

## PGCD

## Énoncé

Pour tout entier naturel  $n$ , on définit deux entiers  $a$  et  $b$  en posant :

$$a = 4n + 1 \quad \text{et} \quad b = 5n + 3$$

On s'intéresse aux valeurs du PGCD de  $a$  et de  $b$  en fonction de  $n$ .

1. Conjecture avec un logiciel ou une calculatrice :

- (a) Sur un tableur, créer trois colonnes donnant les valeurs de  $n$ ,  $a$  et  $b$  pour  $n$  variant de 0 à 100.
- (b) Remplir la quatrième colonne avec les valeurs du PGCD de  $a$  et de  $b$ .

Appeler l'examineur pour vérification.

- (c) Quelles semblent être les valeurs possibles de  $\text{PGCD}(a, b)$  ?
- (d) En observant les résultats obtenus sur le tableur, comment pensez vous pouvoir caractériser les valeurs de  $n$  telles que  $\text{PGCD}(a, b) = 7$  ?

Appeler l'examineur pour vérification.

2. Démonstrations :

- (a) Démontrer la conjecture faite au 1.(c)
- (b) En raisonnant par disjonction des cas, déterminer les valeurs de  $n$  telles que

$$\text{PGCD}(a, b) = 7$$

## Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(c) et (d) et 2.(a) et (b).
  - Obtention à l'écran des valeurs demandées avec éventuellement impression.
-