Triangle d'aire maximale

Énoncé

On considère un triangle isocèle de périmètre fixé, égal à 15.

Le but de cet exercice est de déterminer parmi tous les triangles possibles celui dont l'aire est maximale.

- 1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie :
 - (a) A l'aide d'un logiciel de géométrie, construire un triangle ABC isocèle en A, dont le périmètre est fixé et exactement égal à 15.

Appeler l'examinateur pour vérification

(b) Parmi tous les triangles possibles, quelle semble être la nature du triangle d'aire maximale?

Appeler l'examinateur pour vérification

2. Démonstration :

On note x la longueur BC et A(x) l'aire de ABC.

- (a) Dans quel intervalle le réel x peut il prendre ses valeurs?
- (b) Soit H le milieu de [BC], exprimer AH en fonction de x et en déduire que

$$\mathcal{A}(x) = \frac{x}{4}\sqrt{225 - 30x}$$

(c) Résoudre le problème posé.

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(b) et 2.(a)(b) et (c).
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.