

## Aire de Varignon

Classe(s) : 1<sup>ère</sup>



Une situation géométrique menant à l'étude des variations d'un trinôme du second degré et à une recherche d'extremum.

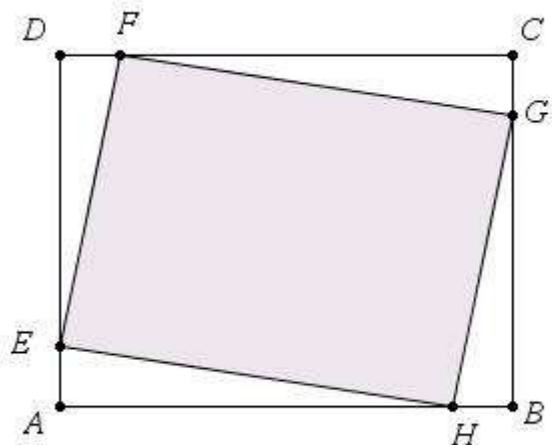
### 1) Objectifs

#### Mathématiques :

- Calcul d'aire, étude des variations d'un trinôme du second degré.
- Extremum d'une fonction.

#### TICE :

- Logiciel de géométrie dynamique pour faire la figure et tracer éventuellement la courbe d'une fonction.



### 2) Énoncé de l'exercice

On considère un rectangle ABCD de longueur  $L = AB$  et de largeur  $l = AD$ .

On construit les points E, F, G et H respectivement sur les segments [AD], [DC], [CB] et [BA] tels que :  $AE = DF = CG = BH = x$

Le but de l'activité est l'étude des variations de l'aire  $A$  du parallélogramme EFGH en fonction de  $x$ .

- 1) Dans cette question on prend  $L = 9$  cm et  $l = 7$  cm.
  - a) Construire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique puis conjecturer les variations de  $A$  en fonction de  $x$ .
  - b) Montrer que l'on a :  $A(x) = 2x^2 - 16x + 63$ .
  - c) Dresser le tableau des variations de  $A$ .
- 2) Dans cette question on prend  $L = 9$  cm et  $l = 2$  cm.  
Reprendre les points a) b) et c) de la question précédente.
- 3) Quelle différence constatez-vous entre ces deux situations ?
- 4) Dans le cas général démontrer, en étudiant les variations de  $A$ , une condition sur  $L$  et  $l$  qui permette de différencier ces deux situations.

### A noter :

*Cette activité est réalisable en classe de première après l'étude des variations de fonctions.*

### Consignes orales :

*Les élèves sont avertis dès le départ que la dernière question sera à rédiger en devoir maison.*

### Compléments : démonstration,...

*La preuve que EFGH est un parallélogramme est rappelée oralement en début d'heure, sans insister car elle peut entraîner des élèves sur une fausse piste dans le calcul d'aire.*

## 3) Scénario

*Classe de 1S – 28 élèves en classe entière*

*L'activité a été faite en deux groupes de 14 élèves dans une salle équipée de 8 ordinateurs.*

*Durée : 1 heure*

### Contenu et organisation des séances :

#### Ce qui a été fait avant :

*Classe de première S qui a l'habitude d'utiliser le logiciel géogébra.*

*L'activité intervient en fin d'année, l'étude des variations d'une fonction est donc assez bien ancrée.*

#### Le jour de la mise en œuvre (témoignage de l'enseignant) :

- *Les élèves travaillent en binôme sur un ordinateur.*
- *La mise en route est rapide et le choix du logiciel guidé par leurs habitudes.*
- *La construction de ABCD ne pose aucun problème contrairement à la construction de EFGH. Les élèves ont eu beaucoup de mal à reporter une longueur : il a fallu que je leur rappelle qu'il est possible d'utiliser des cercles.*
- *Certains binômes ont cherché à calculer l'aire d'un parallélogramme et ont eu du mal, jusqu'à ce que d'autres leur montrent le calcul par soustraction.*
- *Ils ont ensuite tracé le point de coordonnées  $(x, A(x))$  à l'aide du logiciel. Certains ont eu un problème d'échelle.*
- *Les deux expérimentations ont pris toute l'heure qui s'est achevée sur la constatation qu'il peut y avoir des variations différentes pour A.*
- *Les élèves ont eu pour consigne de rédiger la question 4) en devoir maison.*

## Les outils nécessaires ou utiles :

### Matériel :

Une salle informatique un poste pour un ou deux élèves.

### Logiciel :

Géogébra.

## L'évaluation

### Compétences B2I :

**C.1.2 :** Je sais accéder aux logiciels et aux documents disponibles à partir de mon espace de travail.

**C.2.4 :** Je m'interroge sur les résultats des traitements informatiques (calcul, représentation graphique, correcteur...)

### Compétences mathématiques (grille d'évaluation) :

Compétences	
M1	Réaliser une production de qualité
M2	Faire une recherche active
M3	Énoncer une conjecture
M4	Savoir utiliser les outils du cours
M5	Rédiger une démonstration structurée
M6	Rédiger une démonstration complète

### Commentaires :

M1 :

*La production réalisée peut être une construction, un programme de construction, un tableau à compléter, des calculs à effectuer, ...*

*L'élève a réussi à intégrer la problématique et a su utiliser l'outil informatique pour apporter des réponses aux objectifs énoncés.*

M2 :

*La recherche est organisée. La démarche expérimentale est dynamique et autonome. L'élève développe lui-même les outils de son expérience : il demande par exemple d'utiliser un outil informatique plutôt qu'un autre.*

*La narration de la recherche permet de dégager les différentes pistes ou essais qui n'ont pas nécessairement abouti : descriptions, dessins, schémas, ...*

*Si l'activité se fait en groupe, tous les élèves auront participé à la recherche.*

M3 :

*La conjecture énoncée peut être fausse mais cohérente avec la problématique énoncée. L'élève doit être convaincu de sa conjecture.*

*L'élève sait distinguer le statut d'une conjecture à celui d'une propriété démontrée.*

M4 :

*L'élève sait appliquer ses connaissances mathématiques à bon escient.*

M5 :

*L'élève rédige un raisonnement cohérent à partir des données de l'énoncé mais qui n'aboutit pas nécessairement.*

*La rédaction, rigoureuse et organisée, s'appuie sur les outils du cours.*

M6 :

*La démonstration a abouti même si la rédaction n'est pas rigoureuse et structurée.*

*L'élève fait référence aux données nécessaires et a choisi les outils appropriés.*