

Triangle et cercle

Classe(s) : 6^{ème} / 5^{ème}



Appliquer la propriété d'équidistance des points de la médiatrice d'un segment (6^{ème}) pour démontrer l'existence du centre du cercle circonscrit à un triangle (5^{ème}) avec GeoGebra.

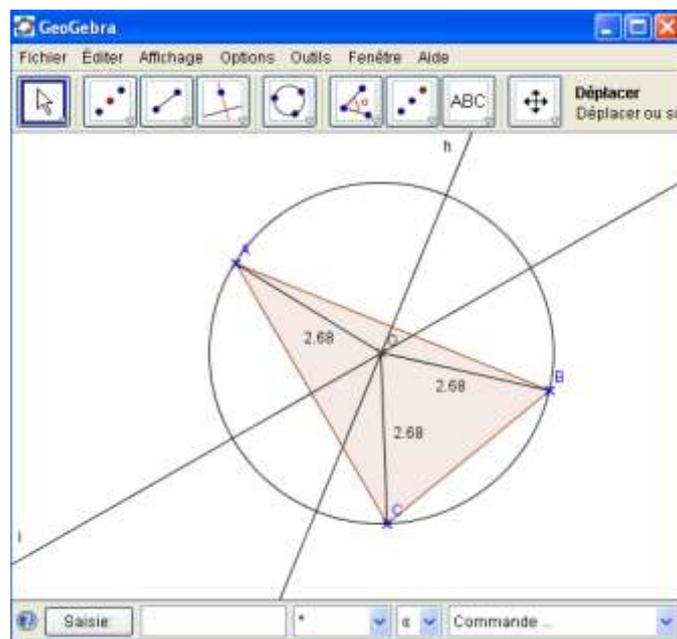
1) Objectifs

Mathématiques :

- Donner une application de la propriété d'équidistance des points de la médiatrice d'un segment (6^{ème}).
- Démontrer l'existence du centre du cercle circonscrit à un triangle (5^{ème}).

TICE

- Utiliser le dynamisme d'un géomètre pour visualiser autant de figures souhaitées possédant des propriétés à conjecturer.



2) Énoncé de l'exercice

Tracer un triangle. Trouver le centre d'un cercle passant par les sommets de ce triangle.

On tracera la figure sur une feuille blanche et on donnera également son programme de construction.

Consignes orales :

Une production écrite est demandée aux élèves. Celle-ci pourra être ramassée en fin d'heure ou donnée en devoir.

Utiliser les outils à votre disposition (cahier, outils de géométrie, ordinateurs). La construction sur feuille et son programme de construction seront ramassés en fin de séance et évalués en tenant compte des différentes aides sollicitées !

En effet, en cas de difficultés, l'élève pourra demander des fiches d'aide progressive numérotées 1 à 3.

Tous les outils du géomètre peuvent être utilisés. Avec le géomètre GéoGebra par exemple, on pourra s'appuyer sur le protocole de construction pour accompagner la construction sur feuille et écrire le programme de construction.

3) Scénario

Classe de 5^{ème} – 27 élèves en classe entière

Durée : 1 heure

Contenu et organisation des séances :

Ce qui a été fait avant :

Mathématiques : connaissances de base liées au cercle et au triangle, définition et propriétés de la médiatrice d'un segment.

TICE : savoir se connecter au réseau informatique du collège, utiliser les outils du géomètre (tracer des points, cercles, droites), sauvegarder son travail dans le répertoire de la classe.

Le jour de la mise en œuvre (témoignage de l'enseignant) :

Différentes pistes sont prises par les élèves. Avec GéoGebra par exemple, l'élève trace un triangle et utilise l'outil cercle passant par trois points ; il sera alors dans une impasse pour la construction sur feuille blanche ! Pour continuer, il pourra demander la fiche-aide n°1 ; deux autres aides sont disponibles en fonction de l'avancée de l'élève :

Aide n°1

Tracer trois points A, B et C et le triangle ABC.

1. En utilisant l'outil « cercle passant par trois points », tracer le cercle passant par A, B et C.
2. Placer le centre de ce cercle en utilisant l'outil milieu/centre. Comment se situe le centre O de ce cercle par rapport aux points A, B et C (on pourra mesurer la distance OA, OB et OC) ?
3. En vous inspirant du résultat trouvé, reprenez le travail donné dans l'énoncé.

Aide n°2

Le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle est le point équidistant des sommets du triangle !

1. Tracer un cercle passant par A et B et ne passant pas par C en utilisant l'outil cercle passant par trois points.
 - a. Placer le centre du cercle en utilisant l'outil centre.
 - b. Activer la trace du centre du cercle .
 - c. Déplacer le troisième point du cercle (celui qui n'est pas attaché au triangle).
 - d. Que peut-on conjecturer quant à la position du centre d'un cercle passant par deux sommets du triangle ?
 - e. Où se situe l'ensemble des points équidistants de deux points ?
2. Tracer un cercle passant par B et C et pas par A.
 - a. Que peut-on conjecturer quant à la position du centre du cercle passant par B et C ?
 - b. Construire le point équidistant des trois sommets du triangle.
3. En vous inspirant du résultat trouvé, reprenez le travail donné dans l'énoncé.

Aide n°3

Définition : L'ensemble des points équidistants de deux points A et B est la médiatrice du segment d'extrémité A et B.

1. Tracer la médiatrice du segment d'extrémité deux sommets du triangle ; le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle est situé sur cette droite !
 - a. Tracer la médiatrice du segment d'extrémité deux autres sommets du triangle : le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle est situé sur cette droite !
 - b. Que peut-on en conclure ?
2. En vous inspirant du résultat trouvé, reprenez le travail donné dans l'énoncé.

Difficultés rencontrées

En classe de 6^{ème}, l'élève est amené à utiliser plusieurs propriétés fraîchement découvertes. L'élève sera tenté de tracer le cercle puis le triangle, ce qui rend le problème trivial.

En classe de 5^{ème}, la démonstration est difficile ; l'élève confond souvent dans ce problème hypothèse et conclusion !

Ce qui a été fait après :

Prolongement possible en 5ème :

DM1 – Démontrer l'existence du centre du cercle passant par les trois sommets du triangle en s'aidant du modèle de rédaction suivant :

On sait que : ...

Propriété : Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice du segment.

Conclusion : ...

Autre prolongement possible en 5ème :

DM2 - Effectuer la même étude pour un triangle particulier (rectangle, isocèle, équilatéral).

Les outils nécessaires ou utiles :

Matériel :

Un poste informatique par binôme.

Logiciel :

GeoGebra

L'évaluation

Compétences B2I :

C.1.1 : Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification

C.1.2 : Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

C.2.4 : Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...)

Compétences mathématiques (grille d'évaluation) :

Compétences	
M1	Réaliser une production de qualité
M2	Faire une recherche active
M3	Énoncer une conjecture
M4	Savoir utiliser les outils du cours
M5	Rédiger une démonstration structurée
M6	Rédiger une démonstration complète

Commentaires :

M1 :

La production réalisée peut être une construction, un programme de construction, un tableau à compléter, des calculs à effectuer, ...

L'élève a réussi à intégrer la problématique et a su utiliser l'outil informatique pour apporter des réponses aux objectifs énoncés.

M2 :

La recherche est organisée. La démarche expérimentale est dynamique et autonome. L'élève développe lui-même les outils de son expérience : il demande par exemple d'utiliser un outil informatique plutôt qu'un autre.

La narration de la recherche permet de dégager les différentes pistes ou essais qui n'ont pas nécessairement abouti : descriptions, dessins, schémas, ...

Si l'activité se fait en groupe, tous les élèves auront participé à la recherche.

M3 :

La conjecture énoncée peut être fausse mais cohérente avec la problématique énoncée. L'élève doit être convaincu de sa conjecture.

L'élève sait distinguer le statut d'une conjecture à celui d'une propriété démontrée.

M4 :

L'élève sait appliquer ses connaissances mathématiques à bon escient.

M5 :

L'élève rédige un raisonnement cohérent à partir des données de l'énoncé mais qui n'aboutit pas nécessairement.

La rédaction, rigoureuse et organisée, s'appuie sur les outils du cours.

M6 :

La démonstration a abouti même si la rédaction n'est pas rigoureuse et structurée.

L'élève fait référence aux données nécessaires et a choisi les outils appropriés.