

Demi-vie

Énoncé

On administre à un patient un médicament par injection intraveineuse (de courte durée). La concentration du médicament dans le sang est immédiatement maximale, puis elle diminue en fonction du temps. On fait l'hypothèse (H) suivante :

La diminution de la concentration entre deux instants t_0 et t_1 est proportionnelle à la fois à la durée $t_1 - t_0$ et à la concentration à l'instant t_0 .

On note C_0 la concentration initiale et C_n la concentration au bout de n minutes. (On prendra pour unité de temps la minute et $C_0 = 1$ pour unité de concentration initiale à la fin de l'injection).

1. On admet que l'hypothèse (H) conduit à la relation : $C_{n+1} - C_n = -k C_n$, où k est une constante positive.
 - (a) Expliciter, pour $n \geq 0$, C_{n+1} en fonction de C_n .
 - (b) Quelle est la nature de la suite (C_n) ?
 - (c) Exprimer C_n en fonction de n .

Appeler l'examineur pour contrôler le résultat obtenu.

2. On choisit $k = 0,035$.
 - (a) À l'aide d'un tableur calculer la valeur de C_n pour n allant de 1 à 300. Présenter les résultats dans un tableau comme ci-dessous :

	A	B	C
1	n	Cn	
2	0	1	
3	1	0,965	
4	2		

- (b) Tracer le nuage de points $(n; C_n)$ représentant l'évolution de la concentration sur 5 heures.

Appeler l'examineur pour présenter le graphique.

3. **Étude de la demi-vie, c'est-à-dire la période au bout de laquelle la concentration du médicament dans le sang diminue de moitié.**

(a) **Observations :**

- Au bout de combien de minutes la concentration initiale aura-t-elle été divisée par deux ? Donner le résultat sous la forme d'un encadrement de deux entiers consécutifs.
- Quelle est la concentration au bout de 30 minutes ? Donner la valeur approchée à 10^{-2} près.
- Au bout de combien de minutes, cette dernière concentration aura-t-elle été divisée par deux ? Donner le résultat sous la forme d'un encadrement de deux entiers consécutifs.
- Que peut-on conjecturer ? Tester cette conjecture sur d'autres durées.

Appeler l'examineur pour valider la conjecture.

(b) **Justification :**

- Vérifier que pour tout entier naturel n , on a $C_{n+20} \leq 0,5 C_n < C_{n+19}$.
- Valider la conjecture émise à la question 3(a).

Production demandée

Réponses écrites pour les questions 1 et 3(b).
