

Des sommes

Classe(s) : Seconde - Première



$$(1+2+3+\dots+n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$$

1) Objectifs

Conjecturer et démontrer à l'aide d'un logiciel de calcul formel l'égalité

$$(1+2+3+\dots+n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 .$$

2) Énoncé de l'exercice

Calculer

$$1+2$$

$$1+2+3$$

$$1+2+3+4$$

$$1+2+3+4+5$$

$$1+8$$

$$1+8+27$$

$$1+8+27+64$$

$$1+8+27+64+125$$

Quelle conjecture peut-on énoncer ?

Tester votre conjecture avec $1+2+\dots+100$ puis avec $1+2+\dots+10000$.

Démonstration.

Consignes orales :

Une production écrite est demandée aux élèves. Celle-ci pourra être ramassée en fin d'heure ou donnée en devoir.

3) Scénario

Durée : c'est une toute première séance d'une heure, les élèves découvrent le logiciel de calcul formel.

Contenu et organisation des séances :

Ce qui a été fait avant :

Quelques calculs avec des identités remarquables.

Le jour de la mise en œuvre (témoignage de l'enseignant) :

L'activité permet une première utilisation d'un logiciel de calcul formel. Les élèves ont souvent des difficultés pour analyser la situation en comparant la colonne de gauche à celle de droite. Ils émettent plutôt des conjectures sur la construction de la première colonne (puis sur la deuxième colonne). Ils découvrent qu'il peut y avoir d'autres identités remarquables ! Pour la démonstration il est nécessaire d'expliquer aux élèves comment obtenir la somme des termes avec un logiciel de calcul forme.

Les outils nécessaires ou utiles :

Matériel : Un poste informatique par élève.

Logiciel : Un logiciel de calcul formel par exemple DERIVE.

4) Enoncé élève

Calculer

$$1+2$$

$$1+2+3$$

$$1+2+3+4$$

$$1+2+3+4+5$$

$$1+8$$

$$1+8+27$$

$$1+8+27+64$$

$$1+8+27+64+125$$

Quelle conjecture peut-on énoncer ?

Tester votre conjecture avec $1+2+\dots+100$ puis avec $1+2+\dots+10000$.

Démonstration.

L'évaluation

On peut demander aux élèves d'imprimer les calculs réalisés avec le logiciel de calcul formel.

Compétences B2I :

C.1.1 : Je sais m'identifier sur un réseau ou un site et mettre fin à cette identification

C.1.2 : Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

C.2.4 : Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...)

Compétences mathématiques (grille d'évaluation) :

Compétences	
M1	Réaliser une production de qualité
M2	Faire une recherche active
M3	Énoncer une conjecture
M4	Savoir utiliser les outils du cours
M5	Rédiger une démonstration structurée
M6	Rédiger une démonstration complète

Commentaires :

M1 :

La production réalisée peut être une construction, un programme de construction, un tableau à compléter, des calculs à effectuer, ...

L'élève a réussi à intégrer la problématique et a su utiliser l'outil informatique pour apporter des réponses aux objectifs énoncés.

M2 :

La recherche est organisée. La démarche expérimentale est dynamique et autonome. L'élève développe lui-même les outils de son expérience : il demande par exemple d'utiliser un outil informatique plutôt qu'un autre.

La narration de la recherche permet de dégager les différentes pistes ou essais qui n'ont pas nécessairement abouti : descriptions, dessins, schémas, ...

Si l'activité se fait en groupe, tous les élèves auront participé à la recherche.

M3 :

La conjecture énoncée peut être fausse mais cohérente avec la problématique énoncée. L'élève doit être convaincu de sa conjecture.

L'élève sait distinguer le statut d'une conjecture à celui d'une propriété démontrée.

M4 :

L'élève sait appliquer ses connaissances mathématiques à bon escient.

M5 :

L'élève rédige un raisonnement cohérent à partir des données de l'énoncé mais qui n'aboutit pas nécessairement.

La rédaction, rigoureuse et organisée, s'appuie sur les outils du cours.

M6 :

La démonstration a abouti même si la rédaction n'est pas rigoureuse et structurée.

L'élève fait référence aux données nécessaires et a choisi les outils appropriés.