			
savoir utiliser les fonctions du logiciel pour compléter la figure.			
utiliser le logiciel pour observer dynamiquement la figure et conjecturer.			

Grille d'évaluation compétences mathématiques :

Démarches effectuées	Oui	Non	Partiel
calculer une longueur à partir d'une représentation en perspective cavalière en utilisant des propriétés de la figure (thm de Pythagore, diagonale d'un carré).			
comprendre la notion de droites non-coplanaires.			
savoir construire (reproduire) une section simple d'un cube par un plan en utilisant la propriété " un plan coupe deux plans parallèles suivant des droites parallèles ".			
savoir reconnaître une situation de Thalès (ou thm des milieux) dans un plan de l'espace pour calculer des longueurs.			

Témoignage de l'enseignant

- Le point I est souvent mal placé. Je dois intervenir.
- La construction de la figure et l'observation de la position relative des épées sont réussies à la fin de la séance par tous les élèves.
- La démonstration n'est pas complète, des élèves constatent que M est le milieu de [PQ] mais aucun n'arrive à le démontrer. Par contre, ils sont attentifs à la démonstration faite en classe après et qui utilise l'intersection des droites (FB), (EK) et (GM) et le théorème de Thalès à deux reprises.
- Aucune question sur le sens de " devant l'épée A " donc on passe sous silence la notion de demi-espace défini par un plan frontière.
- L'activité est un peu courte pour certains ; si on ne leur demande pas de parfaire la démonstration , il faut prévoir un complément (exos d'intersections sur INTERESP par exemple).