6. FUNKTIONEN
FUNKTIONEN, DEREN GRAPH EINE GERADE IST.

<u>Remarques préliminaires</u> : *1) Comme nous l'avions déjà signalé au chapitre 4. «* Gleichungssysteme *» il y a un « faux ami » dans le vocabulaire de l'étude des fonctions linéaires et affines. Une « **fonction linéaire** » est désignée par «* **proportionale Funktion** *» puisqu'elle correspond à une* ***situation de proportionnalité****, ce qui ne devrait pas poser de problèmes à nos élèves. La « **fonction affine** » par contre est intitulée dans les manuels allemands «* **lineare Funktion** *» puisque sa* ***représentation graphique est une droite****. N'ayant pas trouvé de terme satisfaisant pour désigner autrement une fonction polynomiale du 1er degré et pour ne pas perturber nos élèves, nous parlerons simplement de «* **allgemeine Funktion** *» étant entendu qu'on travaille dans le chapitre des «* **Funktionen, deren Graph eine Gerade ist.** *»*
2) Dans les manuels allemands on lit : Funktion kommt von **fungere** (latein) = verrichten, vollziehen. *La notion de fonction est définie de manière générale* « Begriff einer Funktion » *et les* « Lineare Funktionen » *y sont étudiées comme cas particulier.*

<u>*Objectifs visés :*</u>

∗ Savoir déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe, un tableau de données ou une formule.
∗ Savoir reconnaître une fonction linéaire ou affine et connaître les notations : $f : x \rightarrow ax$ et $f : x \rightarrow ax + b$.
∗ Savoir déterminer une fonction linéaire ou affine (noter qu'une fonction linéaire est une fonction affine).
∗ Savoir calculer les images de nombres par une fonction linéaire ou affine en comprenant que dans la notation des images f(3), f(− 0,5) par exemple, les parenthèses ont un autre statut que dans le calcul algébrique.
∗ Savoir écrire l'équation de la droite représentative d'une fonction linéaire ou affine.
∗ Savoir représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine.
∗ Savoir lire sur la représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée.
∗ Savoir exploiter une représentation graphique, entre autre en interprétant graphiquement le coefficient directeur a, l'ordonnée à l'origine b et en remarquant la proportionnalité des accroissements de x et de y.
∗ Savoir déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d 'un nombre non nul et de son image ou affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.

ZUM EINSTEIGEN

Einleitende und wiederholende Aufgaben.

(1)

Marias Eltern haben im Laufe der Jahre die Körpergröβe ihrer Tochter genau gemessen und in der folgenden Tabelle notiert.

Alter (in Jahre)	0	1	2	3	8	11	16
Körpergröβe (in cm)	53	78	89	98	130	136	172

a) Stelle die Gröβen in einem Koordinatensystem dar, mit Marias Alter als x- und ihrer Körpergröβe als y- Wert.
b) In welcher Zeit ist Maria sehr schnell gewachsen ? Wie groβ war sie mit 13 Jahren ?
c) Ist die Zuordnung Alter mit Körpergröβe proportional ?
d) Wie erkennt man eine proportionale Zuordnung : graphisch und rechnerisch ?

(2) Ergänze folgende Tabellen, damit sie jeweils proportionale Zuordnungen darstellen.

a)

4	9	13
16		

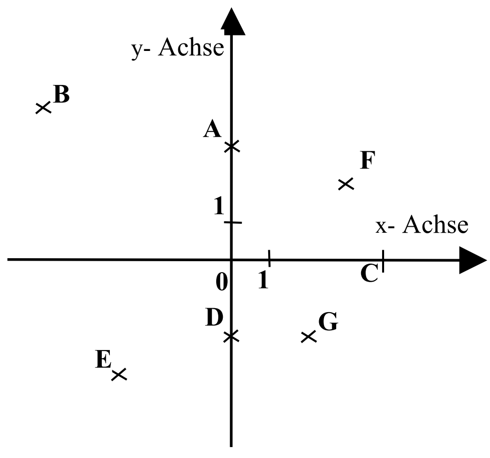
b)

7	35	
	20	12

c)

	7,5	9
14		6

(3)



a) Lies die Koordinaten der Punkte A, B, C, D, E, F und G ab.
b) Trage die folgenden Punkte in dasselbe Koordinatensystem ein :
H(1 ; 1), I(1 ; 0), J(0 ; 1), K(− 2 ; − 1) und L(− 4 ; 1)
c) Richtig oder falsch ?
- der x- Wert von A ist 3,
- der y- Wert von F ist 2,
- die Koordinaten von L sind (1 ; – 4),
- der x- Wert von J ist 0.
d) Welche Bemerkung kannst du über die Punkte der x- Achse machen ? Über die Punkte der y- Achse ?

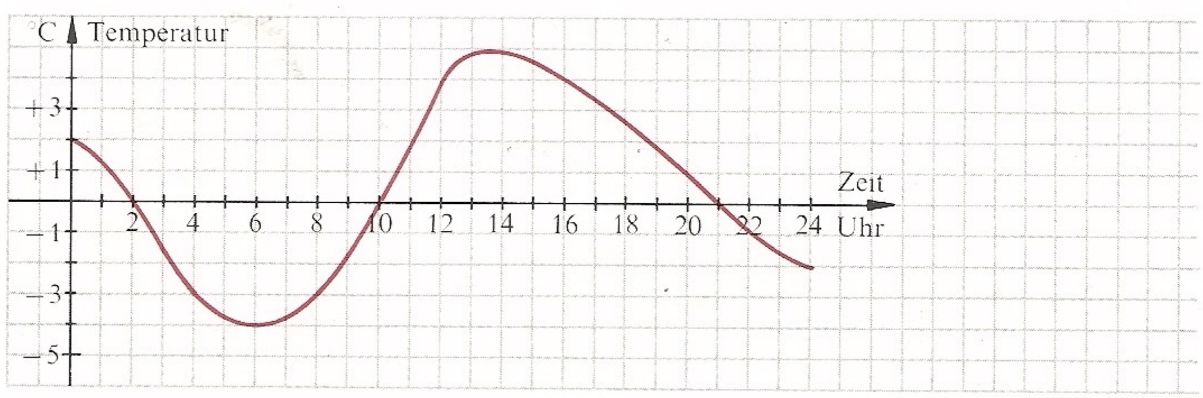
(4) Gegeben sind die beiden Variablen x und y so, dass gilt : $y = 5x - 2$.

a) Berechne y wenn gilt : $x = -1$
b) Berechne x wenn gilt : $y = -17$

I FUNKTIONEN ALS EINDEUTIGE ZUORDNUNGEN

Einstieg 1 **Eindeutigkeit einer Funktion – Wertetabelle und Graph**

Aufgabe 1: In einer Wetterkarte wurde für den Verlauf eines Wintertages die Lufttemperatur in Form eines Graphen aufgezeichnet.
a) Lies aus dem folgenden Graphen den jeweiligen Wert der Lufttemperatur zu den Zeitpunkten 0 Uhr, 4 Uhr, 8 Uhr, 12 Uhr, 16 Uhr, 20 Uhr und 24 Uhr ab und notiere die Ergebnisse in die untere Wertetabelle.



Objectif : Déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe

Zeitpunkt	0 Uhr	4 Uhr	8 Uhr	12 Uhr	16 Uhr	20 Uhr	24 Uhr
Temperatur	+ 2 °C		– 3 °C				

b) Zu welchen Zeitpunkten hatte die Lufttemperatur den Wert + 1 °C?
c) Gib, dank dem Graphen, Beispiele an, die zeigen, dass eine bestimmte Temperatur zu verschiedenen Zeitpunkten erreicht werden kann. Das bedeutet: Zu einer Temperatur gehört nicht immer ein ganz bestimmter Zeitpunkt.

Zur Information

Zu jedem Zeitpunkt gehört eine ganz bestimmte Lufttemperatur.
In der Mathematik sagt man: Jedem Zeitpunkt ist eine Lufttemperatur eindeutig zugeordnet.
Eine solche eindeutige Zuordnung nennt man **Funktion**.

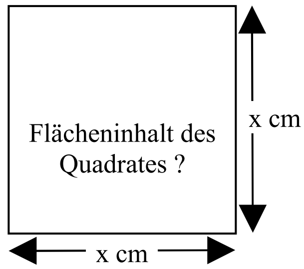
Fungi *(latein): verrichten, vollziehen*

In der oberen Aufgabe ist z. B. dem Wert 8 der ersten Größe (Zeitpunkt) der Wert – 3 der zweiten Größe (Lufttemperatur) zugeordnet, deshalb nennt man – 3 den **Funktionswert von 8.**

Um auszudrücken, dass – 3 der Funktionswert von 8 ist, schreibt man kurz:
f(8) = – 3 (lies: "Funktionswert von 8 gleich – 3" oder "f von 8 gleich – 3")

Aufgabe 2:

Jedes Quadrat hat einen bestimmten Flächeninhalt, das heißt die Zuordnung Seitenlänge → Flächeninhalt ist eindeutig, also wird sie durch eine Funktion f bestimmt.



a) Welchen Flächeninhalt hat ein Quadrat mit den Seitenlängen 0,5 cm ; 1 cm ; 1,5 cm ; 2 cm und x cm ?

b) Stelle die Ergebnisse in der folgenden Wertetabelle zusammen.

Seitenlänge (in cm)	0,5	1	1,5	2	x	Urbild
Flächeninhalt (in cm²)					f(x)	**Bild (oder Funktionswert)**

Wenn die Seitenlänge x cm lang ist, mit welchen Term f(x) wird der Flächeninhalt berechnet?

Remarques :

Dans les manuels allemands, on ne trouve pas directement l'équivalent de notre expression : « **quel est l'antécédent de 4 par la fonction f ?**». Propositions : traduire par « **Welches ist das Urbild von 4** ? » ou, comme en Allemagne, : « **An welcher Stelle nimmt die Funktion f den Wert 4 an** ? » Pour dire : « **quelle est l'image de 2 par la fonction f** », on trouve en Allemagne : « **Welchen Wert hat die Funktion f an der Stelle** 2 » ?

In der Mathematik schreibt man: $f(x) = x^2$ oder $f : x \to x^2$
Es gilt: f(2) = 4. (Lies: f von 2 gleich 4).
Es heißt: **das Bild** von 2 (oder **der Wert an der Stelle** 2 oder der **Funktionswert von** 2) ist 4 und 2 ist **das Urbild** von 4.

c) Veranschauliche die Funktion durch einen Graphen im Koordinatensystem.
Wähle dazu auch noch weitere Seitenlängen.
Welche Zahlen darfst du hier für x einsetzen ?

d) Ordne jeder Zahl x ihre Quadratzahl x^2 zu. Setze dabei in den Term x^2 für x auch negative Zahlen ein. Stelle die Ergebnisse der Funktion $f : x \to x^2$ in einer Wertetabelle zusammen und zeichne den Graphen dieser Funktion.

Lösung

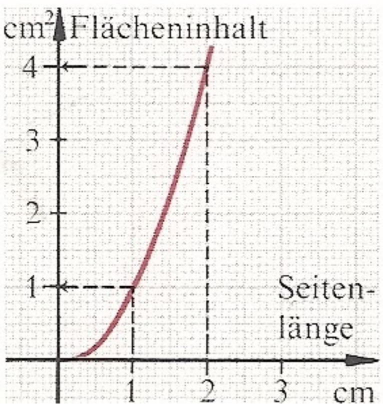
a) b) und c) Wertetabelle

Seitenlänge (in cm)	Flächeninhalt (in cm²)
0,5	**0,25**
1	**1**
1,5	**2,25**
2	**4**
x	**x^2**

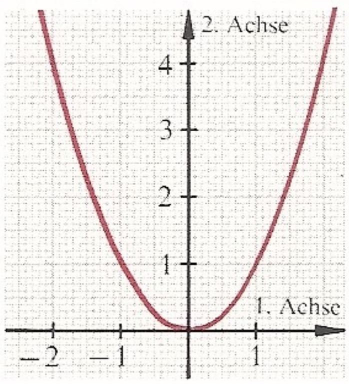
d) Wertetabelle

Stelle x	Funktionswert x^2
– 2	**4**
– 1	**1**
0	**0**
1	**1**
2	**4**

Graph



Graph



II PROPORTIONALE FUNKTIONEN : x → ax

Einstieg 2 Proportionalität, Graph und Gleichung y = ax

Aufgabe 1 :

Bei dem Taxiunternehmen « Fahrgut » kostet die Fahrt 1,10 € pro gefahrenen Kilometer und 2,20 € für die Grundgebühr.

a) Wie viel kostet eine Fahrt von 3 ; 4 ; 7 ; 10 ; 20 km Länge. ?

b) Wie viel würden jeweils ohne Grundgebühr die in a) erwähnten Fahrten kosten?

Aufgabe 2 : a) Liegen in den folgenden Tabellen proportionale Zuordnungen vor ?

Umfang eines gleichseitigen Dreiecks

Seite x (in cm)	2		4,5	
Umfang y (in cm)		9		30

Flächeninhalt eines Quadrats

Seite x (in cm)	2		4,5	
Flächeninhalt y (in cm^2)		9		100

Objectif : Relier des situations de proportionnalité étudiées les années précédentes à une relation de type y = ax et inversement

d) Stelle jeweils eine Formel für y mit der Variablen x auf.

e) Verfahre ebenso (wie in der Frage b) für das Taxiunternehmen « Fahrgut », wenn y den gefahrenen Preis darstellt und x die gefahrene Strecke.

Siehe oben : Aufgabe 1

Aufgabe 3 : Ein Kilogramm einer bestimmten Kaffeesorte kostet 10,50 €.

a) Wie teuer sind 0,5 kg ; 2 kg ;3 kg ; 5 kg ; 7,5 kg und 10 kg dieser Kaffeeesorte ?

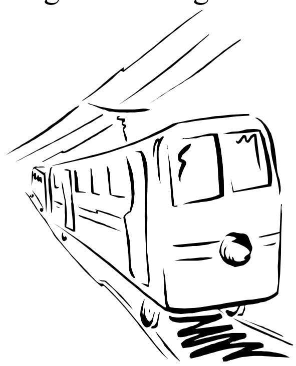
b) Ist die Zuordnung Gewicht → Preis proportional ?
Nach welcher Zuordnungsvorschrift kannst du die Preise berechnen ?
Notiere die Formel dieser Zuordnungsvorschrift.

c) Lege eine Wertetabelle an und zeichne den Graphen, indem du die Gewichte auf der x– Achse und die Preise auf der y- Achse darstellst.

Aufgabe 4 : a) Ergänze folgende Tabelle. Es handelt sich um eine gleichförmige Bewegung.

Zeit t (in min)	35		30	t
Zurückgelegter Weg d eines Schnellzüges (in km)	105	45		

× …

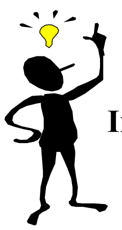


b) Mit welcher Zahl muss man die Zeit **t** multiplizieren, um den zurückgelegten Weg **d** zu berechnen ?

Diese Zahl ist der **Proportionalitätsfaktor** der Zuordnung !

Ergänze :
d = …….. × t

c) Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit dieses Zuges in km • h^{-1}.



Zur Information

Jede Proportionalität hat eine **Zuordnungsvorschrift** der Form : **y = a × x** mit einer festen Zahl a. Die Zahl a heiβt **Proportionalitätsfaktor**.

Man sagt auch : y = ax ist die Formel der proportionalen Zuordnung.

Einstieg 3 **Proportionale Zuordnungen als Funktionen : Funktionen mit der Gleichung y = ax**

Aufgabe 1 : In der Aufgabe 3 von Einstieg 2 kostet 1 kg Kaffee 10,50 €.

Deshalb lautet die Zuordnungsvorschrift : y = 10,50x , wobei x das Gewicht (in kg) darstellt und y den zugehörigen Preis (in €).

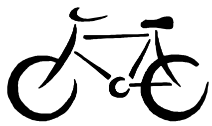
Gib nun für die Zuordnung : Gewicht x (in kg) → Preis y (in €)
die Vorschrift in der Form : $x \rightarrow \boxed{\quad}$ an.

Objectif : Définir la notion de fonction linéaire et remarquer qu'elle correspond à une situation de proportionnalité

Aufgabe 2 : Der Preis für ein Fahrrad von 130 € soll um 20 % erhöht werden.

a) Berechne die Preiserhöhung und den neuen Preis.
b) Berechne ebenso, wenn das Fahrrad 140 € ; 150 € ; x € kostet.
c) Mit welcher Zahl wird jeweils der alte Preis multipliziert, um den neuen Preis zu finden ?
Ergänze :

$$\underbrace{\text{Alter Preis}}_{x} + \underbrace{\text{Preiserhöhung}}_{x\times\quad} = x\,(1+\quad) = x\times \underbrace{\text{Neuer Preis}}_{\boxed{\quad}}$$



d) Gib nun für die Zuordnung :

Alter Preis (in €) → Neuer Preis (in €) die Vorschrift in der Form :

$x \rightarrow \boxed{\quad}$ an.

Die proportionale Zuordnung Alter Preis → Neuer Preis ist eine **proportionale Funktion** f :
x → 1,2 x mit der **Funktionsgleichung y = 1,2 x.**

Zur Information :

Jede proportionale Zuordnung ist eine **proportionale Funktion** f :
x → ax mit einer **Funktionsgleichung** der Form : **y = ax.**

Wir sagen :
∗ der Zahl **x** wird das Produkt **a × x durch die Funktion f zugeordnet**.
∗ **ax** ist der **Funktionswert von x** oder der **Funktionswert an der Stelle x**.

Als Schreibweise ist auch : **f(x) = ax** üblich

Gelesen « **f von x** » oder « **f an der Stelle x** »

$$x \xrightarrow{\times a} ax$$

Bemerkung :

Eine proportionale Funktion wird entweder durch : ∗ ihre **Funktionsgleichung y = ax** oder
∗ den **Funktionsterm f(x) = ax**
mit dem **Proportionalitätsfaktor a** eindeutig festgelegt.

Aufgabe 3 : Welche Zuordnungen aus den vorhergehenden Seiten führen zu proportionalen Funktionen ? Begründe jeweils deine Antwort.

Objectifs : Comprendre que les parenthèses ont un autre statut que dans le calcul algébrique et savoir déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre et de son image

Aufgabe 4 : a) Gegeben ist die proportionale Funktion $f: x \rightarrow -7x$.
Berechne f(1) ; f(3) ; f(– 0,5) ; f(–).
b) Gegeben sind nun die Funktionswerte : f(x) = 28 ; f(x) = – 14 ; f(x) = 70.
Berechne jeweils den zugehörigen Wert der Variablen x.

Aufgabe 5 : a) Gegeben ist eine proportionale Funktion f_1 so, dass : $f_1(3) = 7,5$.
Berechne den Proportionalitätsfaktor a und ergänze die Schreibweise : $f_1(x)$ = …….
b) Verfahre ebenso mit der proportionalen Funktion f_2 wenn gilt : $f_2(-4) = 11$.
c) Gegeben ist eine proportionale Funktion f_3. Der Zahl 12 wird die Zahl 156 zugeordnet.
Ergänze die Schreibweise ; $f_3: x \rightarrow$…………

Einstieg 4 Prozentrechnung und proportionale Funktion

Objectif : Voir le lien entre pourcentage d'augmentation ou de diminution et l'écriture par une fonction linéaire

Aufgabe 1 :
a) Beim Ausverkauf eines Groβgeschäfts soll ein Preis um 30 % ermäβigt werden. Berechne wie in der Frage d) aus Aufgabe 2 - Einstieg 2 die Zuordnungsvorschrift zwischen altem und neuem Preis. Ergänze : Alter Preis × …….. = Neuer Preis.

b) Für die Zuordnung Alter Preis → Neuer Preis wird nun die Vorschrift in der Form f(x) = ax angegeben, wobei x den alten Preis darstellt und f(x) den neuen Preis. Berechne f(400) ; f(150) ; f(275).

c) Berechne x wenn gilt : f(x) = 210 ; f(x) = 122,5 ; f(x) = 364,7.

On pourra revoir à ce sujet les pages 4-9, 4-10 et 4-14 du document de 4ème

Aufgabe 2 : Ergänze, mit Hilfe der vorigen Aufgabe die folgende Tabelle.

	8 % einer Zahl x berechnen bedeutet : diese Zahl x **mit** ……… **multiplizieren**.	**Eine Zahl x um 8 % erhöhen** bedeutet : diese Zahl x **mit 1,08 multiplizieren**.	**Eine Zahl x um 8 % ermäβigen** bedeutet : Diese Zahl x **mit** ………….. **multiplizieren**.
Prozentrechnung	x = 0,08 x	x + x = x (1 +)= x × (1 + …….) = …….. x	x – x = x (1 –) = x × (1 – 0,08) = ….…….. x
Proportionale Funktion	x ⟶ ……….. (Proportionalitätsfaktor …….)	x ⟶ 1,08x (Proportionalitätsfaktor 1,08)	x ⟶………….. (Proportionalitätsfaktor ………)

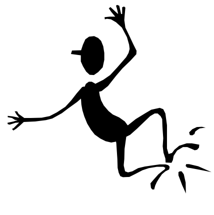
Einstieg 5 Graph einer proportionalen Funktion mit der Gleichung y = ax

Objectif : Remarquer que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine

Aufgabe 1 : Schaubild einer proportionalen Funktion im Koordinatensystem

a) Gegeben ist die proportionale Funktion $f: x \rightarrow 2,5\,x$.
Ergänze folgende Wertetabelle :

	A	B	C	D	E	F
x	– 2	– 1			2	3
f(x) = 2,5x			0	2,5		



b) Trage nun die Punkte A, B, C, D, E, F in ein Koordinatensystem mit Ursprung O ein.

Es gilt : Für jedes Zahlenpaar der Tabelle erhalten wir im Koordinatensystem einen Punkt P [x ; f(x)].

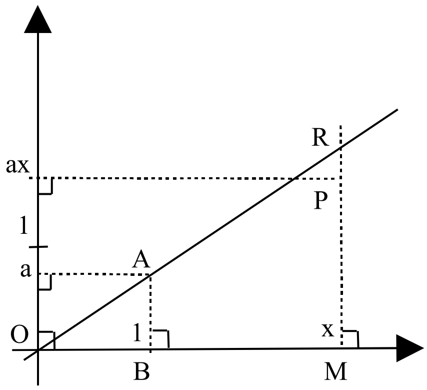
c) Welche Bemerkung kannst du über diese 6 Punkte und den Ursprung O (Achsenabschnitt) machen ?

Aufgabe 2 : Beweisführung : der Graph einer proportionalen Funktion ist eine Gerade

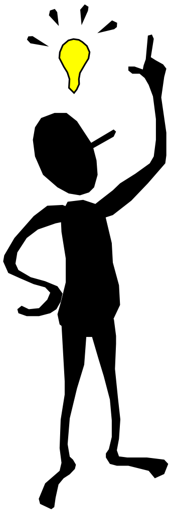
Objectif : Démontrer que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine

In der « $4^{ème}$ » hast du gelernt, dass « bei jeder proportionalen Zuordnung die Punkte des Graphen auf einer Geraden durch den Ursprung O (Achsenabschnitt) liegen. »
Wir haben in Einstieg 2 gesehen, dass jede proportionale Zuordnung eine proportionale Funktion ist.
Wir werden nun beweisen, dass der Graph einer solchen proportionalen Funktion immer eine Gerade ist, die durch den Ursprung O geht.

a) Gegeben sind, im nebenstehenden Koordinatensystem mit Ursprung O, die Punkte P(x ; ax) und A(1 ; a).
Es gilt :
OB = 1 ; OM = x ; AB = a ; PM = ax ; a > 0 und x > 1.
Beweise, dass die Punke O, A und P auf derselben Geraden liegen.



Anleitung : ∗ Zeichne die Gerade (OA) : wir nehmen an, dass sie die Gerade (MP) im Punkt R schneidet.
∗ Berechne MR, mit Hilfe des Strahlensatzes, in den Dreiecken OAB und ORM.
∗ Schließe daraus, dass P = R.

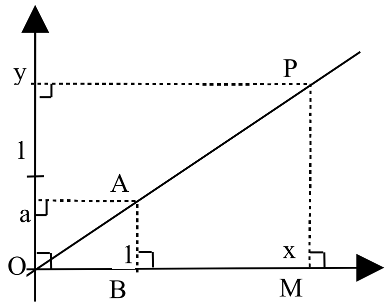


Schlussfolgerung : Jeder Punkt des Graphen einer proportionalen Funktion f : x $\longmapsto$ ax liegt also auf der Geraden (OA).

b) Könntest du die Umkehrung auch beweisen ? Begründe, dass ein Punkt P(x ; y) zu dem Graphen einer proportionalen Funktion f : x $\longmapsto$ ax gehört, wenn gilt y = ax.

Anleitung : ∗ P(x ; y) liegt auf der Geraden (OA). Es gilt :
OB = 1 ; OM = x ; AB = a ; PM = y ; a > 0 und x > 1.

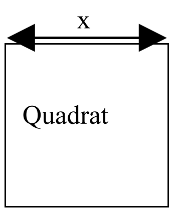
∗ Beweise mit Hilfe des Strahlensatzes in den Dreiecken OAB und OPM, dass : = .
∗ Schließe daraus, dass y = ax.



Schlussfolgerung : Jeder Punkt der Geraden (OA) gehört also zum Graphen der proportionalen Funktion. Schließlich können wir nun behaupten :

Die Punkte P(x ; y) des Graphen einer proportionalen Funktion f : x $\longmapsto$ ax **liegen auf einer Geraden durch den Koordinatenursprung O.** Die **Gleichung dieser Geraden** ist : **y = ax.**

Aufgabe 3 : In einem Quadrat mit der Seitenlänge x gilt die Zuordnung :
Seitenlänge (in cm) $\longmapsto$ Flächeninhalt (in cm^2).



a) Gib nun für diese Zuordnung die Vorschrift in der Form : x $\longmapsto$ $\boxed{}$ an.

b) Zeichne den Graphen dieser Zuordnung ; wähle dazu die Werte :
x = 0 ; x = 0,5 ; x = 1 ; x = 2 ; x = 2,5 ; x = 3. Wie verläuft dieser Graph ?

Einstieg 6 — **Geometrische Bedeutung des Proportionalitätsfaktor a : Steigungsdreieck und Steigung der Geraden**

Objectif : Interpréter graphiquement le coefficient de proportionnalité a, coefficient directeur de la droite.

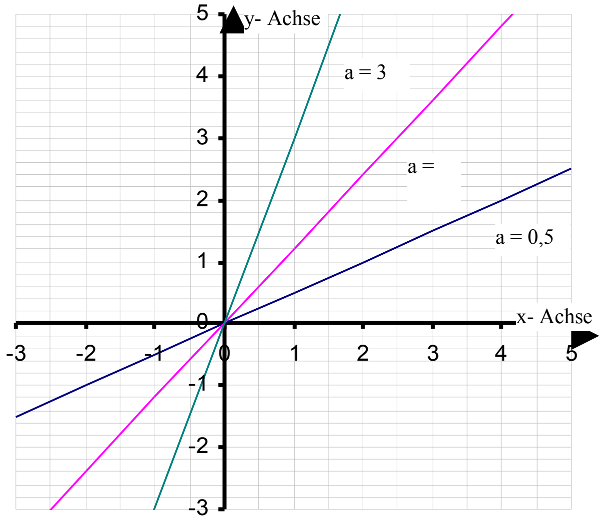
Les deux exercices proposés sont entièrement résolus, servant par là de « méthode » ou de « savoir-faire »

Aufgabe 1 : Zeichne den Graphen der proportionalen Funktion f : x → ax wenn gilt :
(1) a = ; (2) a = ; (3) a = 3.
Worin unterscheiden sich die Graphen ? Wie ändert sich die Richtung der Geraden, wenn man den Wert von a vergröβert ?

Lösung :

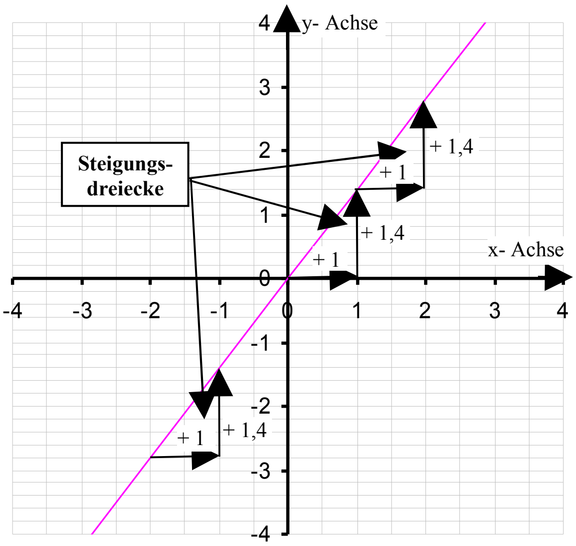
Betrachte den Verlauf jedes Graphen von links nach rechts :
Die Geraden steigen unterschiedlich « stark » an. Wenn man in dem Term ax den Proportionalitätsfaktor a durch einen gröβeren Wert ersetzt, dann erhält man eine Gerade, die « stärker » ansteigt.

Deshalb sagt man, dass **a die Steigung der Geraden** angibt.

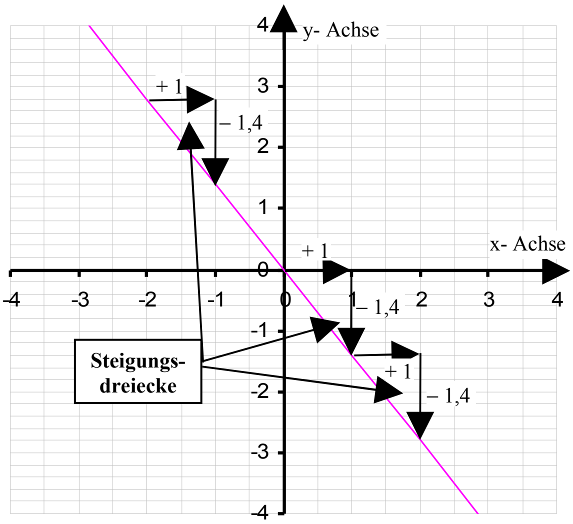


Aufgabe 2 : Verfahre ebenso wie in Aufgabe 1, wenn gilt :
(1) a = 1,4 ; (2) a = – 1,4.
Worin unterscheiden sich die Graphen ? Wie ändert sich jeweils der Funktionswert, wenn man x um 1 erhöht ?

Lösung : zu (1)



zu (2)



An jedem **Steigungsdreieck** erkennst du Folgendes: Wenn man **x um 1 erhöht**, ändert sich der **Funktionswert um + 1,4**.

Die **Gerade « steigt an »**, wenn man den Graphen von links nach rechts durchläuft.

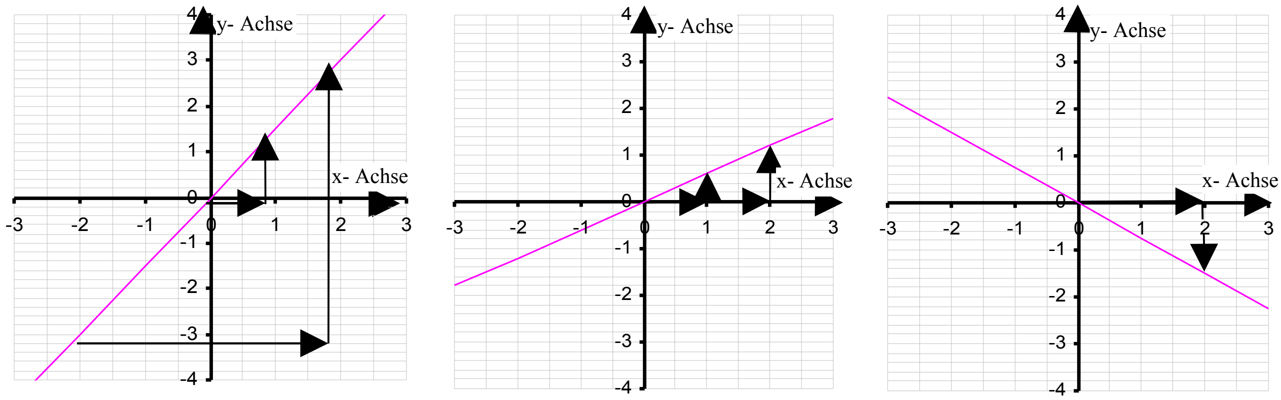
An jedem **Steigungsdreieck** erkennst du Folgendes: Wenn man **x um 1 erhöht**, ändert sich der **Funktionswert um – 1,4**.

Die **Gerade « fällt »**, wenn man den Graphen von links nach rechts durchläuft.

Der **Proportionalitätsfaktor a** einer proportionalen Funktion heiβt **Steigung** oder **Steigungsfaktor** oder **Richtungsfaktor** der Geraden.

Aufgabe 3 : a) Lies auf dem Graphen jeweils die Steigung der Geraden ab.

(1) (2) (3)



b) Bestimme jeweils die Funktionsgleichung y = ax.

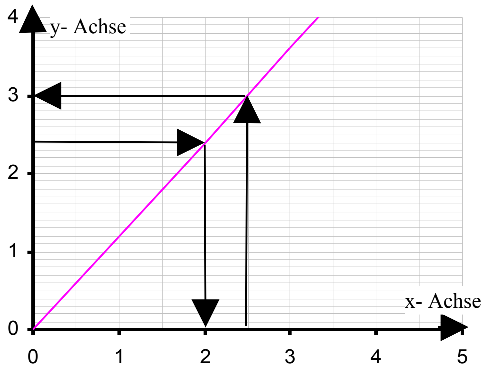
Zur Information :

Für eine proportionale Funktion f : x ⟶ ax gilt :
∗ Wenn man x um 1 erhöht, ändert sich der Funktionswert um a.
∗ **a** heiβt die **Steigung** oder der **Steigungsfaktor** oder der **Richtungsfaktor** der Geraden.
∗ Die Gerade « **steigt an** », wenn die Steigung **a positiv** ist.
∗ Die Gerade « **fällt** », wenn die Steigung **a negativ** ist.

Aufgabe 4 : Zeichne den Graphen der proportionalen Funktion f : x ⟶ ax wenn gilt a = 0.
Welche Bemerkung kannst du über die Steigung dieser Geraden machen ?

Aufgabe 5 : Gegeben ist der folgende Graph einer proportionalen Funktion f.

Objectif : Lire sur la représentation graphique d'une fonction linéaire l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée



a) Lies auf dem Graphen den Funktionswert von 2,5 (oder die Zahl f(x), die der Zahl 2,5 zugeordnet wird), also f(2,5), ab.

b) Lies auf dem Graphen die Zahl x, deren Funktionswert gleich 2,4 ist, ab (also x mit f(x) = 2,4).

c) Ergänze : f(2,5) = ….. ; f(….) = 2,4.

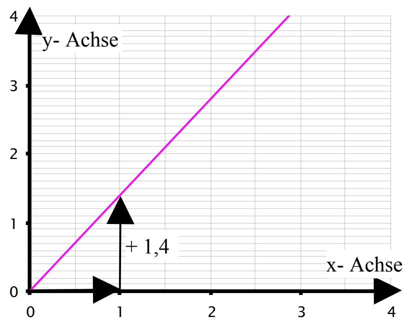
Einstieg 7 **Zeichnen des Graphen einer proportionalen Funktion x ⟶ ax**

Aufgabe 1 : « Schnelles Zeichnen eines Graphen »

Objectif : Comment représenter graphiquement une fonction linéaire

a) Die Funktion wird durch : x ⟶ 1,4x gegeben.
Beginne im Ursprung O.
Gehe um 1 (um 2 ; usw …) nach rechts und um 1,4 (um 2,8 ; usw …) nach oben.
Zeichne die Gerade.

b) Verfahre ebenso, wenn die Funktion durch :
x ⟶ – 1,4x gegeben wird.



Aufgabe 2 : Gegeben ist die proportionale Funktion $f : x \to 2{,}4x$

a) Wie viele Punkte musst du eintragen, um diese Funktion graphisch darzustellen ?
b) Liegt der Ursprung O des Koordinatensystems auf dem Graphen dieser Funktion ? Begründe.
c) Liegt der Punkt P(2,4 ; 1) auf dem Graphen dieser Funktion ? Begründe.

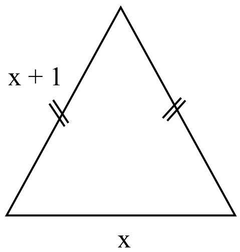
Aufgabe 3 : Zeichne jeweils den Graphen der folgenden proportionalen Funktionen.
a) $f_1 : x \to x$ b) $f_2 : x \to - x$ c) $f_3 : x \to x$ d) $f_4 : x \to - 0{,}6x$

III « ALLGEMEINE » FUNKTIONEN : $x \to ax + b$

Einstieg 8 **Von der proportionalen Funktion zur « allgemeinen » Funktion**

Objectif : Découvrir une fonction affine

Aufgabe 1 : In der unteren Figur ist ein gleichschenkliges Dreieck gezeichnet. Die Seitenlängen sind in cm angegeben. Jeder Schenkel ist 1 cm länger als die Basis. Wir nennen f(x) den Umfang dieses Dreiecks.



a) Stelle für den Umfang f(x) eine Formel mit der Variablen x auf.

b) Ist die Funktion $f : x \to f(x)$ eine proportionale Funktion ? Begründe.

b) Peter meint: « f ist eine -*spezielle proportionale Funktion*- ; man hat ihr 2 dazuaddiert. »
Und was meinst du ?

Aufgabe 2 :
Wir betrachten nun die Funktion f, die durch die Vorschrift $x \to 3x + 2$ festgelegt ist.

Um den Funktionswert f(x) zu berechnen, müssen wir **die Zahl x mit der Zahl 3 multiplizieren** und zum Ergebnis **die Zahl 2 addieren** :

$$x \xrightarrow{\times 3} 3x \xrightarrow{+2} 3x + 2$$

a) Ergänze die folgende Wertetabelle :

	A	B	C	D	E
x	0	0,5		– 0,5	
f(x) = 3x + 2			5		– 1

b) Ergänze auch :
f(2) = ….. ; f(0) = …. ; f(…) = 5
f(– 2,5) = ….. ; f(…) = 14.

Objectif : Découvrir que la représentation graphique d'une fonction affine peut être obtenue par une translation à partir de celle de la fonction linéaire associée à travers un exercice entièrement résolu

Aufgabe 3 :
a) Zeichne den Graphen g_1 der proportionalen Funktion $x \to 3x$ in ein Koordinatensystem mit Ursprung 0.

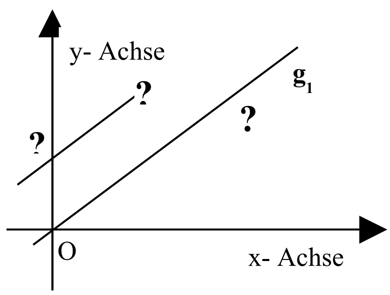
b) Trage nun die Punkte A, B, C, D und E (siehe Koordinaten in der obigen Tabelle!) in dasselbe Koordinatensystem ein: was fällt dir auf ?

c) Liegen diese 5 Punkte auf derselben Geraden ?

d) Geht diese Gerade durch den Ursprung ? Warum ?

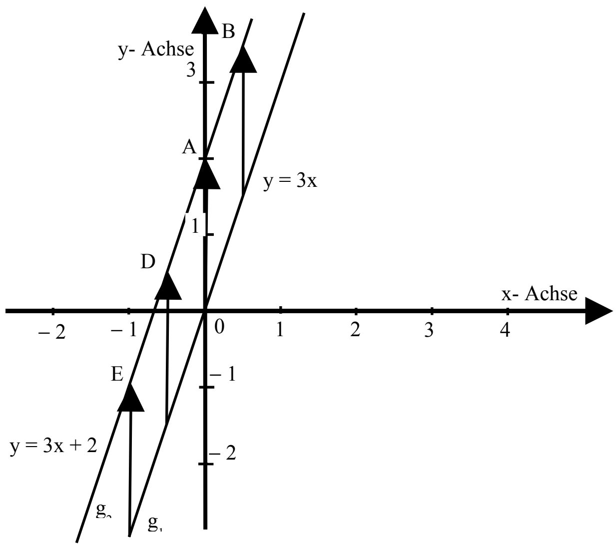
e) In welchem Punkt schneidet sie die y- Achse ?

f) Wie kann man diese Gerade mit Hilfe von g_1 zeichnen ?



Lösung :

a) Der Graph der Funktion x ⟶ 3x ist die Gerade g_1.
b) Die Punkte A, B, C, D und E wurden in das gleiche Koordinatensystem eingetragen.
c) Diese 5 Punkte liegen wiederum auf einer Geraden, wir nennen sie g_2.
d) Die Gerade g_2 geht nicht durch den Ursprung O, da dem x- Wert 0 der y- Wert 2 zugeordnet wird.
e) Deshalb schneidet die Gerade g_2 die y- Achse im Punkt (0 ; 2).
f) Wir können die Gerade g_2, mit Hilfe von g_1 zeichnen, indem wir g_1 um 2 Einheiten nach oben parallel verschieben. Wegen der Gleichungen y = 3x und y = 3x + 2 unterscheiden sich die zum gleichen x- Wert gehörenden Funktionswerte jeweils um die Zahl + 2.



Die Zahl 2 wird der **Achsenabschnitt der Geraden auf der y- Achse** oder **Ordinatenabschnitt** genannt. Man erhält diesen Ordinatenabschnitt wenn man die Zahl 0 in den Funktionsterm f(x) = 3x + 2 einsetzt : f(0) = 3 × 0 + 2 = 0 + 2 = 2.

Aufgabe 4 : a) Zeichne die Graphen der folgenden proportionalen Funktionen, wenn gilt :
(1) y = 1,4x (2) y = – 2x (3) x → x (4) x → –
b) Verschiebe dann jeweils den Graphen um 3 Einheiten nach oben (um 2 Einheiten nach unten) und gib für den neuen Graphen jeweils die entsprechende Funktionsgleichung an.

Zur Information :

∗ Die Funktion f : x ⟶ ax + b ist die **« allgemeine » Funktion, deren Graph eine Gerade ist**.
∗ Die zugehörige **Geradengleichung** ist : **y = ax + b**.
∗ **a** ist die **Steigung** der **Geraden**, und **b** ist der **Ordinatenabschnitt** : die Gerade **schneidet die y- Achse** im **Punkt (0 ; b)**.

Einstieg 9 **Zeichnen des Graphen einer « allgemeinen » Funktion : x ⟶ ax + b**

Aufgabe 1 : Mit Hilfe zweier Punkte der Geraden

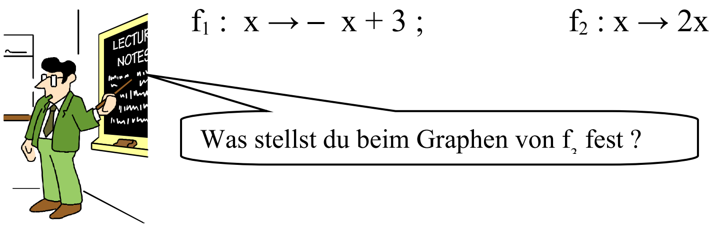
Objectif : Représenter une fonction affine par
– la donnée de deux nombres et de leurs images
– la donnée du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine

a) Zeichne den Graphen g der folgenden Funktion f : x ⟶ – x + 2

Lösung :
∗ Wir bestimmen zwei Punkte der Geraden g :
f(1) = – 1 + 2 = 1, also geht die Gerade g durch den Punkt A(1 ; 1).
f(0) = 0 + 2 = 2, also geht die Gerade g durch den Punkt B(0 ; 2).
∗ Zeichne nun (AB) = g.

b) Ergänze, mit Hilfe des Graphen : f(3) = ……… und f(…..) = 5.

c) Verfahre ebenso, wie in den Aufgaben 1a) und 1b) mit :
f_1 : x ⟶ – x + 3 ; f_2 : x ⟶ 2x – ; f_3 : x ⟶ 0x + 4.



Aufgabe 2 : Mit Hilfe der Steigung a und des Ordinatenabschnitts b

Der Graph einer « allgemeinen » Funktion hat die Steigung 0,6 und den Ordinatenabschnitt 2.

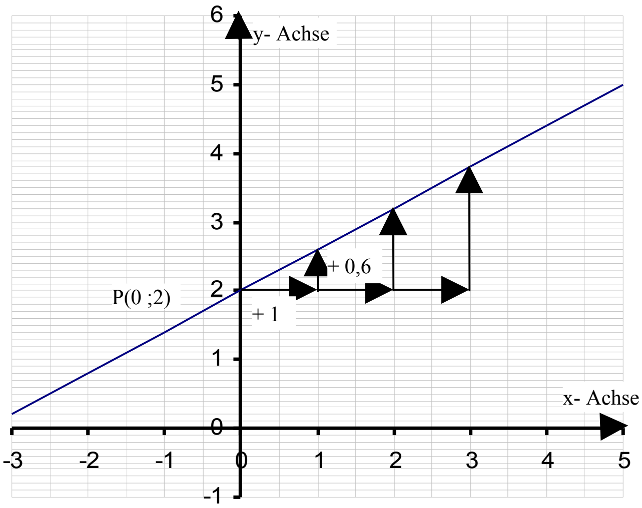
a) Notiere die Funktionsgleichung.

b) Zeichne den Graphen mit Hilfe der Steigung 6 und des Ordinatenabschnitts 2.

Lösung

a) Die Funktionsgleichung ist :
$y = 0{,}6x + 2$

b) Ein Punkt des Graphen ist durch den Ordinatenabschnitt schon gegeben : P(0 ; 2). Mit Hilfe der Steigung 0,6 kannst du einen zweiten Punkt finden : gehe von P um 1 nach rechts und um 0,6 nach oben (oder z. B. um 3 nach rechts und um 1,8 nach oben).



Aufgabe 3 :

Der Graph einer « allgemeinen » Funktion geht durch den Punkt P und hat die Steigung a. Zeichne jeweils den Graphen und notiere die Funktionsgleichung.

(1) P(0 ; 1) und a = 3 (2) P(0 ; – 4) und a = 2 (3) P(0 ;) und a = .

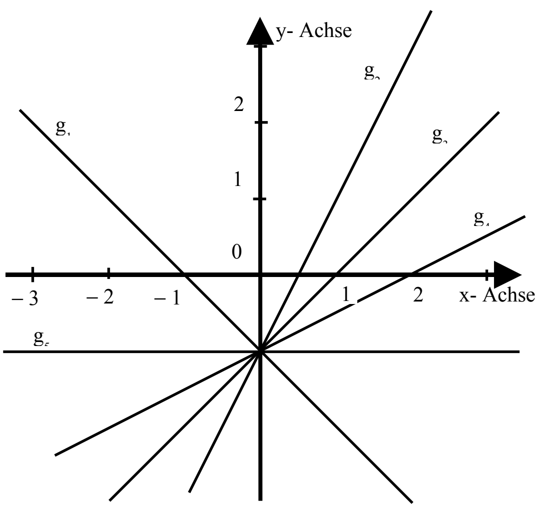
Einstieg 10 **Bestimmung der Funktionsgleichung : f(x) = ax + b**

Objectif : Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée en exploitant la représentation graphique

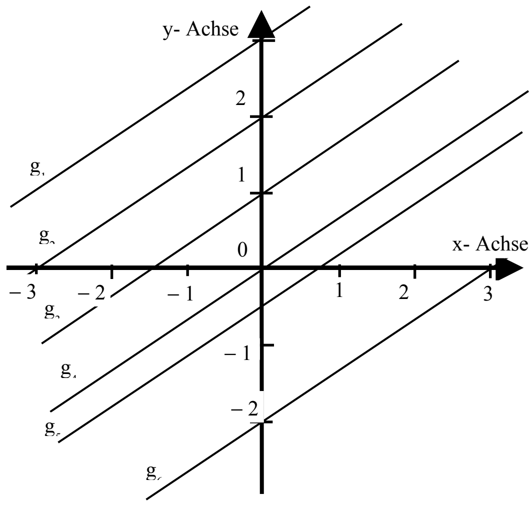
Aufgabe 1 : Mit Hilfe des Graphen

Gib jeweils die Funktionsgleichung der fünf Geraden an. Vergleiche diese.

(1)



(2)



Lösungsweg für die Gerade g_2 in der Figur (1) :

∗ g_2 schneidet die y- Achse im Punkt (0 ; – 1), also ist der Ordinatenabschnitt b = – 1 (siehe Auf. 3 Einst. 8).

∗ Mit Hilfe eines Steigungsdreiecks erkennt man, dass wenn man x um 1 erhöht, sich dann der Funktionswert um 2 ändert. Deshalb ist die Steigung a = 2 (siehe Aufgabe 2 Einstieg 6).

∗ Daraus schließen wir für g_2 die zugehörige Funktionsgleichung : $f(x) = 2x – 1$.

∗ Verfahre ebenso für die weiteren Geraden in beiden Figuren.

Aufgabe 2 : Mit Hilfe zweier Werte und der zugehörigen Funktionswerte

Objectif : Déterminer une fonction affine par la donnée de deux nombres et de leurs images à travers un exercice partiellement résolu

Bestimme ohne Graphen die Funktionsgleichung, wenn gilt : $f(5) = 1$ und $f(-1) = 4$.

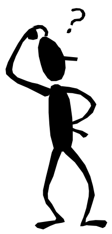
Lösungsweg :

∗ Die Funktionsgleichung wird durch die « allgemeine » Form gegeben: $f(x) = ax + b$.

∗ Aus $f(5) = 1$, also $5 \longrightarrow 1$ folgt die erste Gleichung : $a \times 5 + b = 1$ und aus $f(-1) = 4$, also $-1 \longrightarrow 4$ folgt die zweite Gleichung : $a \times (-1) + b = 4$.

∗ Daher folgt das Gleichungssystem: $\begin{cases} a \times 5 + b = 1 & (G_1) \\ a \times (-1) + b = 4 & (G_2) \end{cases}$ oder $\begin{cases} 5a + b = 1 & (G_1) \\ -a + b = 4 & (G_2) \end{cases}$

∗ Löse nun dieses Gleichungssystem nach a und b auf. Notiere danach die Funktionsgleichung.



Aufgabe 3 : Gegeben sind die Punkte $P_1(0 ; 7)$ und $P_2(1 ; 3)$

a) Bestimme rechnerisch die Steigung a und den Ordinatenabschnitt b. Notiere die zugehörige Funktionsgleichung.

b) Zeichne durch P_1 und P_2 den Graphen der Funktion.

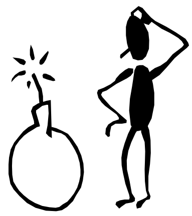
c) Überprüfe die errechnete Funktionsgleichung an dem Graphen.

Einstieg 11 **Rechnerische Bestimmung der Steigung a**

Aufgabe 1 : a) Gegeben ist die Funktionsgleichung $f(x) = -2x + 5$. Ergänze die Tabelle.

Objectif : Remarquer la proportionnalité des accroissements de x et de f(x)

(1)	x_A	− 5	− 3	0	4	6
(2)	x_B	− 7	− 4	− 2	5	7
(3)	$f(x_A)$					
(4)	$f(x_B)$					
(5)	$x_B - x_A$					
(6)	$f(x_B) - f(x_A)$					
(7)						

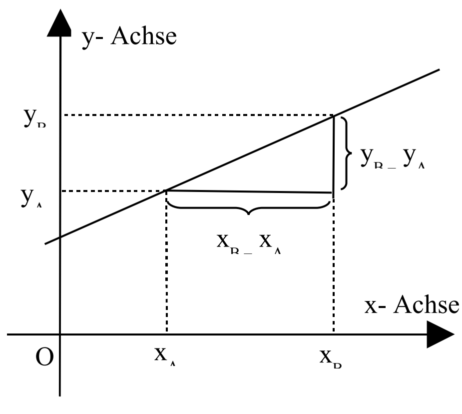


b) Sind die Werte aus den Zeilen (5) und (6) proportional zueinander ?
Was fällt dir über die Werte aus der Zeile (7) auf? Welchen Zusammenhang gibt es mit der Funktionsgleichung?

c) Gegeben ist nun die Funktionsgleichung $g(x) = ax + b$ mit $g(3) = 7$ und $g(-4) = -14$.
Berechne die Steigung a des Graphen der zugehörigen Geraden, ohne ein Gleichungssystem aufzustellen.

Aufgabe 2 :

Mache dir an dem Graphen in der Zeichnung klar: man kann die Steigung a der Geraden mit den Koordinaten der Punkte P_A und P_B berechnen: **a = .**



Der Graph einer « allgemeinen » Funktion geht durch die Punkte:
a) $P_A(2 ; 1)$ und $P_B(4 ; 2)$ b) $P_A(1 ; 2)$ und $P_B(4 ; 7)$
c) $P_A(3 ; -2)$ und $P_B(8 ; 8)$ d) $P_A(; 1)$ und $P_B(-1 ; -)$.
Berechne mit Hilfe der obigen Formel jeweils die Steigung a, ohne den Graphen zu zeichnen.

IV SACHAUFGABEN

Einstieg 12 **Aufgaben aus der Geometrie**

Aufgabe 1 : Gegeben sind die Funktionen f_1 und f_2 mit den zugehörigen Gleichungen
$f_1(x) = 3x - 2$ und $f_2(x) = -2x + 5{,}5$.

a) Bestimme graphisch den Schnittpunkt der Graphen beider Funktionen.
b) Überprüfe rechnerisch dieses Ergebnis mit Hilfe einer Gleichung.
c) Verfahre ebenso mit den Funktionen f_3 und f_4 wenn :
$f_3(x) = -2x + 1{,}5$ und $f_4(x) = -5x - 2{,}3$.
d) Welches Lösungsverfahren, graphisch oder rechnerisch würdest du für die Funktionen f_3 und f_4 vorziehen ? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 2 : Gegeben sind die Punkte $P_1(4 ; 8)$; $P_2(3 ; 10)$ und $P_3(84 ; -152)$.

a) Liegen diese drei Punkte auf derselben Geraden ?
Lösungsweg :
* Bestimme zuerst, zum Graphen der Geraden (P_1P_2), die zugehörige Funktionsgleichung.
* Überprüfe dann, ob P_3 auf der Geraden (P_1P_2) liegt.

b) Verfahre ebenso, wenn $P_3(-100 ; 184)$

Zur Information

Damit ein Punkt P zum Graphen einer Funktion gehört, müssen **seine Koordinaten die Funktionsgleichung erfüllen** : das heiβt « durch Einsetzen eine wahre Aussage ergeben ».

Objectif : Voir sur un exemple que la représentation graphique d'une fonction n'est pas toujours une droite

Aufgabe 3 : ABCD ist ein Quadrat mit der Seitenlänge x cm.

a) Stelle für den Flächeninhalt f(x) dieses Quadrats eine Formel mit der Variablen x auf.
b) Zeichne den Graphen der Funktion $f : x \to f(x)$.
c) Ist f eine proportionale Funktion oder eine Funktion mit der Gleichung $f(x) = ax + b$?

Einstieg 13 **Aufgaben aus dem Alltag**

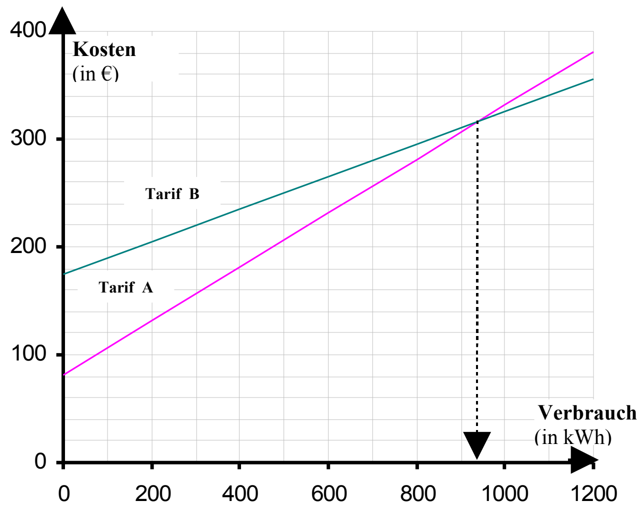
Objectif : Savoir résoudre quelques problèmes à l'aide d'une fonction linéaire ou affine

Aufgabe 1 : Ein Elektrizitätswerk liefert Strom zu zwei verschiedenen Tarifen, A und B. Wenn man die Kosten in Abhängigkeit vom Verbrauch in einem Koordinatensystem darstellt, so kann man ablesen, ab wie viel kWh der Tarif B günstiger ist.

Bedingungen :

	Preis in €/kWh	Grundbetrag in €
Tarif A	0,25	81
Tarif B	0,15	175

Im Koordinatenssytem :



a) Lies aus dem Schaubild ab, ab wie viel kWh der Tarif B günstiger wird als der Tarif A ?

b) Bestimme auf eine andere Weise die kWh -Anzahl, indem du das folgende Gleichungs-system rechnerisch löst: $\begin{cases} y_A = 0{,}25x + 81 \\ y_B = 0{,}15x + 175 \end{cases}$

c) Vergleiche beide Ergebnisse.

Aufgabe 2 : Herr Anrufer bekommt für die Benutzung seines Mobilfunknetzes zwei Tarife angeboten :

Tarif A	Tarif B
Tarif A : Grundgebühr 40 € pro Monat Preis pro Gesprächsminute 0,80 €	Tarif B : Grundgebühr 30 € pro Monat Preis pro Gesprächsminute 1,00 €

a) Ergänze folgende Tabelle :

		Gesprächsminuten					
		10	20	30	40	70	90
Preis in €	**Tarif A**						
	Tarif B						

b) x_A und x_B bezeichnen jeweils die Anzahl der Gesprächsminuten im Tarif A und B, y_A und y_B den zugehörigen Preis in beiden Tarifen. Stelle jeweils einen Term für y_A und y_B mit den Variablen x_A und x_B auf. Welche Funktionsgleichungen ergeben sich?

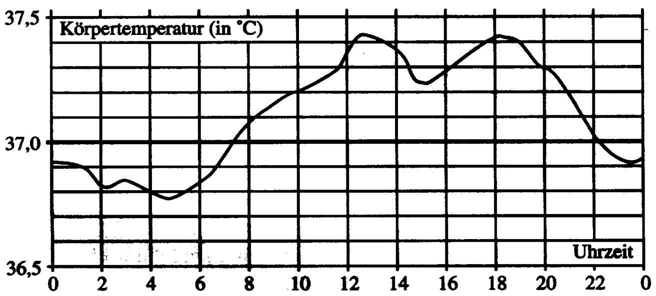
c) Zeichne die Graphen beider Funktionen in ein Koordinatensystem :
Wähle auf der x- Achse : 1 cm für 10 Minuten
auf der y- Achse : 1 cm für 10 Euros.

d) Beschreibe den Verlauf beider Graphen. Welche Bedeutung hat ihr Schnittpunkt ?

e) Welches Tarif würdest du Herrn Anrufer empfehlen, wenn er 25 min, 50 min, 130 min telefonieren möchte ? Überprüfe deine Antworten graphisch und rechnerisch.

Aufgabe 3 : In einem Schaubild kann man zu jedem Wert x der ersten Größe den ihm zugeordneten Wert der zweiten Größe ablesen.
Ist z. B. dem Wert 4 der ersten Größe der Wert 7 der zweiten Größe zugeordnet, dann nennt man 7 den Funktionswert von 4 und schreibt : f(4) = 7 (Lies : **Funktionswert von 4 gleich 7**)

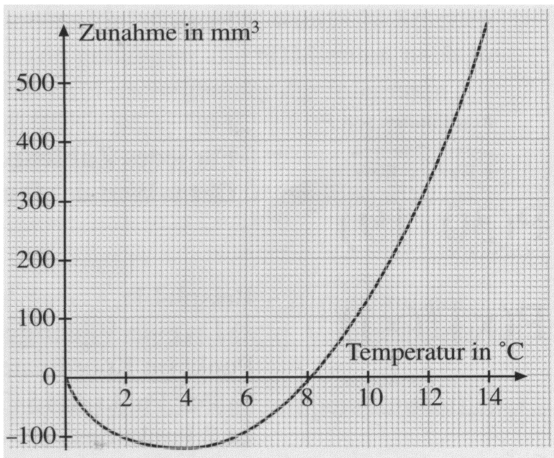
Objectif : se servir d'enregistrements graphiques ou de courbes représentatives de fonctions non affines comme support à la construction de tableaux de valeurs ou à la recherche de particularités d'une fonction

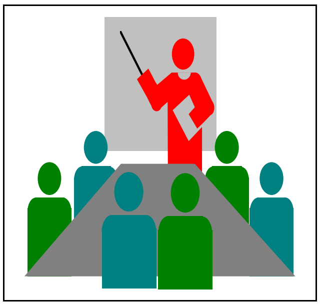


Die « biologische Uhr »
Das Schaubild zeigt, wie sich die Körpertemperatur eines gesunden Menschen im Laufe eines Tages verändert. Jeder Uhrzeit ist die dann vorhandene Körpertemperatur zugeordnet. Man sieht, dass unsere Körpertemperatur um die Mittagszeit und am frühen Abend am höchsten, vor Tagesanbruch am niedrigsten ist. Um 19 Uhr beträgt sie 37,4 °, also ist 37,4 der Funktionswert von 19, kurz : f(19) = 37,4.

Beantworte die Fragen mit Hilfe dieses Schaubildes :
a) Wie hoch ist die Körpertemperatur um 21 Uhr ; 23 Uhr ; 3 Uhr ; 22 Uhr ; 11 Uhr ?
b) In welchem Zeitraum beträgt die Körpertemperatur weniger als 37,0 ° ?
c) Um wie viel Grad schwankt die Körpertemperatur im Laufe eines Tages ?
d) Wie groß sind f(17) ; f(7) ; f(20) und f(0) ?

Aufgabe 4 : Wenn man Wasser erwärmt, dann ändert sich sein Rauminhalt. Die nebenstehende Figur zeigt, wie 1 Liter Wasser der Temperatur 0 ° C bei Erwärmung seinen Rauminhalt ändert.
a) Wie ändert sich der Rauminhalt, wenn das Wasser von 0 ° C allmählich auf 14 ° C erwärmt wird ? Bei welcher Temperatur ist der Rauminhalt am kleinsten ? Wie groß ist er dann ?
b) Um wie viel cm^3 nimmt der Rauminhalt von 1 m^3 Wasser zu, wenn dieses von 6 ° C auf 14 ° C erwärmt wird ?





ERINNERE DICH …

Remarques préalables :1) Il n'est pas possible en allemand de jouer sur l'expression « être fonction de… », la fonction étant définie comme « **Eindeutige Zuordnung** *» alors que dans les manuels français on lit* ***« processus qui, à un nombre fait correspondre un autre nombre en lui appliquant une suite d'opérations…. »***
2) Il faut que les élèves maîtrisent bien le vocabulaire français correspondant à cette leçon, à savoir : ***« antécédent »****,* ***« image »****,* ***« être fonction de… »*** ***« fonction linéaire »****,* ***« fonction affine»****,* ***« coefficient directeur d'une droite »****,* ***« ordonnée à l'origine »*** *et* ***« f(x) est l'image de x par la fonction f »****.*

FUNKTIONEN ALS EINDEUTIGE ZUORDNUNGEN – GRAPH EINER ZUORDNUNG

Werden zwei Größenbereiche oder Zahlenbereiche in Beziehung gesetzt, entstehen **Zuordungen**. Ihre zeichnerische Darstellung in einem Koordinatensystem nennt man den **Graphen** einer Zuordnung.

Wenn bei einer Zuordnung zu jeder Zahl (oder Größe) aus einem Bereich **genau eine** Zahl (oder Größe) aus einem zweiten Bereich gehört, dann heißt diese Zuordnung eine **Funktion**.
Die zugeordneten Zahlen (oder Größen) aus dem zweiten Bereich nennt man **Funktionswerte**.

Beispiele

a) Die Zuordnung Körpergröße → Körpergewicht ist **keine Funktion**, da einer Größe aus dem ersten Bereich (175 cm) zwei Größen (69 und 76kg) aus dem zweiten Bereich zugeordnet werden.

Größe (in cm)	**175**	171	173	**175**	180
Gewicht (in kg)	**69**	69	75	**76**	85

b) Die Zuordnung Zeit → Wegstrecke ist eine Funktion f.

Zeit x (in h)	1	2	3	5	6	**Urbild**	**Wert**
ZurückgelegterWeg f(x) (in km)	12	20	30	55	70	**Bild**	**Funktionswert**

Man schreibt f : x → f(x)
und
liest : "der Wert an der Stelle x ist f von x" oder "der Funktionswert von x ist f von x"

Im Beispiel b) gilt : f(6) = 70
70 ist das **Bild** von 6 in der Funktion f
6 ist das **Urbild** von 70 in der Funktion f.

Libres traductions à partir des expressions mathématiques françaises

oder : der **Wert an der Stelle** 6 ist 70.
der **Funktionswert** von 6 ist 70.

Expressions authentiques rencontrées dans les manuels allemands

Funktion f

Urbild x → **Bild f(x)**
Wert x → **Funktionswert f(x)**

PROPORTIONALE FUNKTIONEN x → ax

Eine Funktion f mit der **Zuordnungsvorschrift x → ax** (die Zahl x wird mit a multipliziert) oder mit der **Funktionsgleichung : y = ax** heiβt **proportionale Funktion**.
Man schreibt auch **f(x) = ax**.

Beispiel : Gegeben ist die Funktion f : x → 2,5x
∗ 2,5 ist der **Proportionalitätsfaktor** der zugehörigen proportionalen Zuordnung.
∗ z. B. **wird der Zahl 4 die Zahl 10 zugeordnet**, weil : 2,5 × 4 = 10.
∗ Man schreibt : f(4) = 10 und sagt : der **Funktionswert** von 4 ist 10.

Der **Graph** einer proportionalen Funktion ist eine **Gerade** durch den Koordinatenursprung : die Koordinaten jedes Punktes P(x ; y) dieser Geraden erfüllen jeweils die **Geradengleichung** : **y = ax.**

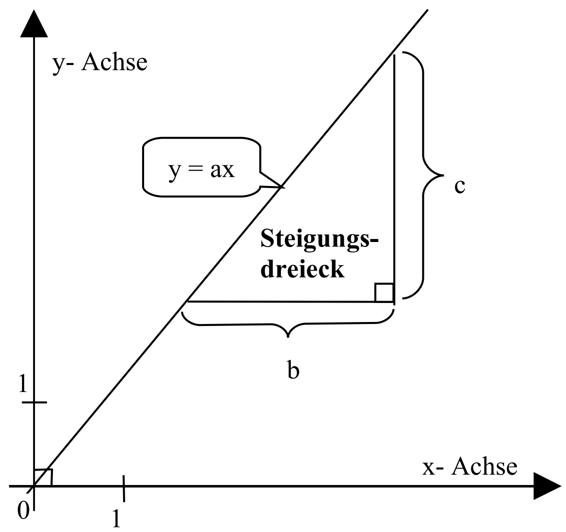
y = f(x)

Für eine proportionale Funktion x → ax gilt :

∗ Wenn man x um 1 erhöht, ändert sich der Funktionswert um a, daher gibt **a** die **Steigung** (oder **Steigungsfaktor** oder **Richtungsfaktor**) der Geraden an.

∗ Die Gerade « **steigt an** », wenn die Steigung **a positiv** ist.
∗ Die Gerade « **fällt** », wenn die Steigung **a negativ** ist.

∗ Die Steigung a der Geraden mit der Gleichung y = ax gibt den Quotienten im **Steigungsdreieck** an : a = .(siehe Zeichnung !)
∗ Die **Steigung a** ist gleich dem **Proportionalitätsfaktor** der zugehörigen proportionalen Zuordnung.



« ALLGEMEINE » FUNKTIONEN x → ax + b

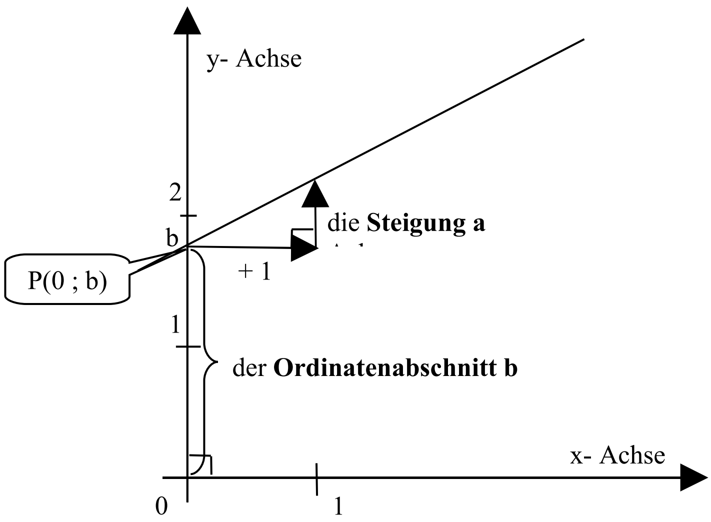
Eine Funktion f mit der **Zuordnungsvorschrift x → ax + b**
(die Zahl x wird mit a multipliziert und zum Ergebnis wird die Zahl b addiert)
oder mit der **Funktionsgleichung : y = ax + b** heißt **« allgemeine Form» einer Funktion, deren Graph eine Gerade ist.**
Man schreibt auch **f(x) = ax + b**

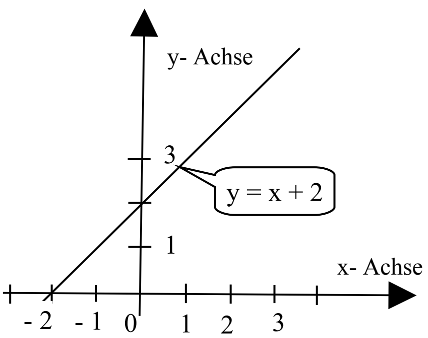
Beispiel : Gegeben ist die Funktion f : x → – 3x + 5
∗ z. B. **wird der Zahl 4 die Zahl – 7 zugeordnet**, weil : – 3 × 4 + 5 = – 12 + 5 = – 7.
∗ Man schreibt : f(4) = – 7 und sagt : der **Funktionswert** von 4 ist – 7.

Der Graph einer solchen Funktion ist eine Gerade mit der **Gleichung : y = ax + b**.
∗ **a** ist die **Steigung** der Geraden,
∗**die Gerade schneidet die y- Achse im Punkt P(0 ; b) ;** daher wird die **Konstante b Ordinatenabschnitt** genannt. y = **a**x + **b**

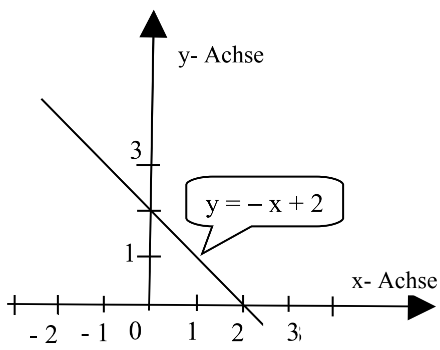
Steigung **Ordinatenabschnitt**

∗ Die Gerade « **steigt an** », wenn die Steigung **a positiv** ist.
∗ Die Gerade « **fällt** », wenn die Steigung **a negativ** ist.
∗ Die Gerade ist **parallel zur x- Achse**, wenn die Steigung **a Null** ist.

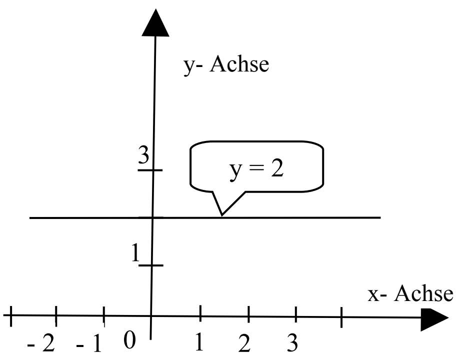




Ist **a positiv**, so **steigt** die Gerade.



Ist **a negativ**, so **fällt** die Gerade.



Ist **a Null**, so ist die Gerade **parallel zur x- Achse**.

ÜBUNGEN ZUR FESTIGUNG UND ZUM WEITERARBEITEN

A) FUNKTIONEN ALS EINDEUTIGE ZUORDNUNGEN

A1) Welche Zuordnungen sind Funktionen ? Begründe deine Antwort.

a) Anzahl der Arbeitsstunden → Lohn
b) Heizdauer → Wassertemperatur
c) Heizölmenge → Gesamtpreis
d) Bahnkilometer → Fahrkartenpreis
e) Fahrkartenpreis → Bahnkilometer
f) Gewicht → Preis

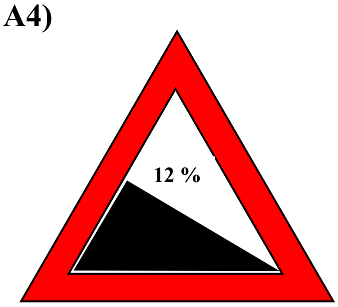
A2) Trage die zugeordneten Werte in eine Tabelle ein. Wähle ganze Zahlen von – 3 bis 3. Liegt eine Funktion vor ?

a) Zahl → das Doppelte der Zahl
b) Zahl → die Summe aus der Zahl und 1
c) Zahl → das Dreifache der Zahl
d) Zahl → die Hälfte der Zahl

A3) Welche Zuordnungen sind Funktionen ? Begründe deine Antwort.

a) Seitenlänge eines Quadrats → Flächeninhalt des Quadrats
b) Umfang eines Quadrats → Seitenlänge des Quadrats
c) Umfang eines Rechtecks → Breite des Rechtecks
d) Umfang eines Rechtecks → Flächeninhalt des Rechtecks

A4)



Das Verkehrsschild gibt an, dass die Straße auf 100 m Länge (waagerecht gemessen) einen Höhenunterschied von 12 m überwindet.
a) Vervollständige die Tabelle im Heft.

Länge (in m)	100	500	1 000	1 200	1 500	2 000
Höhe (in m)	12					

b) Zeichne den Graphen ins Koordinatensystem (auf der x-Achse gilt: 1 cm entspricht 200 m ; auf der y-achse gilt: 5 cm entsprechen 100 m) und gib an, ob eine Funktion vorliegt.

A5) Welche Tabelle stellt mit Sicherheit keine Funktion dar ? Begründe.

a)

1. Größe	2	3	4	5	7	10	12
2. Größe	10	9	6	5	9	2	12

b)

1. Größe	65	31	54	78	65	94
2. Größe	7	1	2,5	1	3	14

c)

1. Größe	1,8	2,4	2,8	2,6	2,4	1,8
2. Größe	0,3	0,9	1,5	2,1	2,0	1,8

d)

1. Größe	1	2	3	4	5	6
2. Größe	– 3	– 4	– 3	0	5	12

A6) a) Gegeben ist eine Funktion f so, dass : f(5) = 9 und f(– 6) = – 7. Schreibe mit diesen beiden Gleichheiten einen Satz, der das Wort "Bild" enthält.
b) Schreibe eine Gleichheit mit den folgenden Sätzen :
(1) Das Bild von 2 in der Funktion g ist 12.
(2) Das Bild von – 5 in der Funktion h ist 9.

A7) a) Gegeben ist eine Funktion f so, dass : f(12) = 7 und f(– 4) = – 8. Schreibe mit diesen beiden Gleichheiten einen Satz, der das Wort "Urbild" enthält.
b) Schreibe eine Gleichheit mit den folgenden Sätzen :
(1) Das Urbild von 6 in der Funktion g ist 7.
(2) Das Urbild von – 2 in der Funktion h ist 11.

A8) Richtig oder falsch ?

Gegeben ist die Funktion f so, dass : f(– 3) = – 4, f(– 1) = 6, f(2) = 5 und f(4) = 7
Sind folgende Sätze richtig oder falsch ?
a) Das Bild von – 4 in der Funktion f ist – 3.
b) Das Bild von – 1 in der Funktion f ist 6.
c) Das Urbild von 5 in der Funktion f ist 2.
d) Das Urbild von 4 in der Funktion f ist 7.

A9) Gegeben ist die Funktion f mit der Rechenvorschrift : f : x → – 4x
a) Ergänze : f(x) = …… f(– 3) = …… f(5) = ……
b) Welches ist das Bild von – 3 ?
c) Welches ist das Urbild von – 20 ?
d) Berechne das Bild von 4.
e) Berechne das Urbild von – 28.

A10) Gegeben ist die Funktion g mit der Rechenvorschrift : g : x → 2x + 3
a) Ergänze : g(x) = …… g(– 4) = …… g(– 3,5) = ……
b) Welches ist das Bild von – 4 ?
c) Welches ist das Urbild von – 4 ?
d) Berechne das Bild von 5.
e) Berechne das Urbild von 9.

A11) Gegeben ist folgende Wertetabelle für eine Funktion f :

x	4	– 3	12	2	5	8
f(x)	12	– 6	5	4	7	17

a) Ergänze :
f(– 3) = …... f(5) = …… f(…..) = 4 f(…..) = 5

b) Welches ist das Bild von 8 ?
c) Welches ist das Urbild von 12 ?

A12) Gegeben ist die Funktion f mit der Rechenvorschrift : f : x → – 3x
Ergänze folgende Wertetabelle :

x	– 5		– 1	0	4	
f(x)		6				– 18

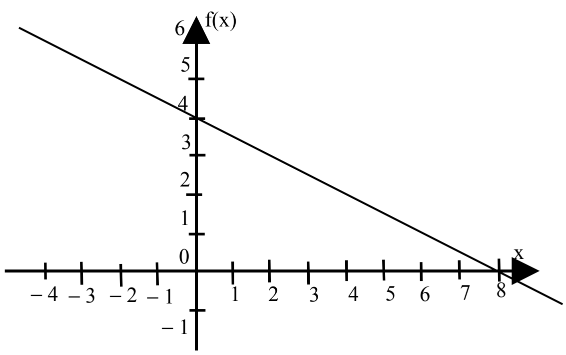
A13) Gegeben ist die Funktion g mit der Rechenvorschrift : g : x → 2x – 7
Ergänze folgende Wertetabelle :

x	– 4	– 3		3		
g(x)			– 9		1	0

A14) Gegeben ist die Funktion h mit der Rechenvorschrift: h : x → $2x^2 + 3$
Ergänze folgende Wertetabelle :

x	– 3	– 1		5	10	0
h(x)			3			

A15) Gegeben ist ein Teil des Graphen einer Funktion f mit der Rechenvorschrift : f : x → – 0,5 x + 4



Lies aus dem Graphen und ergänze :
4) = …... f(6) = …… f(…..) = 3 f(…..) = 5
Lies aus dem Graphen das Bild von 4 und danach das Urbild von 4.
Lies aus dem Graphen das Bild von 8 und danach das Urbild von 3.
Lies aus dem Graphen das Bild von 0 und danach das Urbild von 2.

B) PROPORTIONALE FUNKTIONEN $x \rightarrow ax$

Bestimmung der Zuordnungsvorschrift

B1) In einem Labor werden Glasstäbe verschiedener Länge verwendet.
a) Zeige mit Hilfe der Quotientengleicheit (siehe Tabelle), dass die Zuordnung Länge → Gewicht proportional ist.
Fülle die Lücken in der Tabelle aus.
b) Wie berechnet man y aus x mit Hilfe des Proportionalitätsfaktors ?
Gib die Funktionsgleichung an.

Länge x (in cm)	**Gewicht y** (in g)	**Quotient**
11	7,7	0,7
13	9,1	
16	11,2	
20	14,0	
27		

B2) Die folgenden Wertetabellen gehören zu proportionalen Funktionen. Fülle die Lücken aus.

a)

x	y
3	12
5	
7	
9	
0,5	

b)

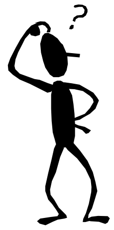
x	y
– 2	3
4	
– 5	
0	
10	

c)

x	y
1	
	2,25
4	3
– 2	
	– 9

d)

x	y
3	– 7
– 1,5	
	0
12	
	21



B3) Prüfe, ob die folgenden Wertetabellen jeweils zu einer proportionalen Funktion gehören. Gib, falls möglich, den Proportionalitätsfaktor an.

a)

x	y
6	72
9	108
11	132
14	168
20	240

b)

x	y
20	15
60	45
120	90
46,5	62
80	60

c)

x	y
33	13,2
– 40	– 16
120	48
– 10	– 4
17,5	7

d)

x	y
– 7	10,5
28,5	– 19
– 27	18
– 30	45
9	13,5

B4) Die Tabellen gehören jeweils zu proportionalen Funktionen. Notiere den Proportionalitätsfaktor und die Funktionsgleichung. Fülle dann die Lücken der Tabellen aus.

a)

Volumen x	**Gewicht y**
6 cm^3	109,2 g
4 cm^3	72,8 g
1 cm^3	
10 cm^3	
15 cm^3	

b)

Zeit	**Elektrische Energie**
4 h	1 kWh
1,5 h	
2 h 30 min	
	3,5 kWh

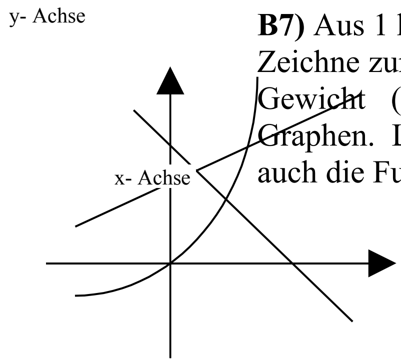
c)

Fahrstrecke	**Benzin-verbrauch**
250 km	20 *l*
740 km	
1900 km	
20 km	

B5) Von einer Funktion sind die folgenden Wertepaare gegeben. Kann es sich dabei um eine proportionale Funktion handeln ? Falls ja, gib die Zuordnungsvorschrift und die Funktionsgleichung an. Zeichne dann die zugehörige Gerade.
a) $f(1) = -4$ und $f(5) = 20$ b) $f(-4) = 5$ und $f(2) = -2{,}4$ c) $f(3) = -10{,}2$ und $f(-2) = 6{,}8$

Graph der Funktion

B6) Begründe, warum die folgenden Graphen (siehe Figur) nicht Graphen von Proportionalitäten sind.



B7) Aus 1 kg Äpfel erhält man 0,25 *l* Most.
Zeichne zur Funktion :
Gewicht (in kg) → Volumen (in *l*) den Graphen. Lege eine Wertetabelle an ; notiere auch die Funktionsgleichung.

B8) 8 m Wasserschlauch kosten 6 €.

a) Berechne jeweils den Preis für einen Schlauch der Länge 2 m, 3 m, 7 m und 12 m.

b) Zeichne den Graphen der Zuordnung Länge (in m) → Preis (in €). Stelle eine Funktionsgleichung auf. Was bedeutet hier der Proportionalitätsfaktor ?

c) Welche Länge hat ein Schlauch, der 1,80 € ; 6,75 € ; 7,50 € und 11,25 € kostet ?

B9) Bei einer Zuordnungstabelle stellt man fest : dividiert man eine beliebige Zahl x der oberen Zeile durch die zugeordnete Zahl y der unteren Zeile, so ergibt sich bei allen Wertepaaren 4,7. Wie lautet die Zuordnungsvorschrift ? Zeichne den Graphen.

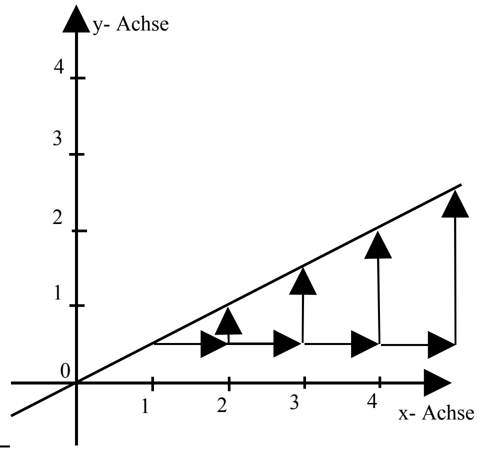
B10) Zeichne den Graphen der proportionalen Funktionen. Gehe dabei vom Ursprung

a) um 1 nach rechts und um 1,5 nach oben ;
b) um 1 nach rechts und um 2,6 nach unten ;
c) um 1 nach links und um 3,5 nach oben ;
d) um 1 nach links und um 4 nach unten.

Gib jeweils die Steigung a und die Funktionsgleichung y = ax (oder Zuordnungsvorschrift) an.

B11) Wenn man bei der Funktion mit f(x) = 0,5 x eine Stelle x um 1erhöht, so ändert sich der Funktionswert f(x) = y um + 0,5.

a) Lies aus dem Schaubild ab : wie ändert sich der Funktionswert y, wenn man x um 2 ; um 3 ; um 4 erhöht ?
b) Wie ändert sich der Funktionswert y, wenn man x um 1 ; um 2 ; um 3 ; um 4 vermindert ?
c) Verfahre ebenso für die proportionale Funktion mit :
(1) a = 1,5 ; (2) a = – 3 ; (3) a = .
Lege zuerst einen Graphen an.



B12) Zeichne mit Hilfe eines Steigungsdreiecks den Graphen der proportionalen Funktion, ohne eine Wertetabelle anzulegen.

a) y = 4x b) y = – 5x c) y = 2,5x d) y = – 1,5x e) y = 1,6x f) y = – 2,8x
g) y = x h) y = – x i) y = j) y = 0x k) y = – x l) y =

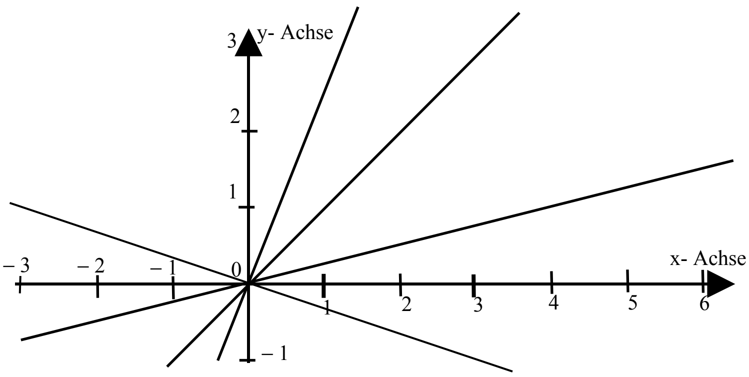
Zeichne an den Graphen jeweils drei Steigungsdreiecke. Wie ändert sich jeweils der Funktionswert y, wenn man x um 1 ; um 3 erhöht ; um 6 vermindert ?

B13) Welchem x- Wert ist bei den folgenden Funktionen jeweils der y- Wert 6 ; 3 ; – 2 ; 0 ; zugeordnet ? Überprüfe dein Ergebnis am Graphen der Funktion.

a) f(x) = 3x b) f(x) = – x c) f(x) = x d) f(x) = – 6x e) f(x) = 1,5x

---

B14)
Notiere zu jedem Graphen die Steigung a und gib die Gleichung der proportionalen Funktion an.



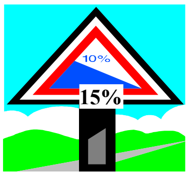
B15) Der Graph einer proportionalen Funktion geht durch den Ursprung und durch den Punkt :
a) P(1 ; 7) b) P(1 ; – 4) c) P(1;) d) P(5 ; 2) e) P(3 ; – 2,7) f) P(4 ;)
Notiere jeweils die Steigung a und die Funktionsgleichung y = ax.

B16) Gegeben sind die Funktionsgleichungen :
a) y = – 1,25x b) y = 6x c) y = – 6x d) y = ax und a = .
Zeichne den Graphen : überlege zuerst, wie viel Punkte du dazu mindestens brauchst.

B17) Am Ende des Tages setzt ein Obsthändler alle Preise um 30 % herab.
Stelle die Zuordnung :
a) Alter Preis → Preisnachlass in €
b) Alter Preis → Neuer Preis in €
mit Hilfe einer Wertetabelle graphisch dar.
Sind die Funktionen proportional ? Notiere die zugehörigen Funktionsgleichungen.

30 % Preisnachlass !
Nutzt es aus !

B18)



Das Verkehrsschild gibt an, dass die Straβe auf 100 m Länge (waagerecht gemessen) einen Höhenunterschied von 15 m überwindet.
a) Ergänze die folgende Tabelle :

Länge in m	100	400	1 000	1 600	2 200	2 700
Höhe in m						

b) Zeichne den Graphen ins Koordinatensystem :
Nimm auf der x- Achse :1 cm für 200 m und auf der y- Achse 1 cm für 50 m.

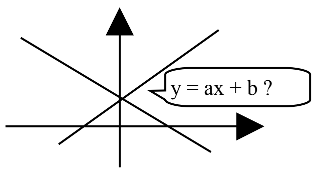
c) Welche Funktion liegt vor ?

B19) a) Prüfe rechnerisch, ob der Punkt P_1(3,2 ; 0,8) auf dem Graphen der Funktion f(x) = x liegt.
b) Verfahre ebenso für die Punke P_2(;) ; P_3(– 2,5; – 0,62) und P_4(– 7; –).
c) Bestimme die Zahl y so, dass der Punkt P_5(1,6 ; y) auf dem Graphen von f(x) = 2,5x liegt.
d) Bestimme die Zahl x so, dass der Punkt P_6(x ;) auf dem Graphen von f(x) = x liegt.

B20) Die folgende proportionale Funktion hat die Gleichung :
(1) y = 2,5x (2) y = – 4x (3) y = (4) y = – 0,6x (5) y = x
a) Zeichne den Graphen.
b) Welcher der Punkte A(– 1 ;) ; B(– 2 ; – 5) ; C(– ; 2) ; D(10 ; 4) ; E(10 ; 1) liegt auf dem Graphen ?
c) Die folgenden Punkte liegen auf dem Graphen. Bestimme die fehlende Koordinate.
F(3 ; …) ; G(– 2 ; …) ; H(… ; 6) ; I(… ; – 3).
d) An welcher Stelle nimmt die Funktion den Wert 100 ; – 10 ; 0,1 ; – an ?

B21) Spiegle die Geraden mit den Gleichungen :
(1) y = 3x (2) y = x (3) y = – 3x (4) y = – x
a) an der x- Achse,
b) an der y- Achse,
c) an der Geraden y = x,
d) an der Geraden y = – x.

Gib die neuen Funktionsgleichungen an !



C) « ALLGEMEINE » FUNKTIONEN $x \to ax + b$

Von der proportionalen Funktion zur « allgemeinen » Funktion

C1) Zeige, dass die Zuordnung $x \to 3x - 4$ keine Proportionalität ist.

C2)

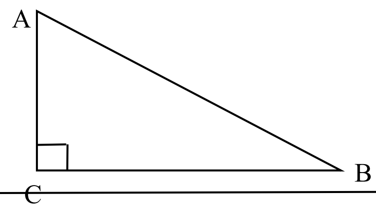
1 m^3 Kies wiegt 1,8 Tonnen.
a) Notiere die Gleichung für die Zuordnung :
Kiesvolumen (in m^3) $\to$ Kiesgewicht (in t). Ist sie proportional ?
b) Zeichne den zugehörigen Graphen.
c) Ein Lastwagenanhänger wiegt leer 2,5 Tonnen und wird mit Kies beladen. Zeichne in dasselbe Koordinatensystem den Graphen für die Zuordnung :
Kiesvolumen (in m^3) $\to$ Gesamtgewicht des Anhängers (in t).
d) Wie kommst du vom ersten Graphen zum zweiten ?

C3) Gegeben sind die Funktionsvorschriften :

(1) $f_1 : x \to 3x$ (2) $f_2 : x \to 3x + 2$ (3) $f_3 : x \to 3x - 4$

a) Gib jeweils die zugehörigen Funktionsgleichungen an.
b) Zeichne zu jeder Funktion einen Graphen in dasselbe Koordinatensystem. Wie kommt man von dem Graphen von f_1 zu den Graphen von f_2 und f_3 ? Wie erkennt man das an der Funktionsgleichung ?
c) Welche Funktionen sind proportional ? Begründe deine Antwort.
d) Welche Steigung hat jeweils der Graph ? Vergleiche mit den Steigungen der beiden anderen Graphen.
e) In welchem Punkt schneidet der Graph : ∗ die y- Achse,
∗ die x- Achse ?

C4) In einem rechtwinkligen Dreieck bei C gehört zu jedem Winkel ein bestimmter Winkel .
a) Gib die Funktionsvorschrift an, die jedem Winkel den zugehörigen Winkel zuordnet.
b) Berechne, falls möglich, f(35 °) ; f(10 °) ; f(52 °) ; f(120 °).



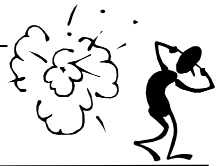
C5) a) Bestimme den y- Wert der folgenden Punkte P so, dass sie auf dem Graphen der « allgemeinen » Funktion $f : x \to 5x - 3$ liegen.

(1) $P_1(2 ; \ldots)$ (2) $P_2(4 ; \ldots)$ (3) $P_3(-1 ; \ldots)$ (4) $P_4(\ ; \ldots)$ (5) $P_5(-0{,}6 ; \ldots)$

b) Bestimme den x- Wert der folgenden Punkte R so, dass sie auf dem Graphen derselben Funktion f liegen.

(1) $R_1(\ldots ; 12)$ (2) $R_2(\ldots ; -18)$ (3) $R_3(\ldots ; -1)$ (4) $R_4(\ldots ; -11)$ (5) $R_5(\ldots ; -\ )$

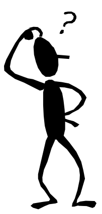
C6) Gegeben sind die folgenden Funktionsgleichungen :



(1) $y = 2{,}5x - 4$ (2) $y = 3{,}4x + 0{,}6$ (3) $y = -\ x + 3$

An welcher Stelle x nimmt die Funktion den Wert 0 ; den Wert 7 ; den Wert – 6 an ?

C7) Ermittle die Funktionsvorschriften in der Form : $f(x) = ax + b$, wenn gilt :



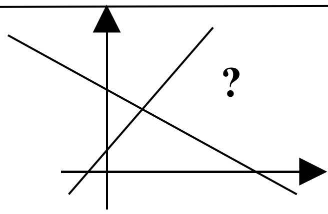
a) $f(0) = 4$ und $f(3) = 5$ b) $f(0) =$ und $f() = 6$ c) $f(0) = -2$ und $f(7) = 0$
d) $f(-4) = 3$ und $f(0) = -1$ e) $f() = 0{,}8$ und $f(0) = -$ f) $f() = -10$ und $f(0) = -6$

C8) Welche « allgemeine » Funktion hat :

a) für $x_A = 0$ den Funktionswert und für $x_B =$ den Funktionswert – ?

b) für $x_A = 4$ den Funktionswert – 6,75 und für $x_B = 0$ den Funktionswert – 4,75 ?

C9) a) Welche der folgenden Funktionen mit
$f_1(x) = 0{,}6x - 2$; $f_2(x) = x - 2$; $f_3(x) = x + 7$; $f_4(x) = x$ haben parallele Schaubilder ?
b) Welche Schaubilder schneiden die y- Achse in demselben Punkt ?



Graph der Funktion

C10) Zeichne das Schaubild der « allgemeinen » Funktion, für die gilt :
a) f(0) = – 0,5 und f(3) = 2 b) f(0) = 2,5 und f(4) = – 1
c) f(0) = 3,2 und f(5,4) = 0 d) f(0) = 0 und f(– 3,5) = – 2.

C11) a) Zeichne den Graphen der Funktion, wenn gilt :
(1) y = 1,5 x + 1 (2) y = – 3x + 5 (3) y = – x – 2,5 (4) y = x – .

b) Welche Steigung hat jeweils der Graph ?
c) In welchem Punkt schneidet er die y- Achse, die x- Achse ?
d) Welche proportionale Funktion hat einen Graphen mit derselben Steigung ? Notiere zu dieser die Funktionsgleichung.

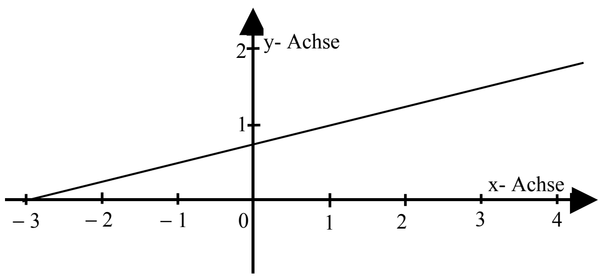
C12) a) Zeichne den Graphen der proportionalen Funktion mit der Funktionsgleichung :
(1) y = 2,2x (2) y = (3) y = – 4x (4) y = – x (5) y = x.
b) Verschiebe den Graphen (1) um 1,5 Einheiten nach oben ; (2) um 2,5 Einheiten nach unten.
c) Gib jeweils zu dem neuen Graphen die Funktionsgleichung an.

C13) Der Graph einer « allgemeinen » Funktion geht durch den Punkt P und hat die Steigung a. Zeichne den Graphen und notiere die Funktionsgleichung.
(1) P(0 ; 2) und a = (2) P(0 ; 3) und a = – 3,2 (3) P(0 ; – 4) und a =

C14) Zeichne den Graphen zur der Funktion x → ax + b mit Hilfe der Steigung a und des Ordinatenabschnitts b.
(1) a = 4 und b = – 1 (2) a = – 4 und b = 2 (3) a = 0,4 und b = – 1,2
(4) a = und b = 0 (5) a = – und b = – (6) a = 0 und b =

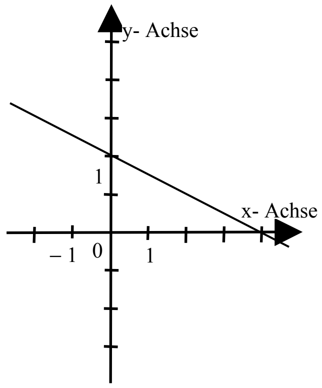
C15) Zeichne zu den folgenden Funktionen den Graphen. Wie ändert sich der Funktionswert y, wenn man die Stelle x um 1 vergrößert ? Welche Steigung hat der Funktionsgraph ?
(1) x → 0x + 3 (2) x → 0x – 4 (3) y = – 2 (4) y = 0

C16)
Wie lautet die Funktionsgleichung(oder Zuordnungsvorschrift) dieser Funktion (siehe Bild) ?
Bestimme die Steigung a und den Ordinatenabschnitt b mit Hilfe des Graphen. Wähle dafür ein günstiges Steigungsdreieck.

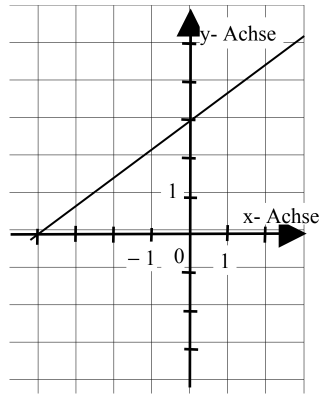


C17) Bestimme für die folgenden Graphen die zugehörigen Funktionsgleichungen.

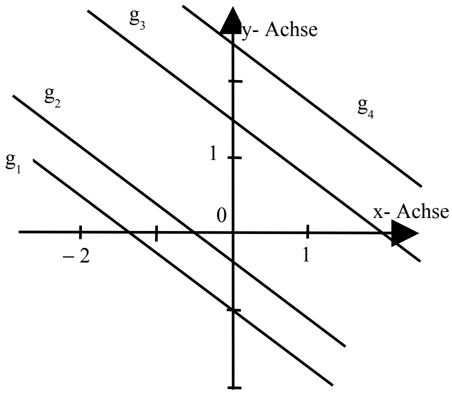
a)



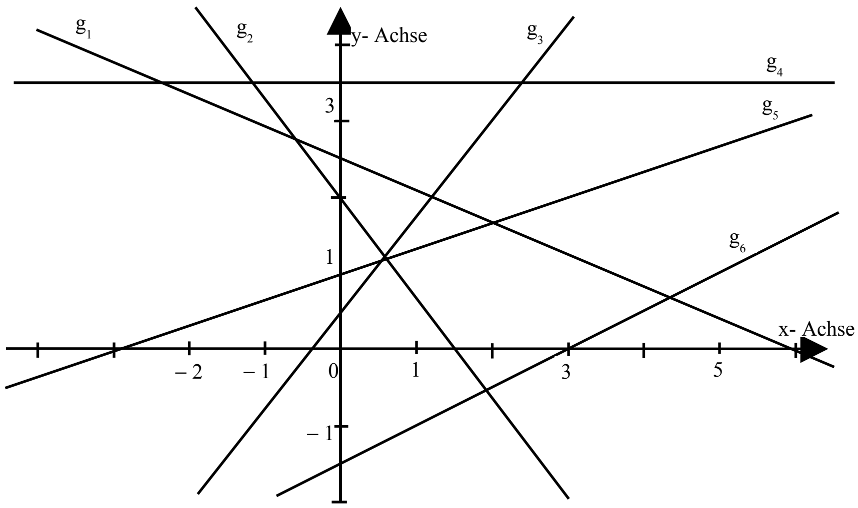
b)



c)



d)



C18) Zeichne durch die Punkte A und B den Graphen der « allgemeinen » Funktion.
Notiere jeweils die Funktionsgleichung.

(1) A(0 ; 4) und B(1 ; 2) (2) A(0 ; 7) und B(1 ; 2) (3) A(0 ; 2,5) und B(– 1 ; 4,5)
(4) A(0 ; 1) und B(5 ; 3,5) (5) A(0 ; – 2) und B(3 ; – 1) (6) A(0 ; 3) und B(– 2 ; 0)

C19) Eine Gerade g geht durch die Punkte M und N. Ist g der Graph einer Funktion mit der Vorschrift : f(x) = ax + b ? Gib, falls möglich, die Funktionsgleichung (oder Zuordnungsvorschrift) an.

(1) M(3 ; 0) und N(– 1 ; 3) (2) M(2 ; – 2) und N(– 4 ; – 2) (3) M(3 ; – 2) und N(3 ; 7)

C20) Einige Geraden wurden in einem Koordinatensystem eingezeichnet. Die Stelle 1 wurde leider auf beiden Achsen nicht markiert. Peter behauptet, man könne trotzdem die zugehörigen Geradengleichungen ermitteln. Paula meint, man könne nur die zugehörigen Steigungen bestimmen. Hans sagt, sie hätten beide Unrecht. Und was hältst du davon ? Begründe.

D) SACHAUFGABEN

<u>Aus wissenschaftlichem Bereich</u>

D1) (Siehe auch Aufgabe D2 Seite 6 – 27 !) Auf manchen Thermometern findest du die Temperaturskalen in Celsius-Graden und in Réaumur-Graden angegeben. Dem Wert 0 ° Celsius wird der Wert 0 ° Réaumur zugeordnet und dem Wert 100 ° Celsius der Wert 80 ° Réaumur.
Veranschauliche die Umrechnung von Celsius-Graden in Réaumur-Graden mit Hilfe einer Wertetabelle und durch einen Graphen. Welche Steigung hat dieser Graph ? Notiere dann die Funktionsgleichung.

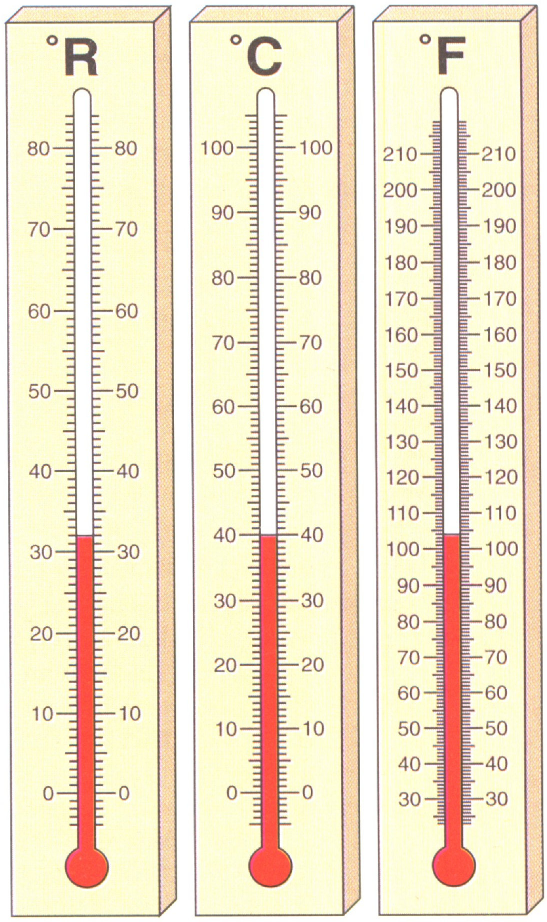
D2)

Das linke der drei abgebildeten Thermometer in Figur 1 wurde früher vor allem in Frankreich verwendet. ° R bedeutet « Grad Réaumur ».
Das mittlere Thermometer trägt die bei uns übliche Celsius-Skala. Das rechte Thermometer wird z. B. in den USA verwendet. ° F bedeutet « Grad Fahrenheit ».

a) Wie viel °R entsprechen 40 °C ?
Wie viel °R entsprechen x °C ?

b) Wie viel °F entsprechen der Körpertemperatur 37 °C eines gesunden Menschen ?
Wie viel °F entsprechen x °C ?

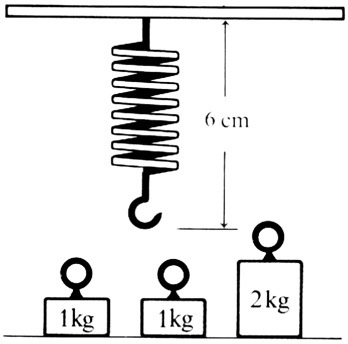
c) In den USA wird eine Temperatur mit 122 °F angegeben. Wie viel °C sind das ? Gib (in Worten) eine Regel an, wie man °F in °C umrechnen kann.



Figur 1

D3)

Figur 2

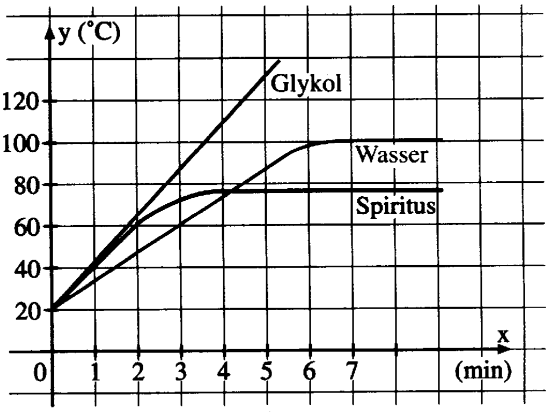


Eine Schraubenfeder hat (unbelastet) eine Länge von 6 cm (siehe Figur 2). Die Länge ändert sich, wenn man die Feder mit Gewichtsstücken belastet, und zwar um 0,5 cm je kg Belastung.

a) Zeichne den Graphen der Funktion : Belastung x (in kg) → Federlänge y (in cm).
Lege dazu eine Wertetabelle an.
b) Notiere die Funktionsgleichung.
c) Wie ändert sich die Länge der Feder, wenn man die Belastung um 2,4 kg erhöht ; um 1,8 kg verringert ?
d) Bei welcher Belastung hat die Feder die Länge 8 cm ; 9,5 cm ; 10,2 cm ?
e) Die Feder darf, ohne Schaden zu nehmen, nur bis zu einer Länge von 20 cm ausgezogen werden. Mit wie viel Kilogramm darf man die Feder höchstens belasten ?

D4)

Das Schaubild in Figur 3 zeigt für drei verschiedene Flüssigkeiten, wie rasch sich ihre Temperatur bei Erwärmung ändert.
a) Warum steigt die Temperatur bei Spiritus und Wasser nach einer gewissen Zeit nicht weiter an ? Ist das bei Glykol auch so ?
b) Entnimm den Schaubildern möglichst genau die Zuordnungsvorschrift, solange die Temperatur so zunimmt, dass der Graph gradlinig bleibt. Füge jeweils hinzu, für welchen Zeitraum diese Vorschrift gilt.



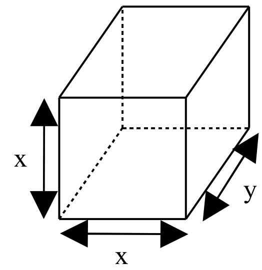
Figur 3

Aus der Geometrie

D5) Bei Rechtecken mit gleichem Umfang 3 dm gehört zu jeder Länge x eine bestimmte Breite y.

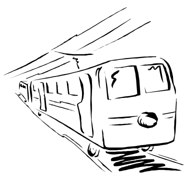
a) Wie breit ist ein Rechteck mit dem Umfang 3 dm, wenn es 1,2 dm lang ist ? Welche Breite hat ein solches Rechteck, wenn es x dm lang ist ? Gib die Funktionsvorschrift an, die jeder Länge x (in dm) die zugehörige Breite y (in dm) zuordnet. Wie breit ist ein solches Rechteck, wenn es 0,6 dm lang ist ? Berechne f(0,45) und f(0,75).
b) Wie ändert sich die Funktionsvorschrift aus a) , wenn Umfang, Länge und Breite in cm gemessen werden ?

D6) Aus einem 32 dm langen Draht soll das Drahtmodell eines Quaders mit quadratischer Grundfläche hergestellt werden.
a) Die Grundkanten sind x dm lang und die Mantelkanten y dm lang. Stelle eine entsprechende Gleichung mit x und y auf.
b) Zeichne mit Hilfe einer Wertetabelle den Graphen zu der Gleichung.
c) Notiere die Funktionsgleichung.



D7) Ein quaderförmiges Schwimmbecken ist mit Wasser gefüllt, die Wasserhöhe beträgt 3,20 m. Das Becken soll leergepumpt werden. Dabei sinkt der Wasserspiegel in jeder Stunde um 0,5 m.
a) Zeichne mit Hilfe einer Wertetabelle den Graphen der Funktion :
Zeit x (in h) → Wasserhöhe y (in m). Notiere dann die Funktionsgleichung.
b) Nach wie vielen Stunden ist das Becken leergepumpt ?
c) Stündlich werden 8 m^3 Wasser abgepumpt. Wie groβ ist die Grundfläche des Beckens ?

Aus dem Alltag

D8) 

Bei der Straßenbahn kostet der Einzelfahrschein 1,40 €, eine Zehnerkarte (für zehn Fahrten) 10,50 €. Bei wie viel Fahrten lohnt sich eine Zehnerkarte ?
Löse diese Aufgabe graphisch und rechnerisch.

D9) Letzte Woche fuhr Frau Wagner mit dem Taxi zum 5 km entfernten Theater für 6,20 €. Gestern fuhr sie mit demselben Taxi ins 15 km entfernte Krankenhaus. Sie rechnete mit einem Preis von 18,60 €. Der Taxifahrer verlangte nur 12,20 €.
a) Kannst du erklären, warum diese zweite Fahrt billiger war als Frau Wagner es erwartet hatte ?
b) Wie viel wird sie nächste Woche für eine 20 km lange Fahrt bezahlen müssen ?

D10) Ein Taxifahrer berechnet 0,80 € pro gefahrenen Kilometer und eine Grundgebühr von 2,40 €.
a) Zeichne den Graphen der Funktion : gefahrener Weg → bezahlter Preis.
b) Wie viel kostet eine Fahrt von 12 km Länge ?
c) Wie weit kann man für 22,40 € fahren ?

D11) Für den Verbrauch von 1 m^3 Wasser berechnet ein Unternehmen 1,20 € als Verbrauchskosten. Es kommt noch monatlich eine Grundgebühr von 1,80 € dazu. Die Gesamtkosten pro Monat setzen sich also aus den Verbrauchskosten und der Grundgebühr zusammen.

Wasserverbrauch (in m^3)	0	1	2	3
Verbrauchskosten (in €)				
Gesamtkosten (in €)				

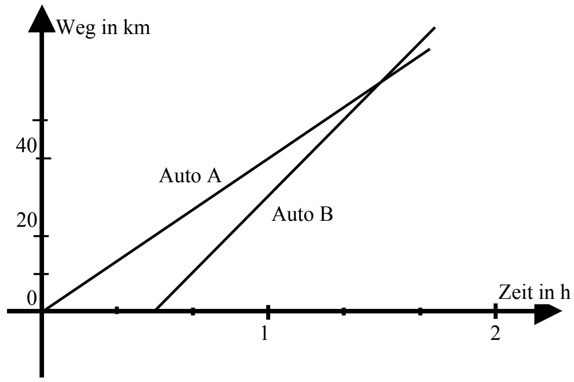
a) Ergänze die Tabelle bis zu einem Wasserverbrauch von 6 m^3.
b) Zeichne den Graphen der Funktion :
Wasserverbrauch (in m^3) → Gesamtkosten (in €)
c) Gib die Funktionsgleichung an.

D12) Eine Kerze ist neu 20 cm lang. Stündlich wird sie beim Brennen 1,6 cm kürzer.
a) Zeichne den Graphen der Funktion : Brenndauer x (in h) → Länge y (in cm)
b) Notiere die Funktionsgleichung.
c) Wie lang ist die Kerze nach 2 ; 6 ; 8,5 ; 10,5 Stunden ?
d) Nach wie vielen Stunden ist die Kerze nur noch 8 mm lang ?
e) Nach wie vielen Stunden ist die Kerze ganz abgebrannt ?

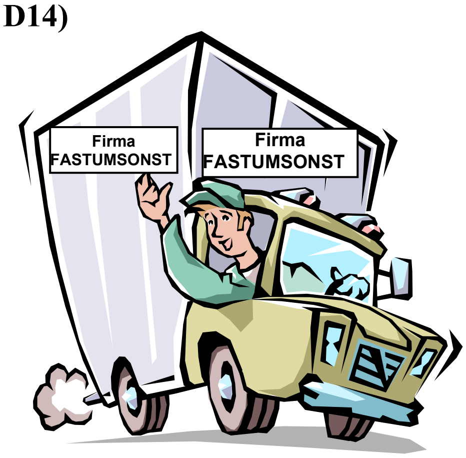
D13)

Das Auto A fährt auf einer Landstraße mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h.
Das Auto B fährt eine halbe Stunde später los mit einer Geschwindigeit von 60 km/h.

a) Lies aus dem nebenstehenden Graphen ab, wie lange B braucht, um A einzuholen.
b) Wie weit musste B dazu fahren ?



D14)

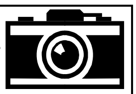


Die Familie Becker möchte umziehen. Sie mietet bei der Autoverleihfirma « FASTUMSONST » einen LKW. Der erste Tarif besteht aus einem Tagespreis von 100 € und 0,50 € für jeden gefahrenen Kilometer.
a) Wie viel müssen Beckers bezahlen, wenn sie mit dem LKW 50 km ; 100 km ; 150 km ; 200 km ; 250 km ; 300 km fahren ?
b) Zeichne den Graphen der Funktion :
gefahrene Strecke (in km) → bezahlter Preis (in €)
Nimm auf der x- Achse 1 cm für 50 km , auf der y- Achse 1 cm für 50 €.
c) Die Firma bietet auch einen zweiten Tarif an, der aus einem Tagespreis von 275 € besteht, unabhängig von der Anzahl der gefahrenen Kilometer. Zeichne den Graphen dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem.
d) Welcher Tarif ist günstiger, wenn die Familie Becker 150 km ; 280 km ; 400 km ; 550 km fährt ?
e) Löse die folgende Frage zeichnerisch : wie viele Kilometer muss die Familie Becker mindestens fahren, damit sich der zweite Tarif lohnt.
f) Wie viele km ist die Familie Becker mit dem LKW gefahren, wenn sie :
132,50 € ; 170 € ; 244,50 € ; 275 € bezahlen muss ?

D15) Ein Airbus A320 startet in Paris und legt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 800 km/h die 6 000 km lange Atlantikroute nach New York zurück. Zur selben Zeit startet eine überschallschnelle Concorde vom Kennedy Airport in New York aus, um mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 2 000 km/h nach Paris zu fliegen.
a) Gib zur Funktion : Zeit → Weg die Funktionsgleichung für jedes Flugzeug an.
b) Zeichne beide Graphen in ein Koordinatensystem : nimm auf der x- Achse 1 cm für 1h, auf der y- Achse 1 cm für 1 000 km.
c) Lies auf dem Graphen ab, nach welcher Zeit und nach welchen Streckenabschnitten sich beide Flugzeuge begegnen.

D16) Herr Haber ruft für seine Heizung den Kundendienst an : sie berechnen ihm 15 € für die Fahrkosten und 26 € pro Arbeitsstunde.
a) Wie viel muss Herr Haber für eine 3,5 h Arbeitszeit bezahlen ? Gib die « allgemeine » Funktion an, die jeder Arbeitszeit die entstehenden Kosten zuordnet.
b) Zu den in Frage a) berechneten Kosten kommen noch 16 % Mehrwertsteuer hinzu.Welche « allgemeine » Funktion ordnet jeder Arbeitszeit den endgültigen Rechnungsbetrag zu ? Wie hoch ist der Rechnungsbetrag für eine 3,5 h ; 4,5 h Arbeitszeit ?

D17)



SUPER ANGEBOT :

Jeder Farbabzug 0,35 €
Entwicklungsgebühr 0,60 €

Ein Fotohändler bietet einen Preis von 1,50 € für die Entwicklung eines Farbfilmes an und 0,30 € für jeden Farbabzug.
Ein Großgeschäft bietet die nebenstehenden Bedingungen an.

a) Wo lässt du deine Fotoarbeiten erledigen, wenn du 12 ; 16 ; 24 ; 36 Aufnahmen gemacht hast ?
b) Bei welcher Bilderzahl sind beide Angebote gleich günstig ? Prüfe rechnerisch und zeichnerisch.

D18) Frau Paul benötigt einen Leihwagen. Die Autovermietung verlangt als tägliche Grundgebühr 65 €. Zusätzlich werden pro gefahrenem Kilometer 0,15 € berechnet.
a) Frau Paul legt 240 km zurück. Wie teuer kommt ihr diese Fahrt ?
b) Gib die Funktionsgleichung : Strecke (in km) → Mietkosten (in €) an.
c) Wie weit kann Frau Paul fahren, wenn sie nicht mehr als 106 € bezahlen möchte ?

D19) Ein Elektrizitätswerk bietet für Strom monatlich drei Tarife an :

Tarif 1 : Grundgebühr 12 €, jede Kilowattstunde (kWh) 0,10 €
Tarif 2 : Grundgebühr 6 €, jede Kilowattstunde (kWh) 0,20 €
Tarif 3 : Keine Grundgebühr, jede Kilowattstunde (kWh) 0,50 €

a) Notiere für jede Funktion : Verbrauch (in kWh) → Kosten (in €) jeweils die Funktionsgleichung.

b) Wie teuer werden 10 kWh ; 40 kWh ; 50 kWh ; 100 kWh ; 120 kWh in jedem Tarif ?

c) Zeichne die drei Graphen in dasselbe Koordinatensystem.
Nimm auf der x- Achse 1 cm für 20 kWh und auf der y- Achse 1 cm für 5 €

d) In welchem Bereich ist der Tarif 1 günstiger, in welchem der Tarif 2 und in welchem der Tarif 3 ?

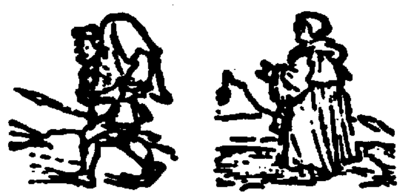
D20) Mathilde vermutet, dass ihre Personenwaage nicht richtig anzeigt. Zum Vergleich wiegt sie sich in der Apotheke auf einer sehr genauen Waage. Diese zeigt 43 kg, zuhause waren es 44,5 kg. Bei Mathildes Freund zeigt die Waage 63 kg an, zuhause bei Mathilde waren es 64,5 kg. Was stimmt an der Waage zuhause nicht ? Wie kann Mathilde sie ganz leicht reparieren ? Auf der Waage zuhause wog Mathilde 20 kg weniger als ihr Freund ; wie groß ist der Unterschied in Wirklichkeit ?

<u>Aus der Geschichte</u>

D21)

Zwei Bürger von Oppenheim, genannt Sohn Heinrich und Contz von Treber, wollten nach Rom gehen. Heinrich war alt und konnte nicht mehr als 10 Meilen am Tag gehen. Aber Contz war jung und stark und konnte an einem Tag 13 Meilen gehen. Deshalb ging Heinrich 9 Tage vor Contz aus Oppenheim los. In wie viel Tagen wird Contz Heinrich überholen ?

<u>Anleitung</u> : Bestimme zunächst für beide die Gleichung der **Zeit-Weg-Funktion** :
Zeit (in Tagen) → Weg (in Meilen)



ZWen Bürger auß Oppenheym/ Einer Son Heynrich/der ander Contz võ Treber genant/ wolten mit einander gen Rom gehen/Und Heynrich was alt/ vnd mocht einen tag nicht mehr denn zehen meilen gehen/Aber Contz von Treber was jung vnd starck/der mocht einen tag 13.meilen gehen/ Deßhalben gieng Son Heynrich neun tag ehe auß Oppenheym denn Contz von Treber/Also war Son Heynrich Contzen 90. meilen fürgangen/ ehe Contz anzehebt hat außzugehen.

Funktionen, deren Graph keine Gerade ist

D22) Für ein Kraftfahrzeug hat man festgestellt, dass sich der Anhalteweg y (in m) beim Bremsen aus der vorher gefahrenen Geschwindigkeit x (in) mit Hilfe einer Gleichung berechnen lässt :

(1) $y = 0{,}01x^2 + 0{,}3x$ (ohne Verwendung eines Antiblockiersystems)

(2) $y = 0{,}0095x^2 + 0{,}3x$ (bei eingebautem Antiblockiersystem)

a) Berechne für die Geschwindigkeiten 30 ; 60 ; 90 ; 120 ; 150 den zugehörigen Anhalteweg.
b) Fasse die Ergebnisse in einer Wertetabelle zusammen und zeichne danach den Graphen.

D23)

Ein Stein fällt in einen leeren Brunnenschacht. Der Weg, den der Stein beim Fall zur Zeit t zurückgelegt hat, ist w.
Die Funktion : Zeit t (in s) → Weg w (in m) lässt sich näherungsweise mit der Funktionsgleichung $w = 5t^2$ ausdrücken.

a) Erstelle eine Wertetabelle für die Zeit von 0 bis 9 Sekunden.
b) Zeichne den Graphen.
c) Nach welcher Zeit würde der Aufprall bei einer Brunnentiefe von 80 m zu hören sein ?
d) Wie tief ist der Brunnen, wenn der Aufprall nach 3,5 s zu hören ist ?

QUELQUES CONSEILS POUR DES EXERCICES COMPLEMENTAIRES EN FRANÇAIS.

Pour permettre aux professeurs d'avoir un aperçu sur les types d'exercices qui n'ont pas du tout été traités en langue allemande, nous indiquons quelques références. Ainsi est-il conseillé de faire en français des

∗ exercices de « **type-brevet** » :

∗ exercices pour **activer le vocabulaire spécifique aux fonctions linéaires et affines** :

∗ concernant la notion « **d'antécédent et d'image** » :

Dans la partie activités (pp. 6-2 et 6-3) ainsi que dans le cours (p. 16), nous avons choisi de mettre en parallèle les expressions qui seraient plutôt une traduction du français « Welches ist das Urbild (= Wert x) von 4 in der Funktion f » avec la correspondance allemande « An welcher Stelle nimmt die Funktion f den Wert 4 an ? » et « Welches ist das Bild (= Funktionswert f(x)) von 2 in der Funktion f » avec la correspondance allemande « Welchen Wert hat die Funktion f an der Stelle 2 ? ». Par contre, par souci d'efficacité, cette correspondance ne se retrouve plus dans la partie exercices traitant de cette notion, à savoir pp. 19 et 20 : là, nous avons opté pour les termes de « Urbild » et « Bild » sachant qu'ils sont également employés en Allemagne dans les classes supérieures.