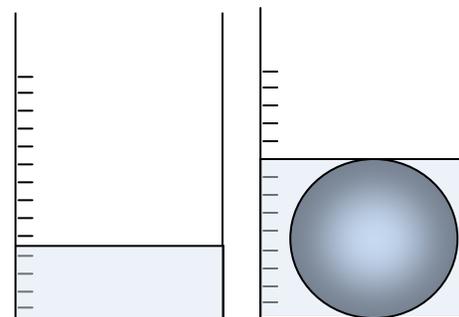


|  |  |   |
|--|--|---|
| <b>Jeu de bille</b>  | Classe(s) : 1 <sup>ère</sup> T <sup>le</sup> |  |
| <i>Une situation géométrique menant à l'étude des variations d'un polynôme du troisième degré et à une recherche d'extremum.</i> |  |   |

## 1) Objectifs

- **Mathématiques** : Calcul de volume, étude des variations d'une fonction polynôme de degré 3.  
Recherche d'extremum dépendant d'un paramètre.
- **TICE** : Utilisation d'un logiciel de calcul formel pour conjecturer.



## 2) Énoncé de l'exercice

On dispose d'un récipient cylindrique de rayon 20 cm et dont la hauteur est graduée en cm.

- 1) Le récipient contient de l'eau dont la hauteur est 10 cm, on y plonge une bille sphérique de diamètre  $d$  et on constate que le niveau de l'eau est tangent à la bille.
- a) Montrer que le nombre  $d$  est solution du système :

$$\begin{cases} 0 \leq d \leq 40 \\ d^3 - 2400d + 24000 = 0 \end{cases}$$

- b) A l'aide d'un logiciel de calcul formel, résoudre le système précédent.
- 2) On considère maintenant une hauteur d'eau  $h$  où  $h$  est un nombre entier compris entre 1 et 20.  
On veut chercher dans chaque situation le diamètre de la bille tel que l'eau soit tangente à celle-ci après immersion.

- a) A l'aide d'un logiciel de calcul formel, remplir le tableau suivant :

| $h$ | $d$ | $h$ | $d$ | $h$ | $d$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   |     | 8   |     | 15  |     |
| 2   |     | 9   |     | 16  |     |
| 3   |     | 10  |     | 17  |     |
| 4   |     | 11  |     | 18  |     |
| 5   |     | 12  |     | 19  |     |
| 6   |     | 13  |     | 20  |     |
| 7   |     | 14  |     |     |     |

- b) Conjecturer le nombre de solutions pour  $d$  en fonction de  $h$  (pour les valeurs entières).
- 3) Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; 40]$  par :  $f(d) = d^3 - 2400d + 2400h$   
Étudier les variations de  $f$ , puis expliquer le résultat conjecturé au 2)b)

## A noter :

*Cette activité est réalisable en classe de première après le chapitre d'étude de fonctions polynômes ou en classe de terminale.*

## Consignes orales :

***Une production écrite est demandée aux élèves pour le lendemain.***

*Pour la séance présentée ici, les élèves ont eu à rédiger l'étude des variations de la question 3) chez eux et le nombre de solutions en fonction de  $h$  a été justifié à l'aide du tableau le lendemain en classe entière.*

## 3) Scénario

*Classe de Terminale STI – élèves en 2 groupes de 14 ( $2 \times 7$  binômes).*

*Durée : 1 heure*

## Contenu et organisation des séances :

### Ce qui a été fait avant :

*Le cours sur l'étude de fonctions polynômes est fait en première.*

### Le jour de la mise en œuvre (témoignage de l'enseignant) :

*«Les élèves étaient répartis en deux groupes de 14 élèves dans une salle disposant d'ordinateurs.*

- *L'entrée dans l'énoncé a été laborieuse pour la majorité d'entre eux, et il leur a fallu un peu de temps pour arriver seuls à l'addition de volumes qui mène à l'équation du 1)a).*
- *Une fois le système justifié, la résolution nécessitait d'utiliser du calcul formel. Sur 14 binômes, 6 ont utilisé leur calculatrice (TI89 ou classpad) et les autres ont utilisé le logiciel dérive sur ordinateur (suite à une indication de ma part : ils ne le connaissaient pas.*
- *Deux binômes ont défini des domaines de variables, les autres ont uniquement saisi l'équation.*
- *La résolution des différentes équations pour remplir le tableau s'est faite sans problème (ceux utilisant le logiciel n'ont eu besoin d'aucune aide, ils l'ont fait de manière intuitive).*
- *Le traitement des solutions obtenues sur la machine par contre a été problématique : Les élèves relevaient systématiquement la solution proche de  $h$  et n'ont pas vu qu'à partir de  $h = 14$  il y avait une deuxième solution possible. L'affichage en ligne de la TI89 les a d'ailleurs trompés car ils étaient obligés de faire défiler les solutions pour voir la seconde variable. Seuls les deux binômes ayant défini un intervalle pour la variable  $d$  ont vu une deuxième solution s'afficher.*

- *La séance touchant à sa fin nous n'avons eu que le temps de conjecturer le nombre de solutions à l'aide du tableau et les élèves ont eu pour consigne de réaliser le tableau de variations de la fonction  $f$  pour le lendemain. »*

## Les outils nécessaires ou utiles :

### Matériel :

Calculatrice équipée de calcul formel ou ordinateur.

### Logiciel :

Logiciel de calcul formel.

## L'évaluation

### Compétences B2I :

**C.1.2 :** Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

**C.2.4 :** Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...)

### Compétences mathématiques (grille d'évaluation) :

| Compétences |                                      |
|-------------|--------------------------------------|
| M1          | Réaliser une production de qualité   |
| M2          | Faire une recherche active           |
| M3          | Énoncer une conjecture               |
| M4          | Savoir utiliser les outils du cours  |
| M5          | Rédiger une démonstration structurée |
| M6          | Rédiger une démonstration complète   |

### Commentaires :

M1 :

*La production réalisée peut être une construction, un programme de construction, un tableau à compléter, des calculs à effectuer, ...*

*L'élève a réussi à intégrer la problématique et a su utiliser l'outil informatique pour apporter des réponses aux objectifs énoncés.*

M2 :

*La recherche est organisée. La démarche expérimentale est dynamique et autonome. L'élève développe lui-même les outils de son expérience : il demande par exemple d'utiliser un outil informatique plutôt qu'un autre.*

*La narration de la recherche permet de dégager les différentes pistes ou essais qui n'ont pas nécessairement abouti : descriptions, dessins, schémas, ...*

*Si l'activité se fait en groupe, tous les élèves auront participé à la recherche.*

M3 :

*La conjecture énoncée peut être fausse mais cohérente avec la problématique énoncée. L'élève doit être convaincu de sa conjecture.*

*L'élève sait distinguer le statut d'une conjecture à celui d'une propriété démontrée.*

M4 :

*L'élève sait appliquer ses connaissances mathématiques à bon escient.*

M5 :

*L'élève rédige un raisonnement cohérent à partir des données de l'énoncé mais qui n'aboutit pas nécessairement.*

*La rédaction, rigoureuse et organisée, s'appuie sur les outils du cours.*

M6 :

*La démonstration a abouti même si la rédaction n'est pas rigoureuse et structurée.*

*L'élève fait référence aux données nécessaires et a choisi les outils appropriés.*