académie Strasbourg
Ministère de l'Éducation nationale
Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche

Égalité d'aires

Énoncé

On considère un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 8$ et $AD = 10$. Pour tout point M du segment $[AB]$, on considère le point J du segment $[AD]$ et le point I tels que $AMIJ$ soit un carré.
On appelle H le point d'intersection des droites (IJ) et (BC) et K le point d'intersection des droites (MI) et (CD).
Le but de l'exercice est de chercher les positions du point M pour lesquelles la somme des aires des quadrilatères $AMIJ$ et $CKIH$soit égale à la moitié de l'aire du rectangle $ABCD$.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, faire une figure.

   Appeler l'examinateur pour une vérification de la figure.

2. Faire afficher les distances AM, IH et IK ainsi que les aires des quadrilatères $AMIJ$ et $CKIH$.
   Faire varier le point M sur le segment $[AB]$ et faire une conjecture sur les positions du point M qui semblent convenir au problème.

   Appeler l'examinateur pour une vérification de la figure et de la conjecture.

3. On note x la longueur du segment $[AM]$.
   (a) Exprimer en fonction de x l'aire du carré $AMIJ$.
   (b) Quelle est la nature du quadrilatère $CKIH$. Exprimer son aire en fonction de x.
   (c) Traduire le problème par une équation d'inconnue x.

   Appeler l'examinateur pour une vérification de la figure.

   (d) Montrer que cette équation s'écrit $(x-4)(x-5) = 0$ et vérifier la conjecture faite au 2.

Production demandée

- Construction d'une figure dynamique permettant de réaliser une conjecture sur la position du point M.
- Mise en équation du problème.
- Résolution de l'équation de l'équation en 3 (d)

D'après une épreuve pratique de l'académie de Versailles.