

4. PROPORTIONALITÄT.

Remarques préliminaires : 1) Attention à la différence d'orthographe :

« **Proportionnalité en français** » et « **Proportionalität** » en allemand !

2) La représentation graphique d'une situation de proportionnalité avait déjà été évoquée dans le document de 5^{ème}, bien qu' à la limite du programme alors : « On pourra notamment constituer un tableau des abscisses et ordonnées de points d'une droite passant par l'origine dans le plan muni d'un repère ... » Elle est revue et approfondie cette année, étant dans les compétences exigibles de la classe de 4^{ème} : « Utiliser dans le plan, muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité sous la forme d'alignements de points avec l'origine ... »

3) On remplit un tableau de proportionnalité aussi par le calcul de la quatrième proportionnelle qui se trouvait, précédemment, dans le document de 5^{ème} bilingue p. 5-5.

4) La notion de « mouvement uniforme » avait également été évoquée dans le document de 5^{ème} en réponse aux compétences exigibles du programme : « reconnaître un mouvement uniforme à la proportionnalité entre temps et distance parcourue ; utiliser cette proportionnalité ... » Cette année, est à l'étude l'égalité : « $d = vt$ » pour des calculs de distance parcourue, de vitesse et de temps.

5) La consigne « **Exprimer y en fonction de x** » dans une situation de proportionnalité se traduit dans les manuels allemands par : « **Notiere die Formel der Zuordnung** ».



Objectifs visés :

☞ Savoir représenter graphiquement des données, savoir caractériser et utiliser la proportionnalité à partir d'un tableau, d'un graphique ou d'une formule.

☞ Savoir remplir un tableau de proportionnalité en calculant la quatrième proportionnelle.

☞ Savoir utiliser l'égalité $d = vt$ pour des calculs de distance parcourue, de vitesse et de temps.

☞ Savoir convertir des unités de vitesse (essentiellement m/s et km/h)

☞ Savoir utiliser les pourcentages, c'est à dire savoir retrouver un élément de l'égalité $ax = y$ connaissant les deux autres, où a est un pourcentage et x et y deux nombres positifs.

☞ Savoir résoudre des problèmes où intervient la proportionnalité, en particulier des problèmes de pourcentage et de vitesse.

Hier stimmt doch etwas nicht ...

Während Marion mit ihrer Katze spielt, erklärt sie ihrem Bruder Paul :

« 3 Katzen haben 12 Beine,
4 Katzen haben 16 Beine,
also haben 7 Katzen zusammen 28 Beine. »

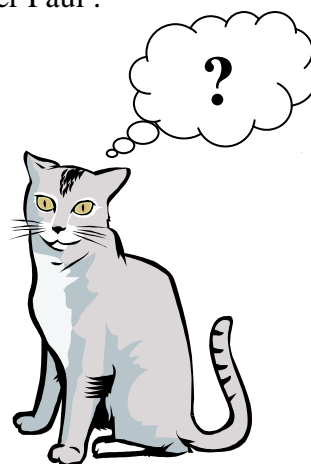
Paul ist damit einverstanden.

Darauf sagt seine Schwester :

«1 Katze hat 4 Beine.
Da es keine Katze mit 5 Beinen gibt,
haben 0 Katzen 5 Beine.
Also hat eine Katze 9 Beine. »

Wie ist Marion auf dieses Ergebnis gekommen ?

Und was stimmt in ihrer Schlußfolgerung nicht ?



I PROPORTIONALITÄT UND TABELLEN

Einstieg 1 Proportionale Tabellen erkennen

Objectif :
Revoir
différentes
méthodes de
reconnaissance
d'un tableau de
proportionnalité

Aufgabe :

Entscheide, ob die folgenden Zuordnungen jeweils proportional sind. Begründe.

a) Taxifahrt

| Entfernung | Preis |
|------------|--------|
| 2 km | 2,20 € |
| 6 km | 4,60 € |
| 8 km | 5,80 € |
| 14 km | 9,40 € |

b) Erdbeeren

| Gewicht | Preis |
|---------|--------|
| 500 g | 1,20 € |
| 1,5 kg | 3,60 € |
| 250 g | 0,60 € |
| 3 kg | 7,20 € |

c) Photokopien

| Anzahl der Photokopien | Preis |
|---------------------------|--------|
| 4 | 0,80 € |
| 12 | 2,40 € |
| 44 | 7,20 € |

Eine Zuordnung heißt **proportional**, wenn die folgenden Regeln gelten :

- (1) **Verdoppelt** (verdreifacht, vervierfacht usw...) man **eine Größe**, so muss man auch die **zugeordnete Größe verdoppeln** (verdreifachen, vervierfachen usw...).
- (2) **Halbiert** (drittelt, viertelt usw ...) man eine **Größe**, so muss man auch die **zugeordnete Größe halbieren** (dritteln, vierteln usw ...).
- (3) **Addiert** man **zwei Größen**, so muss man auch die **zugeordneten Größen addieren**.
- (4) **Subtrahiert** man **zwei Größen**, so muss man auch die **zugeordneten Größen subtrahieren**.

Einstieg 2 Tabellen ergänzen : proportional oder nicht ?

Objectif :
- Revoir
différentes
méthodes pour
compléter un
tableau de
proportionnalité
(cf. doc. de 5^{ème}
p. 5 - 3 à 5 - 5)
- Revoir le
coefficient de
proportionnalité

Aufgabe 1 : Ergänze (falls möglich) die folgende Tabelle.

Liegt eine proportionale Zuordnung vor ?

| | | | | | |
|---------------------|----|---|----|----|----|
| Alter von Tom | 4 | 7 | | 54 | |
| Alter seiner Mutter | 31 | | 42 | | 25 |



Aufgabe 2 : In der folgenden Tabelle siehst du wie viel € verschiedene Autofahrer an derselben Tankstelle für Benzin derselben Sorte bezahlt haben.

a) Ergänze sie.

| | | | | | | | |
|----------------|------|---|----|----|------|------|------|
| Volumen (in l) | 10 | 5 | 15 | 20 | | | |
| Preis (in €) | 9,30 | | | | 3,72 | 7,44 | 5,58 |

- Beschreibt diese Tabelle eine proportionale Zuordnung ?
- Gibt es verschiedene Lösungswege, um diese Tabelle zu ergänzen ? Erkläre jeweils.
- Berechne jeweils den Quotienten : $\frac{\text{Preis}}{\text{zugehöriges Volumen}}$.
- Was stellst du fest ? Wie heißt dieser gemeinsame Quotient ?

Eine Tabelle beschreibt eine proportionale Zuordnung, wenn ihre Wertepaare **quotientengleich** sind. Diesen festen Quotienten nennt man den **Proportionalitätsfaktor** der proportionalen Zuordnung.

Aufgabe 3 : Ergänze folgende Tabellen.

a) Umfang eines Quadrats

| | | | | | |
|------------------|---|---|---|---|---|
| Seite x (in cm) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Umfang y (in cm) | | | | | |

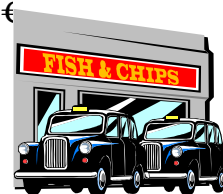
b) Flächeninhalt eines Quadrats

| | | | | | |
|---------------------------------------|---|---|---|---|---|
| Seite x (in cm) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Flächeninhalt y (in cm ²) | | | | | |

Beschreiben diese Tabellen (siehe auch Tabelle c auf der nächsten Seite) jeweils proportionale Zuordnungen ? Wenn ja, gib den Proportionalitätsfaktor an.

c) Preis einer Taxifahrt

Ein Taxifahrer verlangt 1,50 € pro gefahrene km und einen Grundbetrag von 6 €



| | | | | | |
|----------------|---|---|---|---|---|
| Weg x (in km) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Preis y (in €) | | | | | |

Einstieg 3 Tabellen ergänzen mit Hilfe der vierten unbekanntem Größe

In einer Tabelle, die zu einer Proportionalität gehört, entstehen alle Zahlen der zweiten Zeile aus den dazugehörigen Zahlen der ersten Zeile durch Multiplizieren mit der gleichen Zahl. Daher folgt :

Bei einer Proportionalität sind die Wertepaare der Zuordnungstabelle **quotientengleich**.
Ist in der Tabelle einer Zahl a die Zahl b zugeordnet, so ist $\frac{b}{a}$ der Proportionalitätsfaktor.

Alle Quotienten zugeordneter Werte sind bei proportionalen Zuordnungen gleich. Diese Eigenschaft nennt man **Quotientengleichheit**. Man kann dies nutzen, um die "vierte unbekanntem Größe" einer proportionalen Zuordnung zu berechnen.

Aufgabe 1: Wenn eine Schwalbe fliegt, ist das **eine gleichförmige Bewegung**, das heißt : die **Flugstrecke** und die **Flugzeit** sind **zueinander proportional**. Die Flugstrecke einer Schwalbe in 15 s beträgt 110 m. Berechne die Flugstrecke in 17 s !

Cette activité fait suite à celle du manuel de 5^{ème} bilingue p. 5-4

"L'égalité du produit en croix " n'est pas mentionnée dans les manuels allemands ; on y parle par contre de "l'égalité des rapports". Il faudra introduire l'expression "produit en croix" dans les heures de mathématiques en français.

Lösungsweg :

Rechnung : Wir nennen diese "vierte unbekanntem Größe" x.

Aus der Quotientengleichheit folgt : $\frac{x}{17} = \frac{110}{5}$

Um x zu finden, rechnen wir : $\frac{110 \times 17}{5} = 374$

| | | |
|--------------------|-----|-------|
| Flugzeit (in s) | 5 | 17 |
| Flugstrecke (in m) | 110 | x = ? |

Antwort : Die Flugstrecke in 17 s beträgt 374 m.

Aufgabe 2 : Berechne in den folgenden Tabellen jeweils die "vierte unbekanntem Größe" !

| | |
|---|----|
| 4 | 10 |
| 6 | a |

| | |
|---|---|
| 8 | 6 |
| b | 9 |

| | |
|----|-----|
| c | 40 |
| 90 | 100 |

| | |
|-----|---|
| 1,5 | d |
| 1,2 | 8 |



Aufgabe 3 :

Käsespatzen

(Rezept für 4 Personen)

*375 g Mehl ; *2 Eier

*Salz je nach Geschmack

* $\frac{1}{4}$ l Wasser

*30 g Margarine

*2 Zwiebeln

*100 g geriebener Käse

Berechne die Zutatenmengen für 6 Personen ! Du kannst mit Hilfe einer Tabelle rechnen.

Objectif : permettre à l'élève de mettre les données d'un exercice dans un tableau de proportionnalité et de réinvestir la méthode de recherche de la "4^{ème} proportionnelle".

II PROPORTIONALITÄT UND ZEICHNERISCHE DARSTELLUNG

Einstieg 4 Zuordnungen und ihre Darstellungen

Zwei einander zugeordnete Werte nennt man ein **Wertepaar**.

Zuordnungen können in einer Zuordnungstabelle oder in einem **Koordinatensystem** übersichtlich **dargestellt** werden.

Die Menge der Punkte, durch die eine Zuordnung veranschaulicht wird, heißt **Graph der Zuordnung**.

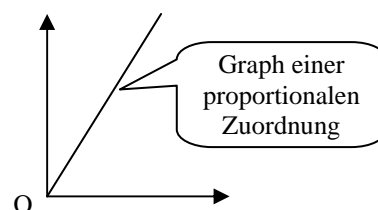
Objectif :
Reconnaître
la
proportion-
nalité sur un
graphique

Aufgabe : a) Zeichne zu jeder Zuordnung aus Aufgabe 3 in Einstieg 2 den zugehörigen Graphen im Koordinatensystem (oder im Quadratgitter).

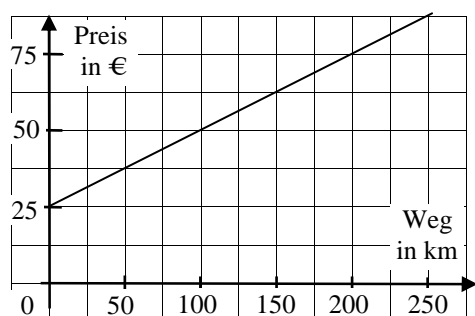
b) Beschreibe jeweils, wie die Punkte des Graphen liegen: ist der Graph einer proportionalen Zuordnung speziell ?

c) Drücke jeweils die Variable y durch einen Term mit der Variablen x aus.

Der **Graph** (das Schaubild) einer proportionalen Zuordnung ist immer eine **Gerade**, die **durch den Punkt O** (Achsen Schnittpunkt) des Quadratgitters **geht**.



Einstieg 5 Schaubilder ablesen und Schaubilder zeichnen



Aufgabe 1: Ein Autovermieter verlangt für seine Mietwagen eine Grundgebühr. Außerdem wird für jeden gefahrenen Kilometer ein Kilometerpreis berechnet.

- Wie hoch ist die Grundgebühr ?
- Berechne den Kilometerpreis.
- Welchen Gesamtbetrag muss man für eine Strecke von 50 km (100 km ; 200 km ; 225 km) bezahlen ?
- Welche Wegstrecke ist dem Betrag 62,50 € (45 € ; 60 €) zugeordnet ?

e) Julia meint, dass die Zuordnung « Gefahrener Preis » mit « Preis » proportional ist, weil ihre Darstellung eine Gerade ergibt. Was hältst du davon ?

Aufgabe 2 : Ein Anbieter hat für die Benutzung des Mobilfunknetzes zwei Tarife in seinem Angebot :

Objectif :
Savoir construire
et interpréter un
graphique

Tarif A : Grundgebühr 40 €/Monat
Preis pro Gesprächsminute 0,75 €

Tarif B : Grundgebühr 30 €/Monat
Preis pro Gesprächsminute 1 €

- Zeichne die Graphen beider Zuordnungen in ein Koordinatensystem.
- Beschreibe den Verlauf beider Graphen. Welche Bedeutung hat der Schnittpunkt der beiden Linien ?

Objectif :
Montrer à titre
d'information
(ce n'est pas une
compétence
exigible chez
nous !) la
représentation
graphique d'une
situation
inversement
proportionnelle
dont des
exemples avaient
été donnés dans
le doc. de 6^{ème}
p. 6 - 5 et
6 - 6 et celui de
5^{ème}
p. 5 - 5

Aufgabe 3 : Für eine bestimmte Arbeit können unterschiedlich viele Maschinen eingesetzt werden. Die benötigte Arbeitszeit verändert sich entsprechend.

| | | | | |
|--------------------------|----|----|----|----|
| Maschinen (Stück) | 2 | 4 | 8 | 10 |
| Zeit (h) | 40 | 20 | 10 | 8 |

a) Zeichne den Graphen dieser Zuordnung : ist sie proportional ?

b) Berechne jeweils das Produkt : Maschinen (Stück) × Zeit (h). Was bemerkst du ?

Merke :

In Aufgabe 3 ist eine **umgekehrt proportionale Zuordnung** dargestellt : sie ist produktgleich, weil das Produkt Maschinen (Stück) × Zeit (h) jeweils den gleichen Wert hat.

Zum Zeichnen des Schaubilds einer umgekehrt proportionalen Zuordnung trägt man die Wertepaare aus der Tabelle ins Koordinatensystem ein. Man verbindet dann diese Punkte durch eine gekrümmte Linie.

III GESCHWINDIGKEIT

Einstieg 6 Proportionalität und gleichförmige Bewegung

Remarque :
Cette activité
fait suite à
Einstieg 13 p. 5
-10 et 5 - 11
dans le doc. de
5ème

Aufgabe 1 :

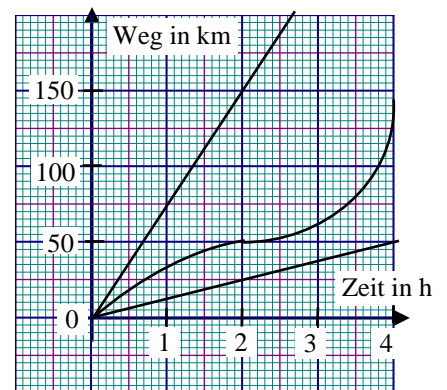
Zeichne ein Koordinatensystem in dein Heft und trage die Punkte ein, die durch die untere Tabelle gegeben sind.

Liegt eine gleichförmige Bewegung vor ?
Wie hast du das festgestellt ?

| | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|
| Zeit (h) | 2 | 3 | 4 |
| Weg (km) | 120 | 180 | 240 |

Aufgabe 2 :

Figur 1



Welche der Bewegungen in Figur 1 sind gleichförmig ?

Lies auf dem Schaubild die Geschwindigkeiten der gleichförmigen Bewegungen ab.

Bei einer **gleichförmigen Bewegung** ist die Zuordnung **Zeit** mit **Weg** **proportional**, ihr Schaubild ist eine Gerade.

Der Quotient $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$ heißt **Geschwindigkeit**.

Er beschreibt bei einer **nicht gleichförmigen Bewegung** die **Durchschnittsgeschwindigkeit**.

Einstieg 7 Geschwindigkeitsformel und Durchschnittsgeschwindigkeit

Cette activité doit
permettre à
l'élève de
comprendre la
notion de vitesse
moyenne sur un
parcours où
le mouvement
n'est pas
uniforme



Aufgabe 1: Familie Wunschferien fährt in den Urlaub. Vor der Abfahrt sagt Herr Wunschferien : « Es ist 5.00 Uhr. Ich möchte um 13.00 Uhr am Ziel sein. Dann müssen wir in einer Stunde durchschnittlich 70 km fahren. »

Tochter Brigitte notiert die in den ersten 7 Stunden gefahrenen Streckenlängen :

80 km, 87 km, 93 km, 72 km, 65 km, 58 km, 63 km.

Ab 12.00 Uhr steht das Auto 15 Minuten im Stau.

Mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit muss Herr Wunschferien die nächsten 45 Minuten fahren, wenn er seine Ankündigung erfüllen möchte ?

Objectif :
Découvrir
la formule :
 $d = vt$
sous
ses
différentes
écritures

Aufgabe 2 : Stelle eine Formel auf, die den Zusammenhang zwischen Weg und Zeit zeigt.

Für gleichförmige Bewegungen gilt :
Weg = Geschwindigkeit × Zeit.
Allgemein gilt :
Weg = Durchschnittsgeschwindigkeit × Zeit

Aufgabe 3 : Ergänze folgende Lücken mit den Variablen d, v und t, wenn gilt :

d bezeichnet den **gefahrenen Weg**,
t bezeichnet die **vergangene Zeit**,
v bezeichnet die **Durchschnittsgeschwindigkeit**

= – und = ×

On ne mentionne plus l'écriture d'une vitesse moyenne sous la forme $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ qui permettait de faire un lien avec l'utilisation du « point » en Allemagne pour symboliser la multiplication

Aufgabe 4 :

Wenn ein Auto 340 km in 5 Stunden fährt, sagt man (obwohl es keine gleichförmige Bewegung ist), dass die Durchschnittsgeschwindigkeit pro Stunde $\frac{340}{5}$ km beträgt.

Gib diese Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ oder **km/h** an.

Antwort : die Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ oder **km/h**.

Einstieg 8

Rechnen mit Geschwindigkeiten

Objectif :
Revoir l'écriture décimale des durées (cf. «doc. de 5ème» p. 5 – 9)

Aufgabe 1 : Zeitspannen umwandeln

Einheit : eine Stunde = 1 h

Wandle in Dezimalschreibweise um, indem du die Zeitspannen in h ausdrückst :
1 h 45 min ; 3 min ; 18 min ; 2 h 15 min ; 4 h 30 min.

Objectif :
Savoir convertir les unités de vitesse

Aufgabe 2 : Geschwindigkeitseinheiten umwandeln

Ergänze die folgende Tabelle.
Schreibe die verschiedenen Rechenetappen auf.



Beispiel :
Mit einer Geschwindigkeit von 4,5 km/h, werden in 3 600 s 4 500 m zurückgelegt. Daher folgt :
In 1s werden $\frac{4\ 500}{3\ 600} = \frac{45}{36} = \frac{5}{4} = 1,25$
also 1,25 m zurückgelegt.
4,5 km/h = 1,25 m/s.

| | km/h | km/min | m/s |
|----------------------------|------|--------|-----|
| Fußgänger | 4,5 | | |
| gewöhnlicher Läufer | | | 2,5 |
| 100 m Wettläufer | | | 10 |
| Mopedfahrer | 42 | | |
| Autofahrer | 95 | | |
| Zug (I.C.E) | | 4 | |
| Flugzeug | 900 | | |
| Schall | | | 340 |

Rechnen mit Geschwindigkeiten

Aufgabe 3 : Berechne den Weg, der zurückgelegt wird.

- a) 4 h mit 95 km/h
- b) 1,5 h mit 62 km/h
- c) 20 min mit 60 km/h ; 20 min = h
- d) 2 h 30 min mit 5 km/h ; 2 h 30 min = h

Weg : km
Weg : km
Weg : km
Weg : km

Aufgabe 4 :

Die Raumsonde Voyager 1 verließ 1991 unser Sonnensystem mit einer Geschwindigkeit von ungefähr 67 000 km/h.

- a) Wie viele km legt die Sonde täglich zurück ? Weg : km
 b) Wie viele km würde die Sonde bei dieser Geschwindigkeit in 2 Jahren zurücklegen ?
 Zeit : 2 Jahre \approx Tage Weg : km



Aufgabe 5 : Berechne die Zeit, die benötigt wird.

- a) 360 km mit 90 km/h
 b) 200 km mit 80 km/h
 c) 15 km mit 60 km/h

Gib die Ergebnisse
zuerst in Dezimal-
schreibweise an

- Zeit : = h
 Zeit : = h = h min
 Zeit : = h = min

Aufgabe 6 :

Zum Winterurlaubsort von Frau Nett sind es mit dem Auto 765 km. Sie rechnet mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 90 km/h.

Wann muss sie losfahren, wenn sie um 16 Uhr ankommen möchte ?

Fahrzeit : h.

Sie muss um Uhr losfahren.



IV PROZENTRECHNUNG

Einstieg 9

Die Prozentrechnung wieder auffrischen

Aufgabe 1 :

Berechnung des Prozentwertes

Von 40 Prüflingen haben 80 % bestanden. Ergänze mit den richtigen Wörtern :

- **40** ist der
- **80 %** ist der
- ist der **Prozentwert**.

Aufgabe 2 :

Ermittlung des Prozentsatzes

Die Selbstkosten für einen Tennisschläger betragen 87,50 €. Als Auslaufmodell konnte ein Händler ihn nur noch für 68,25 € verkaufen.

Wie groß ist der Verlust in € und in Prozent ?

Objectif :
Revoir comment
appliquer et
calculer un
pourcentage



Es gilt : **$W = k \times G$**
 wenn G den Grundwert, k den Prozentsatz und W den Prozentwert darstellt.
Prozentwert = Prozentsatz \times Grundwert

Aufgabe 3 : Prozentsätze über 100 %

Frau Wagner erklärt ihrer Tochter Sarah : "1973 kostete die Briefmarke 0,50 F, wenn ich meiner Freundin in Paris einen Brief schicken wollte. Heutzutage (im Jahre 2003) musst du 0,50 € dafür bezahlen. Ist es wirklich teurer geworden, um welchen Prozentsatz ? "

Anleitung :

Berechne die Preiserhöhung der Briefmarke während dieser Zeitdauer in € und in Prozent. (1€ \approx 6,56 F)

Aufgabe 4 : Promillerechnung

Objectif :
Revoir la
notion de
« pour mille »
utile entre
autre en
géographie

Wenn der absolute Wert W im Vergleich zum Grundwert sehr klein ist, wählt man anstelle der Vergleichszahl 100 manchmal die Vergleichszahl 1 000. Statt von « **Prozent** » spricht man dann von « **Promille** », kurz geschrieben « ‰ ».

- a) Für eine Hausratversicherung mit einer Versicherungssumme von 70 000 € zahlt Herr Felten jährlich 105 € als Prämie. Wie viel Promille der Versicherungssumme sind das ?
- b) Für seine Hausversicherung bezahlt Herr Felten jährlich 840 €. Das sind 4 ‰ der Versicherungssumme. Wie hoch ist die Versicherungssumme ?

Einstieg 10 Vermehrung (oder Erhöhung) und Verminderung des Grundwertes

Les activités 10 à 12 qui suivent ont été proposées dans la version du CDROM de 2004. On peut toujours en proposer l'étude, sous forme de complément et/ou d'approfondissement puisqu'elles étudient des « calculs faisant intervenir les pourcentages.... »

Aufgabe 1 : Zur Einführung ...

Frau Kleingeld und ihre Tochter Daniela haben beide Anlass, sich über Preiserhöhungen zu ärgern. Daniela bezieht eine Hobbyzeitschrift. Das Abonnement kostete bisher 4 €. Im letzten Heft teilt der Verlag mit, dass er den Preis leider « geringfügig », nämlich um 0,28 € auf 4,28 € erhöhen müsse. Als Daniela dies ihrer Mutter erzählt, sagt diese : « Ärgere dich nicht ; für mich ist die Sache viel schlimmer. Ich muss vom nächsten Monat an 49 € mehr Miete bezahlen, nämlich 749 € statt bisher 700 €. Was sind schon 0,28 € im Vergleich zu 49 € ? » Daniela überlegt einen Augenblick und sagt dann : « Ja, wenn du die absoluten Zahlen vergleichst ! Rechne mal die relativen Preiserhöhungen aus ! »

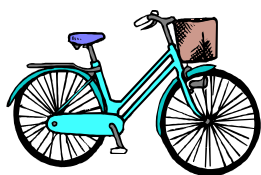
- a) Vergleiche die relativen Preiserhöhungen, indem du die folgenden Tabellen ergänzt :

| | |
|------|-----|
| 0,28 | ? |
| 4 | 100 |

| | |
|-----|-----|
| 49 | ? |
| 700 | 100 |

- b) Um wie viel Prozent werden die Preise jeweils erhöht ?
- c) Wer hat nun recht ? Frau Kleingeld oder ihre Tochter Daniela ?

Aufgabe 2 : Der Preis für ein Fahrrad von 130 € soll um 15 % erhöht werden.



- a) Berechne die Preiserhöhung !
- b) Berechne den neuen Preis !
- c) Berechne auf ähnliche Weise, wenn das Fahrrad 140 €; 150 € kostet !
- d) Mit welcher Zahl wird jeweils der alte Preis multipliziert, um den neuen Preis zu finden ?
- e) Ist die Zuordnung : alter Preis mit neuem Preis proportional ? Begründe deine Antwort !

Es gilt : **Alter Preis + Preiserhöhung = Neuer Preis**

Beispiel : $130 + 130 \times \frac{15}{100} = 130 \times \left(1 + \frac{15}{100}\right) = 130 \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Daher folgt : **Alter Preis × = Neuer Preis**

Diese Zahl ist der **Proportionalitätsfaktor** und heißt **Wachstumsfaktor**

Remarque :
On parlera de
« **Wachstums-**
faktor » même
dans le cas d'une
diminution

Aufgabe 3 : Der Preis soll um 6 % ermäßigt werden. Berechne auf ähnliche Weise den neuen Preis und ergänze :

$$\boxed{\text{Alter Preis} \times \dots\dots\dots = \text{Neuer Preis}}$$

In Aufgabe 2 (Seite 4 – 8), beträgt der **Wachstumsfaktor** (oder **Proportionalitätsfaktor**) $\times 1,15$.

Man sagt auch : **der neue Preis beträgt 115 % des alten Preises.**

In Aufgabe 3 (Seite 4 – 9) beträgt der **Wachstumsfaktor** (oder **Proportionalitätsfaktor**) $\times 0,94$.

Man sagt auch : **der neue Preis beträgt 94 % des alten Preises.**

Aufgabe 4 : Fülle die folgenden Tabellen aus.

a)

| | | | |
|---------------------------|-------|--------|--------|
| Alter Preis (in €) | 84,70 | 142,50 | |
| Preiserhöhung | 9 % | | 16 % |
| Neuer Preis (in €) | | 163,50 | 284,50 |

b)

| | | | |
|---------------------------|-------|--------|--------|
| Alter Preis (in €) | 65,50 | 182,70 | |
| Preisermäßigung | 12 % | | 9 % |
| Neuer Preis (in €) | | 168,40 | 210,80 |

c) Die Preiserhöhung (Preisermäßigung) von 8 % beträgt 25,40 €.
Wie hoch war der alte Preis ? Wie hoch ist der neue Preis ?

Einstieg 11 Vom vermehrten (verminderten) Prozentwert zum Grundwert

Aufgabe 1 : Frank hat für sein Moped 667 € gezahlt
In diesem Preis sind 16 % Mehrwertsteuer
enthalten.



Mehrwertsteuer = MWST und
entspricht der TVA in Frankreich !!

Wie teuer ist das Moped ohne Mehrwertsteuer ?

Lösungsweg :

- Es gilt, wie vorhin : $\text{Alter Preis} \times \text{Wachstumsfaktor} = \text{Neuer Preis}$.
- Der alte gesuchte Preis ist **unbekannt** : er wird **x** genannt.
- Die 16 % Mehrwertsteuer wurden von dem gesuchten alten Preis berechnet ;
Das bedeutet : multipliziert man den gesuchten Preis mit 1,16 so erhält man 667 € also : $x \times 1,16 = 667$
- Berechne nun x !

Antwort : Der Preis für das Moped ohne Mehrwertsteuer beträgt €.

Aufgabe 2 : Verfahre wie in der letzten Aufgabe :
Beim Kauf einer Schreibmaschine erhält Frau Werner bei
Barzahlung einen Rabatt von 5 %.
Daher zahlt sie nur 275,50 €.
Wie teuer ist die Schreibmaschine ohne den Rabatt ?



Aufgabe 3 :

Der Preis für einen Taschenrechner wird von 22,50 € auf 19,80 € herabgesetzt.

- Wie viel Prozent des alten Preises beträgt der neue Preis ?
- Wie heißt der zugehörige Faktor ?
- Um wie viel Prozent wurde der Preis gesenkt ?

Zur information : In vielen Sachaufgaben treten folgende Begriffe aus dem **Bereich « Wirtschaft »** auf.

Objectif :
Connaître
une partie
du
vocabulaire
utile dans
des
problèmes
de calculs
de %

| | |
|------------------|---|
| GEWINN : | Er tritt auf, wenn der Verkaufspreis höher ist als der Selbstkostenpreis : Gewinn = Verkaufspreis – Selbstkosten. |
| VERLUST : | Sind die Selbstkosten höher als der Verkaufspreis, so entsteht ein Verlust : Verlust = Selbstkosten – Verkaufspreis. |
| RABATT : | Rabatt ist ein Preisnachlass, der ohne Rücksicht auf einen Zahlungszeitpunkt gewährt wird. |
| SKONTO : | Skonto ist ein Preisnachlass, der gewährt wird, wenn man eine Ware innerhalb eines bestimmten Zeitraumes (zum Beispiel acht Tage) bezahlt. Der ursprüngliche Preis wird dabei als Bruttopreis , der Preis nach Abzug des Preisnachlasses wird als Nettopreis bezeichnet. |

Einstieg 12 **Zinsrechnen : Anwendung der Prozentrechnung**

Zur Information :

Bei Banken und Sparkassen kann man **GELD SPAREN** und sich **GELD LEIHEN**.

Objectif :
Donner le
vocabulaire
utilisé dans les
calculs
d'intérêts et les
voir comme
une
application
concrète de
calculs de %

Geld sparen bei der Bank heißt, dass wir für einen bestimmten Zeitraum unser Geld der Bank zur Verfügung stellen. Dafür zahlt die Bank einen bestimmten Betrag.

Diesen Betrag nennt man **ZINSEN**.

Den Geldbetrag, den man der Bank überlässt, nennt man **KAPITAL**.

Wenn man sich Geld von der Bank leiht, muss man für dieses Kapital Zinsen bezahlen.

Durch die Bank wird festgelegt, wie viel Prozent des Kapitals als Zinsen bezahlt werden.

Diese Prozentangabe nennt man **ZINSSATZ**.

Der Zinssatz bezieht sich auf einen Zeitraum von einem Jahr. Man nennt diese Zinsen deshalb auch **JAHRESZINSEN**.

Die Zinsrechnung ist eine Anwendung der Prozentrechnung.

**Siehe Aufgaben D1 zu D4
Seiten 4 – 17 ?? und 4 –
18??.**

Einstieg 13 **Vorsicht mit der Prozentrechnung !**

Aufgabe 1 : In einer Schulzeitung kann man folgende Prüfungsergebnisse lesen :

Objectif :
Calculer un
pourcentage
lors de la
réunion de
deux groupes,
somme et
moyenne de
pourcentages

| | Anzahl der Schüler | Prozentsatz der Bestandenen |
|-----------------|--------------------|-----------------------------|
| Klasse A | 20 | 80 % |
| Klasse B | 30 | 60 % |

Der Schulleiter meint : « 70 % der gesamten Schüler beider Klassen haben die Prüfung bestanden ! »

Und was meinst du ?

Anleitung :

1) Berechne zuerst, wie viele Schüler aus der Klasse A bestanden haben, wie viele Schüler aus der Klasse B und wie viele insgesamt !

2) Berechne danach wie viel Prozent der gesamten Schüler beider Klassen die Prüfung bestanden haben !



Aufgabe 2 :

Die Klasse "4ème A" besteht aus 20 Schülern, davon sind 10 % Mädchen. Die Klasse "4èmeB" besteht aus 30 Schülern, davon sind 20 % Mädchen.

Beide Klassen wurden zusammengestellt.

Berechne den Prozentsatz der Mädchen beider Klassen.

Brigitte meint : 15 % der Schüler sind Mädchen.

Und was meinst du ?

Anleitung : Berechne, wie in der vorigen Aufgabe, wie viele Schüler der "4ème A" Mädchen sind, wie viele in der "4èmeB", usw.

Aufgabe 3 :

Eine Umfrage im "collège Sophie Germain" ergab :

20 % der 250 Schüler der Klassen "6ème" und "5ème" und

70 % der 300 Schüler der Klassen "4ème" und "3ème" fahren mit dem Rad zur Schule.

Wie viel Prozent der gesamten Schüler kommen mit dem Rad zur Schule ?

Achtung : der gesuchte Prozentsatz ist nicht der Durchschnitt der gegebenen Prozentsätze ! Um ihn zu berechnen, verfare wie in den vorigen Aufgaben 1 und 2.

Aufgabe4 :

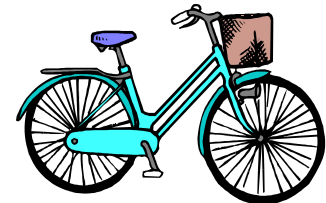
Herr Moderntechnik kauft seiner Tochter Clara einen Computer. Der Händler gewährt 20 % Rabatt und, da Herr Moderntechnik bar zahlt, noch weiter 3 % Skonto auf den ermäßigten Preis. Er zahlt schließlich 380,24 €.

a) Wie viel betrug der Preis des Computers vor Abzug von Skonto und Rabatt ?

b) Seiner Tochter erzählt Herr Moderntechnik, er habe beim Kauf 23 % gespart. Stimmt das ?

Aufgabe 5 : Peter erzählt Claudia von seinem Fahrradkauf :

« Der Händler hat mir auf den Nettopreis von 320 € einen Rabat von 16 % gegeben und dann 16 % Mehrwertsteuer zugeschlagen. Die Rechnung war einfach. Ich musste 320 € für das Fahrrad bezahlen.



Claudia überlegt kurz und meint :

"Die Rechnung ist nicht richtig." Claudia hat recht. Welchen Fehler hat Peter gemacht ? Was müsste Peter wirklich zahlen ?

V VERGRÖSSERUNG ODER VERKLEINERUNG EINER FIGUR

Einstieg 14 Vergrößerung von Längen

Objectifs :
Proportionnalité
et
agrandissement
ou réduction.
Mise en place
d'une
signification
mathématique
du terme
« ähnlich »

Aufgabe :

a) (1) Zeichne ein Dreieck ABC so, dass : $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm und $AC = 3$ cm.

(2) Beweise, dass ABC ein rechtwinkliges Dreieck ist.

b) Das Dreieck ABC wird durch Photokopieren so vergrößert, dass die zu AB entsprechende Seitenlänge 6 cm beträgt.

(1) Berechne AC und BC.

(2) Zeichne das neue Dreieck A'B'C' mit den Seitenlängen aus Frage b) (1).

c) Stellt das Dreieck A'B'C' eine Vergrößerung des Dreiecks ABC dar ?

d) Welches Verhältnis k gibt es zwischen den entsprechenden Seitenlängen ? Dieses Verhältnis k stellt den Maßstab der Vergrößerung dar.

Man sagt : die Dreiecke ABC und A'B'C' sind **zueinander ähnlich**.
Ein Maßstab wird dann **Ähnlichkeitsfaktor (Proportionalitätsfaktor)** genannt.

Einstieg 15 **Vergrößerung oder Verkleinerung von Figuren**



Zur Information :

Wenn zwei Figuren zueinander **ähnlich** sind, dann gilt :

- 1) ihre entsprechenden **Winkel** haben die **gleiche Größe**,
- 2) ihre entsprechenden **Seitenlängen stimmen im Verhältnis** überein.

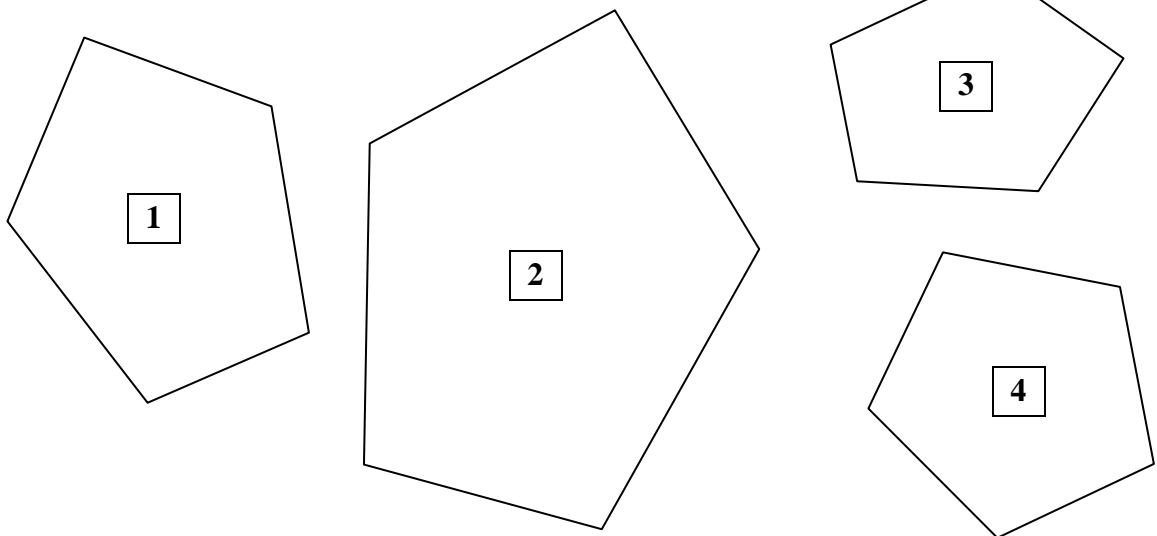
Aufgabe 1 :

Für zwei Dreiecke ABC und DEF gilt :

AB = 4 cm, BC = 7 cm, AC = 9 cm und DE = 5,2 cm, EF = 9,1 cm, DF = 11,7 cm.

- (1) Beweise, dass das Dreieck DEF eine Vergrößerung des Dreiecks ABC darstellt.
- (2) Ergänze den folgenden Satz : “Die Dreiecke und sind zueinander
Das Verhältnis der entsprechenden Seitenlängen ist $k = \dots\dots\dots$ ”

Aufgabe 2: Folgende Fünfecke wurden gezeichnet.



- (1) Sind die Fünfecke **2** ; **3** und **4** Vergrößerungen oder Verkleinerungen des Fünfecks **1** ?
Begründe deine Antworten !
- (2) Finde, falls möglich, jeweils den Maßstab (oder Ähnlichkeitsfaktor) der Vergrößerung oder Verkleinerung !

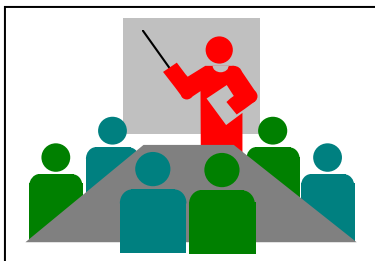
Aufgabe 3 :

Von einem Fotonegativ der Größe 24×36 soll ein Foto der Länge 12 cm hergestellt werden.

- (1) Welche Längeneinheit ist nicht angegeben, wenn man vom Format 24×36 spricht ?
- (2) Das Fotonegativ und das Foto sollen ähnliche Figuren sein.

Welcher ist der Ähnlichkeitsfaktor (Proportionalitätsfaktor) in diesem Fall ?

Schließe die Breite des Fotos daraus !



ERINNERE DICH ...

Remarque préalable : Les correspondances françaises sont données pour les notions essentielles mais pourront être facilement supprimées si le professeur en décide ainsi !

PROPORTIONALITÄT UND ZEICHNERISCHE DARSTELLUNG

Proportionalität

Eine Zuordnung nennt man eine **Proportionalität**, wenn dem **2-, 3-, ... k- fachen der ersten Größe das 2-, 3-, ... k- fache der zweiten Größe entspricht.**

Beispiel :

Beim Geldumtausch Euros(€) gegen US-Dollar(\$), erhält man für 100 € den Gegenwert 117,20 \$. Wie viele \$ erhält man für 30 € ?

| | | | | | |
|-------------------------|--------|-------|--------|-------|-------|
| Betrag x (in €) | 100 | 50 | 150 | 30 | 1 |
| Betrag y (in \$) | 117,20 | 58,60 | 175,80 | 35,16 | 1,172 |

× 1,172

Der **Proportionalitätsfaktor** ist 1,172.
Die Zuordnung Betrag (in €) mit Betrag (in \$) ist proportional.

Jede Proportionalität hat eine **Zuordnungsvorschrift** der Form :
 $y = a \times x$ mit einer festen Zahl a.
 Die Zahl a heißt **Proportionalitätsfaktor**.
 Man sagt auch : $y = ax$ ist die **Formel der proportionalen Zuordnung**.

Beispiel : In der oberen Zuordnung nennen wir y den Betrag in \$ und x den Betrag in €. Es gilt : $y = 1,172x$.

Die vierte unbekannte Größe

Eigenschaft
 Wenn in der nebenstehenden Tabelle eine **proportionale Zuordnung** vorliegt,
 dann gilt : $ad = bc$ (aus der **Quotientengleichheit** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$)

| | |
|---|---|
| a | c |
| b | d |

Diese **Quotientengleichheit** kann man benutzen, um eine der vier Variablen a, b, c oder d zu berechnen, wenn die drei Anderen bekannt sind. Man sagt : die vierte unbekannte Größe wird gesucht.

Beispiel : Ergänze die nebenstehende proportionale Tabelle :

| | |
|-------|----|
| x = ? | 15 |
| 35 | 21 |

Sei x die gesuchte Zahl.

Es gilt : $x \times 21 = 35 \times 15$ daher folgt, dass : $x = \frac{35 \times 15}{21} = \frac{525}{21} = 25$

Antwort : die gesuchte Zahl ist 25.

Zeichnerische Darstellung

Bei jeder proportionalen Zuordnung liegen die Punkte des Graphen auf einer **Geraden**, die **durch den Ursprung O** (Achsen Schnittpunkt) geht.

Man erhält alle Punkte des Graphen, indem man den Punkt P für ein Paar zugeordneter Größen und dann die Gerade durch P, die durch O geht, zeichnet.

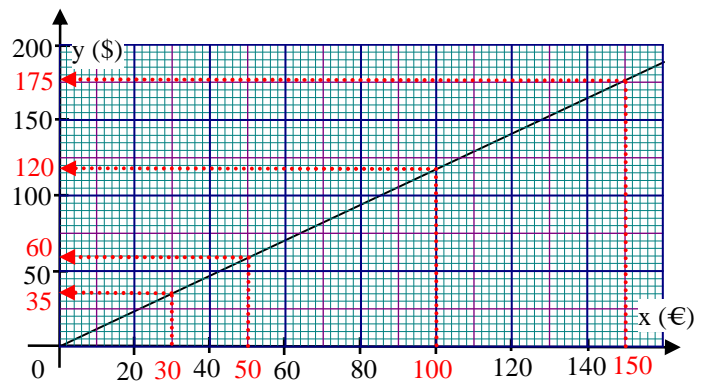
Deux grandeurs x et y sont proportionnelles s'il existe un nombre a tel que $y = ax$.
(a est le **coefficient de proportionnalité**)

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des points alignés sur une droite passant par l'origine des axes.

Bemerkung :

Das Ablesen einer Größe auf dem Graphen gibt nur einen Näherungswert an.

Um den richtigen Wert zu bestimmen, muss eine Rechnung durchgeführt werden.



GESCHWINDIGKEIT

Bei einer gleichförmigen Bewegung ist die Zuordnung Fahrzeit mit zurückgelegtem Weg **proportional**.

Der Proportionalitätsfaktor heißt **Durchschnittsgeschwindigkeit**.

Die Geschwindigkeit wird meistens in **Kilometer pro Stunde** oder **Meter pro Sekunde** angegeben.

Man schreibt : **km/h** oder $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

m/s oder $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Lorsqu'un mouvement est uniforme, la **distance parcourue** est proportionnelle à la **durée du trajet**.

Le coefficient de proportionnalité est la **vitesse moyenne**.

Es gilt :

$$d = v \times t$$

wobei **d** den zurückgelegten Weg, **v** die **Durchschnittsgeschwindigkeit** und **t** die **Fahrzeit** bezeichnen.

Beispiel :

| | | | |
|------------------|----|-----|-----|
| t (in h) | 1 | 1,5 | 2 |
| d (in km) | 90 | 135 | 180 |

× 90

Durchschnittsgeschwindigkeit :

90 km/h.

Es gilt : $d = 90 t$



Vorsicht Gefahr !

Wenn **d** in km und **t** in Stunden angegeben sind, dann wird **v** in km/h berechnet.

VERGRÖßERUNG ODER VERKLEINERUNG EINER FIGUR

Ähnlichkeitsfaktor

Ist eine Strecke oder eine Figur jeweils eine **Vergrößerung** oder eine **Verkleinerung** einer Strecke oder einer Figur mit dem **Maßstab** k ($k > 0$), so sprechen wir von **ähnlichen Strecken oder Figuren**.

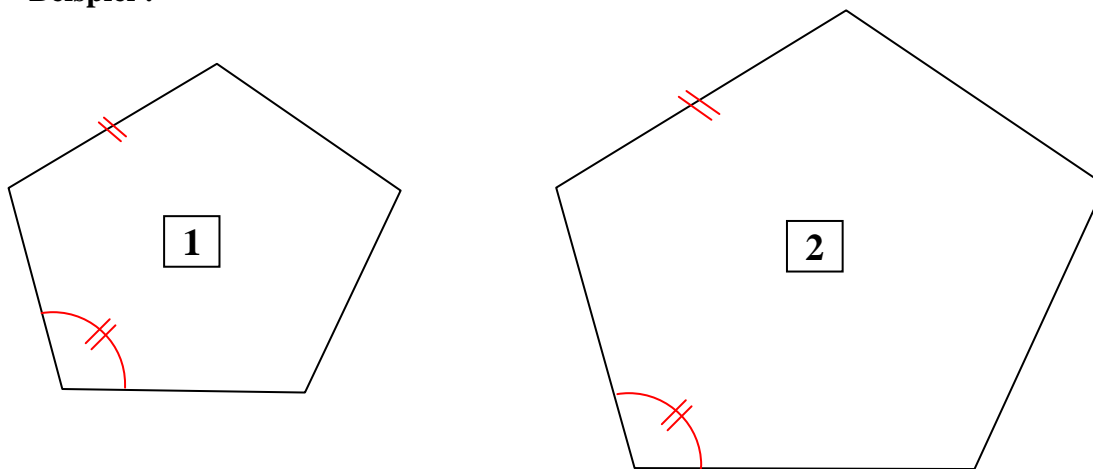
Der Maßstab k wird in diesen Fällen auch **Ähnlichkeitsfaktor (Proportionalitätsfaktor)** genannt.

Ist $k > 1$, so handelt es sich um eine Vergrößerung mit dem **Vergrößerungsfaktor** k .

Ist $k < 1$, so handelt es sich um eine Verkleinerung mit dem **Verkleinerungsfaktor** k .

Ist $k = 1$, so handelt es sich um eine Darstellung in **wahrer Größe**.

Beispiel :



Das Fünfeck **2** ist eine Vergrößerung des Fünfecks **1**.

Das Fünfeck **1** ist eine Verkleinerung des Fünfecks **2**.

Der Maßstab oder Ähnlichkeitsfaktor (Proportionalitätsfaktor) k ist hier : $k = 1,4$.

Jede Seitenlänge des Fünfecks **1** wird mit 1,4 multipliziert, um die Seitenlängen des Fünfecks **2** darzustellen.

Die entsprechenden Winkel beider Figuren haben die gleiche Größe.

Die Fünfecke **1** und **2** sind ähnliche Figuren.

Ähnliche Figuren

Wenn zwei Figuren zueinander **ähnlich** sind, dann gilt :

- 1) ihre entsprechenden **Winkel** haben die **gleiche Größe**,
- 2) ihre entsprechenden **Seitenlängen** stimmen im **Verhältnis** überein.

*Lorsqu'on a agrandi ou réduit une figure, les dimensions de la figure obtenue sont **proportionnelles** à celles de la figure de départ et les **mesures des angles** sont **conservées**.*

*1) Si le **coefficient de proportionnalité** est supérieur à 1, c'est un **agrandissement**.*

*2) Si le **coefficient de proportionnalité** est inférieur à 1, c'est une **réduction**.*

ÜBUNGEN ZUR FESTIGUNG UND ZUM WEITERARBEITEN

A) PROPORTIONALITÄT UND ZEICHNERISCHE DARSTELLUNG

Remarque : Pour cette rubrique peuvent convenir aussi tous les exercices du document 5^{ème} p. 5 – 15 à 5 – 16 (B1 bis B9).

A1) Familie SCHERZ bezahlt für ihre 112 m² große Wohnung 378 € Miete (ohne Nebenkosten). Familie SCHEIN bezahlt 320,95 € für 98 m². Welche Wohnung ist preisgünstiger ?

A2) Handelt es sich um eine proportionale Zuordnung ?

- a) Wasservolumen mit Wassergeld (monatlich 1 € Grundgebühr ; 1 m³ Wasser kostet 1,30 €).
- b) Anzahl der Flaschen mit Weinvolumen (Abfüllen von Wein in gleich große Flaschen).
- c) Kilometerzahl mit Erstattungsbetrag (0,21 € für jeden gefahrenen Kilometer).
- d) Seitenlänge mit Flächeninhalt (beim Quadrat).
- e) Kantenlänge mit Volumen (beim Würfel).

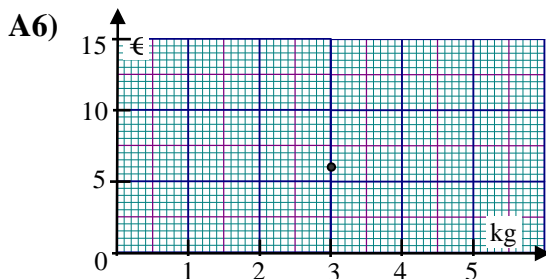


A3) 15 kg Äpfel kosten 33 €. Ist die Zuordnung Gewicht mit Preis proportional ?
Erstelle die Formel dieser Zuordnung, wenn y den Preis und x das Gewicht darstellt.

A4) Beim Echolot sendet man Schallwellen auf den Meeresgrund. Bei einer Wassertiefe von 1500 m kehren diese nach 2 s zurück. Wie tief ist das Wasser, wenn die Schallwellen nach 1,5s [2,9s ; 0,6s ; 0,2s ; 2,2s] zurückkehren ? Erstelle dabei die Formel der Zuordnung.

A5) Ein Fotogeschäft bietet für die Sommerferien Farbfilme an : jeder Film kostet 5 € ; beim Kauf von fünf oder mehr Filmen wird $\frac{1}{10}$ des Preises erlassen.

- a) Lege eine Zuordnungstabelle für Anzahl der Filme mit Gesamtpreis an (1, 2, ..., 8 Filme).
 - b) Liegt eine proportionale Zuordnung vor ?
 - c) Ist die Zuordnung in Teilen (bis 4 Filme ; ab 5 Filme) proportional ?
-



Im Graphen links ist nur ein Punkt einer proportionalen Zuordnung "Gewicht mit Preis" eingezeichnet.

Vervollständige möglichst einfach den Graphen.

Beschreibe, wie man daraus für jedes Gewicht bis 5 kg den Preis (gerundet auf €) abliest.

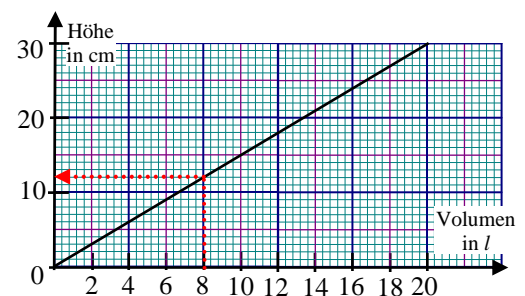
A7) Die Umrechnung des englischen Längenmaßes **inch** in Zentimeter kann man auch zeichnerisch darstellen :

$$1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm.}$$

Zeichne ein Koordinatensystem. Trage auf der Rechtsachse inch ab und auf der Hochachse Zentimeter. Aus dem Schaubild kann man die zugehörigen Werte der jeweils anderen Längeneinheit ablesen.

A8) Ein quaderförmiges Aquarium wird mit Wasser gefüllt. Im Bild siehst du den Graphen der Zuordnung : Wasservolumen mit Höhe des Wasserspiegels.

- a) Wie hoch steht das Wasser, wenn man 14 l [6 l ; 2 l ; 5 l ; 17 l ; 19 l] einfüllt ?
- b) Wie viel Wasser enthält das Aquarium bei einem Wasserstand von 30 cm [15 cm ; 19 cm ; 24 cm ; 9 cm] ?



- A9)** Die Mutter hat Thomas Körpergröße am Tag seiner Geburt und an den folgenden Geburtstagen notiert. Am 5. Geburtstag hat sie das Notieren vergessen ; nach dem 11. Geburtstag hat sie damit aufgehört.

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|----|----|----|----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Alter (in Jahren) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Körpergröße (in cm) | 53 | 75 | 88 | 97 | 104 | | 118 | 125 | 131 | 136 | 140 | 145 |

Wir beschäftigen uns mit der Zuordnung "Alter mit Körpergröße" (von Thomas).
Was kannst du mit Sicherheit über Thomas Größe im Alter von 5 Jahren und im Alter von 12 Jahren aussagen ? Begründe deine Aussage ; zeichne dazu auch den Graphen der Zuordnung.

- A10)** Zu einem Rechteck mit a (Breite) = 5 cm und b (Länge) = 20 cm will Christopher weitere Rechtecke mit demselben Flächeninhalt zeichnen.
- Berechne den Flächeninhalt A.
 - Lege eine Tabelle für folgende Werte von a an : 5 cm, 10 cm, 20 cm, 25 cm, 40 cm, 50 cm.
 - Zeichne für die Zuordnung "Länge mit Breite" ein Schaubild mit den Werten der Tabelle. Ist es eine proportionale Zuordnung ? Begründe deine Antwort.

- A11)** Die Entwicklung eines Filmes kostet 1,25 €, und jede Vergrößerung 9×13 kostet 0,25 €.

- a) Wie viel € kosten Entwickeln und Vergrößern eines Filmes mit

36 Aufnahmen : $1,25 + 0,25 \times 36 = \dots\dots\dots$ €
 30 Aufnahmen : $\dots\dots\dots$ €
 24 Aufnahmen : $\dots\dots\dots$ €
 15 Aufnahmen : $\dots\dots\dots$ €



- b) Stelle die Zuordnung "Anzahl der Abzüge mit Gesamtkosten" in einem Schaubild dar : verläuft die Gerade durch den Ursprung des Koordinatensystems ? Ist es eine proportionale Zuordnung ? Begründe.

- c) Herr KAMERA bezahlt 9 €. Wie viele Abzüge sind ihm berechnet worden ?

- A12)** In einem Parkhaus muss man für jede angebrochene Stunde Parkgebühren bezahlen. Die Gebühren betragen für die erste Stunde 1,75 €, für jede weitere Stunde 0,75 €, jedoch höchstens 7,75 € pro Tag.

| | | | | |
|------------------------|------|-----|-------|-----|
| Parkzeit (in h) | 1 | 2 | 3 | |
| Kosten (in €) | 1,75 | ... | | ... |

- Ergänze die folgende Tabelle bis zum Höchstpreis pro Tag.
- Wie teuer sind die Parkgebühren für 2 h ; 3,5 h ; 15 min ; 2 h 05 min ; 70 min ?
- Ist die Zuordnung "Parkzeit (in h) mit Kosten (in €)" proportional ?
- Stelle ein Schaubild mit den Wertepaaren der oberen Tabelle dar.

B) GESCHWINDIGKEIT

- B1)** Berechne die Geschwindigkeiten, wenn bei gleichförmiger Bewegung

- | | | |
|-------------------|---------------------|----------------------|
| a) 360 km in 4 h | b) 420 km in 7 h | c) 540 km in 12h |
| d) 28 km in 0,5 h | e) 50 km in 0,25 h | f) 30 km in 75 min |
| g) 0,5 km in 2 h | h) 1,8 km in 30 min | zurückgelegt werden. |



- B2)** Für verschiedene Testzüge, die mit gleichbleibender Geschwindigkeit fahren, liegen folgende Angaben vor :

| | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| Testzug 1 fährt 162 km in 3 h ; | Testzug 2 fährt 176 km in 4 h ; |
| Testzug 3 fährt 495 km in 5 h ; | Testzug 4 fährt 433 km in 3,5 h. |

Mit welcher Geschwindigkeit ist jeder Zug gefahren ?

- B3)** Berechne den Weg : a) Martin fährt 4,5 h mit 130 km/h, b) Ulla läuft 20 min mit 6 km/h, d) Christopher geht 15 min mit 1,5 km/h.

B4)



Für eine Flugstrecke benötigt ein Flugzeug mit 720 km/h Geschwindigkeit eine Zeit von 1 h 20 min.

- a) Berechne den zurückgelegten Weg.
b) Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit einer Maschine, die auf der gleichen Strecke 1 h 40 min unterwegs ist.

B5)

- Beim Kassettenrekorder wird das Band mit der Geschwindigkeit 4,8 cm pro Sekunde abgespielt.
a) Wie viel m Band sind in einer Kassette mit 24 min Spieldauer ?
b) Ein Band mit 90 min Spieldauer wird im schnellen Vorlauf in 195 s umgespult. Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit läuft es dabei ?

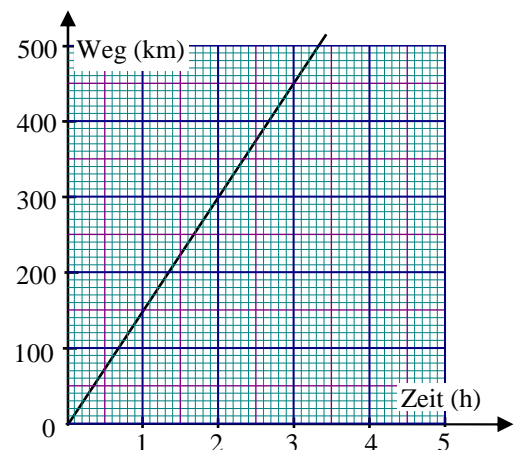
B6)

- Peter hat auf der Autofahrt zu seinem Urlaubsort folgende Angaben notiert :
Autobahn 249 km in 1,5 h ; Bundesstraße 85 km in 1,25h ; Landstraße 91 km in 1,75 h.
Berechne die durchschnittliche Reisegeschwindigkeit in km/h auf der
a) Autobahn ; b) Bundesstraße ; c) Landstraße ; d) Gesamtstrecke.

B7)

Ein Versuchsfahrzeug ist mit gleichbleibender Geschwindigkeit unterwegs. Das Schaubild zeigt die Zeit mit Weg-Zuordnung.

- a) Lies aus dem Diagramm ab, welche Strecke das Fahrzeug in 3 Stunden fährt.
b) Wie lange braucht das Fahrzeug, um eine Strecke von 240 km zurückzulegen ?
c) Mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit fährt das Fahrzeug ?



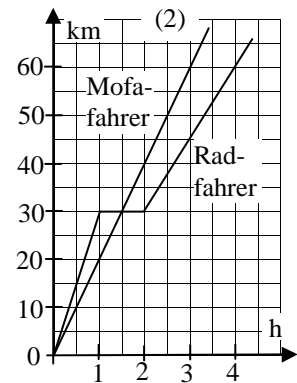
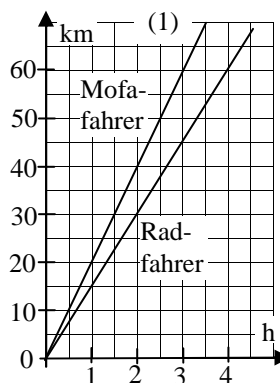
B8)

- a) Zeichne ein Zeit mit Weg-Diagramm für ein Fahrzeug, das mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h unterwegs ist. Verwende möglichst Millimeterpapier.
b) Lies aus deinem Diagramm ab, wie lange das Fahrzeug für eine Strecke von 200 km braucht.
c) Welche Strecke legt das Fahrzeug in 3 h 45 min zurück ?

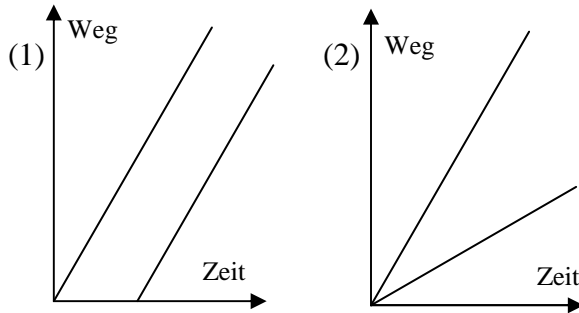
B9)

Die beiden Diagramme zeigen jeweils die Graphen für einen Radfahrer und einen Mofafahrer.

- a) Lies aus dem Schaubild (1) die jeweilige Durchschnittsgeschwindigkeit ab.
b) Beschreibe das 2. Schaubild.
c) Wann und nach wie viel gefahrenen Kilometern überholt der Mofafahrer den Radfahrer ?



B10)



- a) Zu welchem Diagramm gehört der Sachverhalt :
 « Zwei Radfahrer fahren zum gleichen Zeitpunkt mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten von einem Startpunkt ab » ?
- b) Formuliere einen Sachverhalt, der zum anderen Schaubild passt.

B11) Der Schall breitet sich in der Luft mit etwa 340 m/s aus. Im Wasser ist die Schallausbreitung mit rund 1 500 m/s wesentlich schneller.

Zeichne ein Koordinatensystem und stelle beide Zuordnungen zeichnerisch dar.

Rechtsachse : 1 cm für 0,5 s Hochachse : 1 cm für 500 m

B12) Auf einer 100 km langen Strecke erreicht ein Eilzug eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 75 km/h. Der Interregio-Zug fährt um 25 km/h schneller, der Intercity wieder um 25 km/h schneller. Wie groß sind die zeitlichen Unterschiede der Züge ?

C) PROZENTRECHNUNG

Nous avons fait le choix de n'ôter aucun exercice de ce paragraphe « Calculs de pourcentages », conforme à la version de 2004. Les exercices les plus difficiles pourront être proposés en approfondissement aux élèves, sans aucun critère d'exigibilité.

C1) Eine Umfrage unter 750 Jugendlichen ergab : 38 % von ihnen treiben Sport, davon sind 45 % Mädchen ; 17 % der Jugendlichen spielen ein Musikinstrument, davon sind 57 % Mädchen.

- a) Wie viele dieser befragten Jugendlichen treiben Sport, wie viele Mädchen sind darunter ?
 b) Wie viele Jungen und wie viele Mädchen spielen ein Instrument ?

C2) Andrea gibt 40 % ihres Taschengeldes aus ; 15 % legt sie für Geschenke zurück ; den Rest, nämlich 6,75 €, spart sie für einen Fotoapparat.

- a) Wie viele € Taschengeld erhält Andrea ?
 b) Wie viele € gibt sie aus ? c) Wie viele € legt sie für Geschenke zurück ?

C3) Um wie viel Prozent wurde die Ware teurer ? Runde auf 1 Dezimale. Überschlage zunächst.



| | | | | |
|--------------------|---------|---------|----------|----------|
| Alter Preis | a) 27 € | b) 86 € | c) 256 € | d) 562 € |
| Neuer Preis | 29 € | 92 € | 272 € | 586 € |

C4) Um wie viel Prozent wurde die vorgeschriebene Geschwindigkeit überschritten ? Runde auf ganze Prozentzahlen.

| | | | |
|--|-------|-------|--------|
| Vorgeschriebene Geschwindigkeit (in km/h) | a) 50 | b) 70 | c) 120 |
| Gefahrene Geschwindigkeit (in km/h) | 60 | 75 | 150 |

C5) Um wie viel Prozent wird eine Zahl verändert, wenn man sie :

- a) halbiert b) verdoppelt c) um ein Fünftel vergrößert ?

C6) Wie viel Promille

- a) Kalzium b) Kalium
 c) Natrium d) Magnesium

In 0,75 kg sind enthalten :

| | | | |
|----------------|--------------|------------------|---------------|
| Kalzium | 98 mg | Kalium | 12,5 g |
| Natrium | 73 mg | Magnesium | 15,3 g |

enthält das Mineralwasser, für das die Angaben in der Tabelle gelten ?

- C7) Bei Erwachsenen macht das Blut etwa 7% des Körpergewichts aus.
- Wie viel Liter Blut hat ein Mensch mit 75 kg Körpergewicht ?
 - Ein Autofahrer gilt als nicht mehr fahrtüchtig, wenn der Alkoholgehalt im Blut mehr als 0,8 ‰ beträgt. Welcher Menge Alkohol im Blut entspricht das bei einem Körpergewicht von 75 kg ?

- C8) Nach einem Rabatt von 20 % bezahlte Herr FASTUMSONST für das Mountainbike noch 500 €. Wie hoch war der Preis ohne Rabatt ?

- C9) Frau SICHERHEIT zahlt jährlich 120 € an die Feuerversicherung ; das sind 1,2 ‰ ihrer Versicherungssumme. Zu wie viel € hat sie ihr Hausgegen Feuer versichert ?

- C10) Um wie viel Prozent verändert sich die Fläche der Rechtecke mit den Seiten
- 9 cm und 7 cm
 - 15 cm und 12 cm,
- wenn die größere Seite um 10 % verkleinert und die kleinere Seite um 10 % vergrößert wird ?

- C11) In einem Jugendclub sind 12 Mädchen und 18 Jungen Mitglieder. Wie ändert sich der prozentuale Anteil der Mädchen, wenn 2 Mädchen [3 Mädchen und 3 Jungen] neu in den Club eintreten ?

- C12) Bei einem Test müssen Meerschweinchen und Goldhamster in 1 Minute durch einen Irrgarten zu einer Futterstelle finden. Von 90 Goldhamstern schaffen es 35 ; bei den Meerschweinchen finden 60 von 110 den Weg nicht. Welche Tierart scheint « intelligenter » zu sein ?



- C13) Ein Auto kostet 7 700 €. « Der Preis wird demnächst um 3 % erhöht », sagt der Händler.
- Berechne die Preiserhöhung und dann den neuen Preis.
 - Wie viel Prozent des alten Preises beträgt der neue ? Berechne hiermit den neuen Preis.

- C14) Nach einer Erhöhung von 5 % erhält Frau WIRDREICHER ein Gehalt von 2 772 €. Wie hoch war ihr Gehalt vor der Erhöhung ?

$$\square \xrightarrow{\times 1,05} 2\,772$$

- C15)
- | | | | | |
|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Alter Preis | | | | |
| Erhöhung | 15 % | 10 % | 4 % | 7,5 % |
| Proportionalitätsfaktor | 1,15 | | | |
| Neuer Preis | 414 € | 935 € | 572 € | 430 € |
- Alter Preis $\xrightarrow{\times \text{Faktor}}$ Neuer Preis

- C16) Ein Pkw kostet 7 400 €. Da es ein Vorführwagen ist, wird der Preis um 15 % herabgesetzt.
- Berechne die Preisermäßigung und dann den neuen Preis.
 - Wie viel Prozent des alten Preises beträgt der neue Preis ?

- C17) Beim Kauf eines Computers erhält Herr INTERNET bei Barzahlung einen Rabatt von 5 %. Daher zahlt er nur 522,50 €.

Wie teuer ist der Computer ohne den Rabatt ?

$$\square \xrightarrow{\times 0,95} 522,50 \text{ €}$$

- C18) Elisa kauft ein Kleid für 124 €. Da der Stoff einen leichten Webfehler hat, bekommt sie 15 % Rabatt. Wie viel € muss sie zahlen ?

- C19)
- | | | | | | | | |
|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|----------|---------|---------|
| Alter Preis | | | | | | | |
| Ermäßigung | 4 % | 10 % | 15 % | 20 % | 25 % | 7,5 % | 12,5 % |
| Proportionalitätsfaktor | 0,96 | | | | | | |
| Neuer Preis | 432 € | 468 € | 306 € | 108 € | 127,50 € | 1 961 € | 2 975 € |
- Siehe Aufgabe C15)

- C20)** Berechne den alten Preis. Berechne auch die Erhöhung bzw. Ermäßigung in €.
- Der Preis eines Schrankes wurde um die Hälfte erhöht. Er kostet jetzt 1 230 €.
 - Der Preis eines Autos ist um 4 % erhöht. Es kostet jetzt 16 250 €.
 - Der Benzinpreis ist um 30 % gefallen. Ein Liter kostet jetzt 0,65 €.
 - Der Preis eines Fernsehgerätes wurde auf 75 % des alten Preises gesenkt. Es kostet jetzt 625 €.

C21) Vorsicht !

- Ein Trainingsanzug wurde zweimal hintereinander um 50 % reduziert. Martin meint, dass er dann ja gar nichts mehr kostet. Und was meinst du dazu ?
- Ein T-Shirt kostet 25 €. Der Preis wird um 100 % erhöht und dann im Ausverkauf um 100 % gesenkt ? Was kostet das T-Shirt dann ?

C22) Eine Lampe kostet 95 €. Dieser Preis wird zunächst um 7 % erhöht, der neue Preis später wiederum erhöht, diesmal um 5 %.

- Berechne den Preis (1) nach der ersten Erhöhung ; (2) nach der zweiten Erhöhung.
- « Dann ist der Preis insgesamt um 12 % gestiegen », sagt Herr RECHNER. Ist das richtig ?

C23) Drei Autofirmen bieten Wagen zu je 12 000 € an. Jede Firma erhöht zweimal innerhalb eines Jahres ihre Preise.

- Firma A : Zuerst um 6 % , dann um 4 % ;
 Firma B : Zuerst um 4 % , dann um 6 % ;
 Firma C : Zuerst um 5 % , dann nochmals um 5 % .



Bei welcher Firma ist der Preisanstieg am größten ?

C24) Ein Preis von 60 € wird zuerst um 10 % erhöht, der erhöhte Preis später um 10 % herabgesetzt.

- Berechne den erhöhten Preis und den Endpreis. $60 \xrightarrow{\times 1,10} \square \xrightarrow{\times 0,90} \square$
 Vergleiche den Endpreis mit dem ursprünglichen Preis.
- Berechne den Endpreis, wenn der ursprüngliche Preis zuerst um 10 % ermäßigt wird und dann um 10 % erhöht. Vergleiche mit dem Ergebnis aus Frage a).

D) ZINSRECHNEN : ANWENDUNG DER PROZENTRECHNUNG

Remarque : Nous proposons un aperçu sur le calcul d'intérêts comme cas particulier de calcul de pourcentages.

D1) Im Schaufenster eines Kaufhauses hat Thomas nebenstehendes Plakat gesehen. Erkläre die Bedeutung der hier gegebenen Informationen.

Kaufen ohne Probleme !

Kaufhaus am Rhein / Hausbank

Wir bieten unseren Kunden Geld zu äusserst günstigen Bedingungen bis zu 2 500. - € zu nur 9,5 %.

D2) Sarah besitzt bei der Bank ein Sparbuch. Zu Beginn des Jahres hat sie ein Guthaben von 450 €. Der Zinssatz für das Sparkonto beträgt 3 %.
 Wie viel Zinsen werden am Ende des Jahres berechnet ?

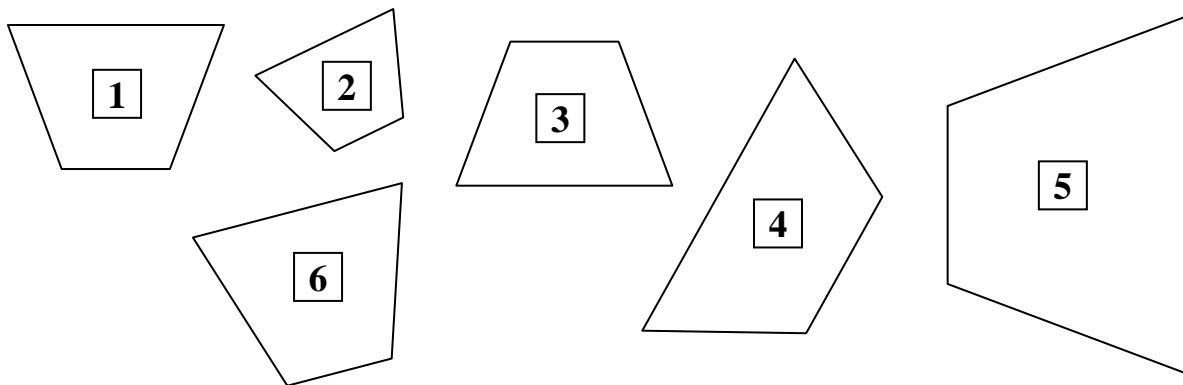
- D3)** Herr BRAUCHTGELD hat sich von der Bank Geld geliehen. Für ein Jahr muss er 85 € Zinsen bezahlen. Der Zinssatz beträgt 8,5 %. Wie viel Geld hat er sich geliehen ?
-
- D4)** Helena hat nach einem Jahr für ein Guthaben von 300 € Zinsen in Höhe von 10,50 € bekommen. Berechne den Zinssatz.

E) VERGRÖSSERUNG ODER VERKLEINERUNG EINER FIGUR

E1) Zeichne eine Vergrößerung des Dreiecks ABC mit $AB = 5 \text{ cm}$; $BC = 3,5 \text{ cm}$ und $AC = 6 \text{ cm}$, wenn die zu AB entsprechende Seitenlänge 8 cm beträgt.

E2) Zeichne eine Verkleinerung des gleichschenkligen Dreiecks ABC mit Basis [BC] und $AB = 9 \text{ cm}$; $BC = 3,6 \text{ cm}$, wenn die zu AB entsprechende Seitenlänge 5 cm beträgt.

E3) Sind die Vierecke **2** **3** **4** **5** und **6** Vergrößerungen oder Verkleinerungen des Vierecks **1** ?



Begründe jeweils deine Antworten.

E4) Zeichne eine Vergrößerung des Parallelogramms ABCD mit $AB = 2 \text{ cm}$; $BC = 3 \text{ cm}$ und $\widehat{ABC} = 40^\circ$, wenn die zu AB entsprechende Seitenlänge 5 cm beträgt.

E5) Zeichne eine Vergrößerung des Parallelogramms EFGH mit $EF = 3 \text{ cm}$; $FG = 5 \text{ cm}$ und $\widehat{EFG} = 100^\circ$, wenn die zu EF entsprechende Seitenlänge 5,4 cm beträgt.

E6) Zeichne eine Raute RATU deren Diagonalen 5 cm und 3 cm lang sind. Sind folgende Rauten Verkleinerungen der Raute RATU ? Gib, falls möglich, jeweils den Ähnlichkeitsfaktor an.

- (1) Die Raute HOMB deren Diagonalen 4 cm und 2 cm lang sind ?
- (2) Die Raute IJKL deren Diagonalen 4,5 cm und 2,7 cm lang sind ?

Begründe jeweils deine Antworten.

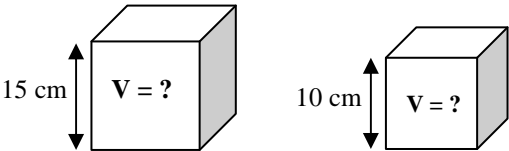


E7) Zeichne eine Verkleinerung der Raute ABCD mit $AB = 8 \text{ cm}$ und $\widehat{ABC} = 75^\circ$, wenn die zu AB entsprechende Seitenlänge 5,6 cm beträgt.

F) ZUM KNOBELN UND ZUM WEITERARBEITEN

F1) Wie viel Prozent der natürlichen Zahlen bis einschließlich der angegebenen Zahl sind Quadratzahlen ? a) 10 b) 100 c) 1 000 d) 10 000

F2) Wie viel Prozent der natürlichen Zahlen bis einschließlich 10 000
a) sind gerade, b) sind ungerade, c) sind durch 5 teilbar,
d) sind durch 10 teilbar, e) enthalten in ihrer Dezimaldarstellung die Ziffer 9 ?

F3)  Um wie viel Prozent ist das Volumen eines Würfels mit einer Kantenlänge von 15 cm größer als das Volumen eines Würfels mit einer Kantenlänge von 10 cm ?

F4) Eine Zahl wird um 25 % vergrößert. Um wie viel Prozent, muss man die erhaltene Zahl verkleinern, damit man die ursprüngliche Zahl wieder erhält ?

F5) Um wie viel Prozent ändert sich die Fläche eines Rechtecks, wenn man
a) eine Seite um 20 % b) beide Seiten um 20 % verlängert ?

F6) Sieben Katzen fressen sieben Mäuse in sieben Minuten. Wie viele Katzen werden mindestens gebraucht, um hundert Mäuse in hundert Minuten zu fressen ?

F7) Für den Bau eines Straßenstückes benötigen 8 Arbeiter 20 Tage. Nach 15 Tagen werden 2 Arbeiter zusätzlich eingestellt. Wie viele Tage früher wird das Straßenstück nun fertig ?

F8) Für das Mauern eines Kellers benötigen 6 Maurer 12 Arbeitstage.
a) Wie viele Maurer müssen eingesetzt werden, wenn der Keller innerhalb von 10 Arbeitstagen fertiggestellt werden soll ?
b) Wie lange benötigen 9 Maurer für dieselbe Arbeit ?
c) Wie lange dauern die Maurerarbeiten an diesem Keller, wenn zunächst 3 Tage lang 6 Maurer arbeiten und vom 4. Tag an zusätzlich noch 2 weitere Maurer eingesetzt werden ?

QUELQUES CONSEILS POUR DES EXERCICES COMPLEMENTAIRES EN FRANÇAIS.

La plupart des exercices sur les notions traitées dans ce chapitre sont similaires dans les manuels allemands et dans les nôtres. Nous proposons aux professeurs de traiter en langue française des exercices pour activer les expressions « **représentation graphique** », « **vitesse moyenne** », « **capital, intérêts** », « **écrire en fonction de ...** » ainsi que des exercices de type « **brevet** », sur la notion « **d'indice** » ainsi que sur celle « **d'agrandissement/réduction** ».

A titre d'exemples nous suggérons (les éditions citées datent de 2007) :

- les exercices n° 89 ; 90 ; 102 et 107 pp. 103 à 105, dans la collection Triangle.
- les exercices n° 13 à 17 p. 253 dans le manuel Dimathème.

