

# Une alvéole

Classe(s) : Première S



Optimiser une surface..

## 1) Objectifs

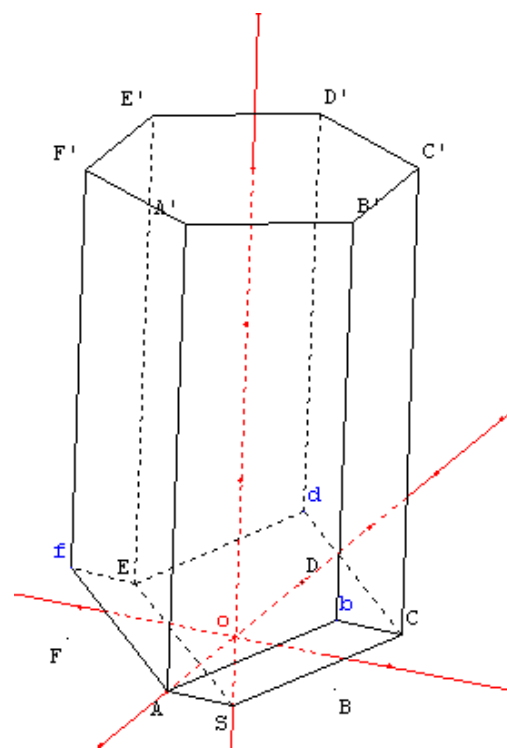
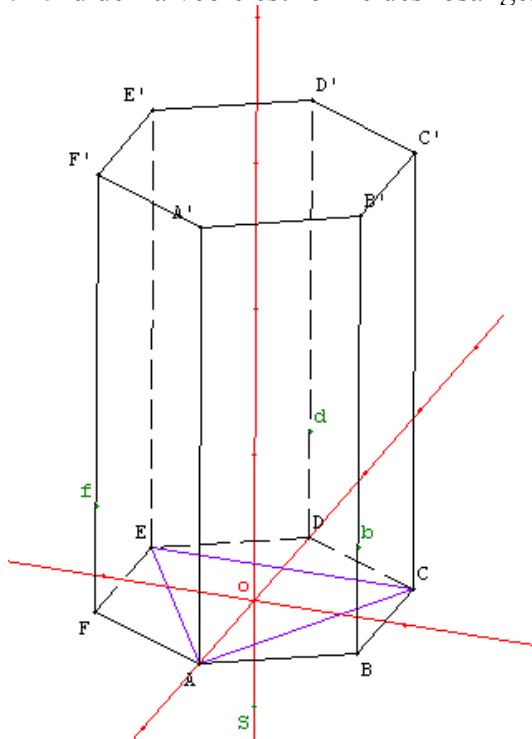
Construire un solide (alvéole) vérifiant certaines conditions avec un logiciel de géométrie dans l'espace. Chercher la surface minimale sous ces conditions en utilisant un logiciel de calcul formel.

## 2) Énoncé de l'exercice

On décrit souvent à tort une alvéole comme un prisme à base hexagonale ; Il n'en est rien puisqu'après observation, on constate que le fond d'une alvéole n'est pas un hexagone et n'est même pas plan, il est la réunion de trois losanges non coplanaires construits comme indiqué ci-dessous :

A partir d'un prisme à base hexagonale  $ABCDEF$  de centre  $O$  : On construit un point  $S$  sur l'axe perpendiculaire à la base passant par  $O$ , puis on construit les points  $b, d$  et  $f$  images respectives du point  $S$  par les symétries d'axes  $(AC)$   $(CE)$  et  $(AE)$ .

Le fond de l'alvéole est formé des losanges  $ASCb$ ,  $CSEd$  et  $ESAf$ .



**Problème :** Quelle que soit la position du point  $S$ , l'alvéole aura le même volume que le prisme à base hexagonale car pour passer du prisme à l'alvéole on enlève et on ajoute des volumes identiques ; l'abeille dispose donc du même volume.

**Mais comme l'abeille est économe, elle souhaite utiliser un minimum de cire pour construire la surface de l'alvéole, la question est donc : pour quelle position du point  $S$  sur l'axe, la surface de l'alvéole est-elle minimale ?**

## A noter :

### Consignes orales :

Une production écrite est demandée aux élèves. Celle-ci pourra être ramassée en fin d'heure ou donnée en devoir.

### Compléments :énoncé détaillé

#### Partie observation

1°) A partir du prisme à base hexagonale donné, construire grâce à Geospace une alvéole avec le point S variable et tel que  $OS = x$ .

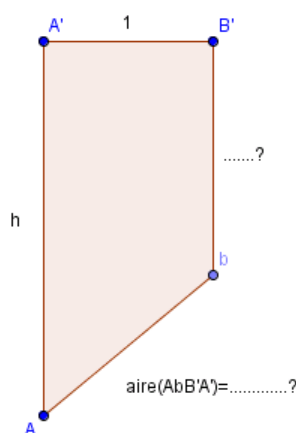
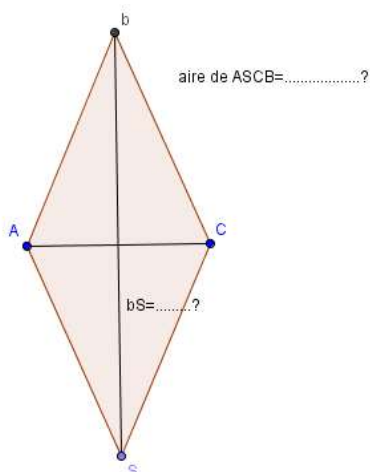
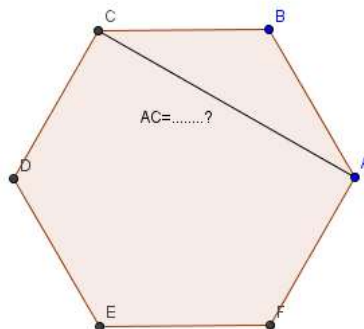
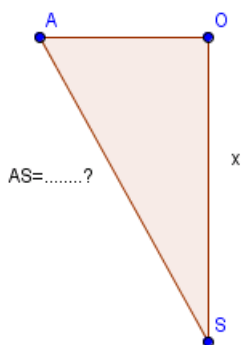
2°) Afficher grâce au logiciel l'aire de l'alvéole.

3°) Pour quelle position du point S sur l'axe (Oz), l'alvéole a-t-elle une aire minimale ?

#### Partie démonstration :

On pose  $OA=1$  et  $AA'=3$ . De plus on note toujours  $OS = x$

1°) Compléter chaque dessin proposé par les dimensions manquantes en fonction éventuellement de  $x$ .



2°) Exprimer la surface totale de l'alvéole notée  $f(x)$  en fonction de  $x$ .

3°) Grâce à un logiciel de calcul formel, dresser le tableau des variations de  $f$ .

4°) Conclure en comparant avec la partie observation.

**Cette position optimale du point S coïncide (à la précision de la mesure près) avec celle observée sur les alvéoles de la nature !!**

### 3) Scénario

*Durée : 1 heure pour la construction et la conjecture (prisme fourni aux élèves) + 1h pour la démonstration avec calcul formel. La démonstration peut être en partie préparée à la maison entre les séances.*

#### Contenu et organisation des séances :

##### Ce qui a été fait avant :

*Dérivée et études de variations.*

*Un fichier avec le prisme à base hexagonale est fourni.*

##### Le jour de la mise en œuvre (témoignage de l'enseignant) :

*Expérimenté en 1<sup>ère</sup> S avec des élèves habitués aux TICE.*

*Un fichier avec le prisme à base hexagonale est fourni.*

*La construction prend 1 heure : tous les élèves comprennent bien le problème et trouvent la bonne conjecture.*

*Il faut des explications précises sur la façon de placer le point S variable afin de pouvoir travailler avec tous les élèves de la même façon ( $x=OS$ ).*

#### Les outils nécessaires ou utiles :

Matériel : Un poste informatique par élève.

Logiciel : Un logiciel de géométrie dans l'espace et Derive.

#### L'évaluation

##### Compétences B2I :

**C.1.1** : Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification

**C.1.2** : Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

**C.2.4** : Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...)

##### Compétences mathématiques (grille d'évaluation) :

Compétences	
M1	Réaliser une production de qualité
M2	Faire une recherche active
M3	Énoncer une conjecture
M4	Savoir utiliser les outils du cours
M5	Rédiger une démonstration structurée
M6	Rédiger une démonstration complète

##### Commentaires :

M1 :

*La production réalisée peut être une construction, un programme de construction, un tableau à compléter, des calculs à effectuer, ...*

*L'élève a réussi à intégrer la problématique et a su utiliser l'outil informatique pour apporter des réponses aux objectifs énoncés.*

M2 :

*La recherche est organisée. La démarche expérimentale est dynamique et autonome. L'élève développe lui-même les outils de son expérience : il demande par exemple d'utiliser un outil informatique plutôt qu'un autre.*

*La narration de la recherche permet de dégager les différentes pistes ou essais qui n'ont pas nécessairement abouti : descriptions, dessins, schémas, ...*

*Si l'activité se fait en groupe, tous les élèves auront participé à la recherche.*

M3 :

*La conjecture énoncée peut être fausse mais cohérente avec la problématique énoncée. L'élève doit être convaincu de sa conjecture.*

*L'élève sait distinguer le statut d'une conjecture à celui d'une propriété démontrée.*

M4 :

*L'élève sait appliquer ses connaissances mathématiques à bon escient.*

M5 :

*L'élève rédige un raisonnement cohérent à partir des données de l'énoncé mais qui n'aboutit pas nécessairement.*

*La rédaction, rigoureuse et organisée, s'appuie sur les outils du cours.*

M6 :

*La démonstration a abouti même si la rédaction n'est pas rigoureuse et structurée.*

*L'élève fait référence aux données nécessaires et a choisi les outils appropriés.*

-