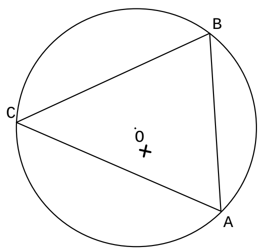
11. RECHTWINKLIGES DREIECK : KREIS, TANGENTE UND WINKELHALBIERENDE.

<u>Remarques préliminaires :</u> 1) Dans tous les manuels allemands consultés, est appelé « **Thalessatz** *», la propriété : «* ***Si on joint un point d'un cercle avec les extrémités d'un diamètre, on obtient un triangle rectangle en ce point*** *» et réciproque de cette propriété «* **Umkehrung des Thalessatzes** *» : «* ***Si un triangle ABC est rectangle en C, alors le point C se trouve sur le cercle de diamètre [AB]*** *». Nous avons respecté cette logique dans le plan de nos activités, tout en évitant de donner à cette propriété le nom de « Thalès » pour ne pas induire nos élèves en confusion quand, en 3ème, on leur parlera de notre « théorème de Thalès » !*
2) La propriété intitulée **« Der Thalessatz »** *est étudiée dans tous les types d'école en Allemagne, par contre* **« der Kehrsatz von Thales** *» n'est vue ni en « Realschulen » ni en « Hauptschulen » mais exclusivement en « Gymnasium ».*
3) Dans la même logique est appelé en Allemagne « **Thaleskreis** *» le cercle circonscrit au triangle rectangle.*

Einleitende Entdeckung

Eine ähnliche Figur soll konstruiert werden. Paul zeichnet zuerst den Kreis, und danach ein einbeschriebenes Dreieck. Christine bevorzugt dagegen, zuerst das Dreieck zu zeichnen und danach seinen Umkreis.
Führe beide Konstruktionen durch.

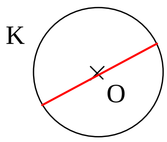
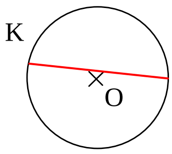
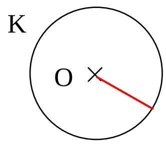


<u>Objectifs visés :</u>

** Connaître et savoir utiliser la propriété qui caractérise le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle.*
** Connaître et savoir utiliser la propriété qui caractérise les points d'un cercle donné par la propriété de l'angle droit.*
** Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de a perpendiculaire menée du point à la droite.*
** Savoir construire la tangente à un cercle en l'un de ses points.*
** Savoir caractériser les points de la bissectrice d'un angle donné par la propriété d'équidistance aux deux côtés de l'angle.*
** Savoir construire le cercle inscrit dans un triangle.*

Fragebogen

Welche Antwort(en) ist(sind) richtig und welche falsch ?

1) Wenn ABC ein rechtwinkliges Dreieck bei A ist, dann ist die Hypotenuse die Seite :	[AB]	[BC]	[AC]
2) Der Umkreismittelpunkt eines Dreiecks ist der Schnittpunkt seiner :	Höhen	Seiten-halbierenden	Mittel-senkrechten
3) In welchem Kreis wurde ein Durchmesser gezeichnet ?			

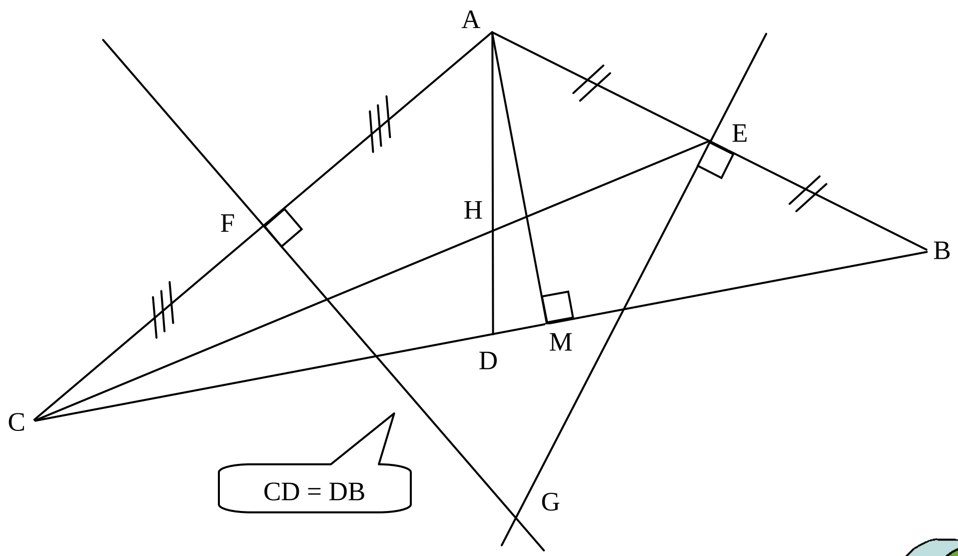
Ein wenig Geschichte …

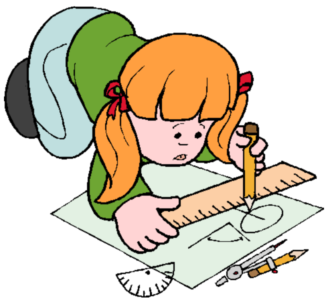
Der griechische Gelehrte THALES VON MILET ist wahrscheinlich 624 v. Chr. geboren und in der 58. Olympiade, das heißt zwischen 548 und 544 v. Chr. gestorben. Als Philosoph und Großkaufmann unternahm THALES weite Reisen nach Ägypten und Babylonien und brachte viele geometrische und astronomische (sternkundliche) Erkenntnisse mit. Für seine Zeitgenossen war es besonders eindrucksvoll, dass er eine Sonnenfinsternis für das Jahr 585 v. Chr. vorhergesagt hatte. Im Bereich der Geometrie führte warscheinlich THALES den Begriff des Winkels ein. Auch zeigte er, dass in jedem gleichschenkligen Dreieck die beiden Basiswinkel gleich groß sind. Dagegen lässt sich nicht mit Sicherheit sagen, ob der nach ihm benannte « **Satz des Thales** » auch tatsächlich von ihm entwickelt wurde.

Wiederholung : Kenntnisse aus der “5ème” wieder auffrischen

1) Besondere Linien im Dreieck und Umkreis eines Dreiecks

<u>Aufgabe A :</u> Sind, jeweils in der folgenden Figur, die verschiedenen Behauptungen richtig oder falsch ? Begründe deine Antworten !





1) Die Gerade (FG) ist eine **Seitenhalbierende** des Dreiecks ABC.
2) Die Gerade (AD) ist eine **Seitenhalbierende** des Dreiecks ABC.
3) Die Gerade (CE) ist eine **Mittelsenkrechte** des Dreiecks ABC.
4) Die Gerade (GE) ist eine **Mittelsenkrechte** des Dreiecks ABC.
5) Die Gerade (GF) ist eine **Höhe** des Dreiecks ABC.
6) Die Gerade (AM) ist eine **Höhe** des Dreiecks ABC.
7) Der Punkt H ist der **Umkreismittelpunkt** des Dreiecks ABC.
8) Der Punkt G ist der **Umkreismittelpunkt** des Dreiecks ABC.

<u>Aufgabe B :</u>

1) Zeichne ein Dreieck XYZ so, dass $\widehat{XYZ} = 130\,°$, XZ = 4 cm und XY = 3 cm.
2) Zeichne in **blauer** Farbe die **Seitenhalbierende** durch den Eckpunkt X ;
   sie schneidet die gegenüberliegende Seite [YZ] im Punkt M.
3) Zeichne in **roter** Farbe die **Mittelsenkrechte** der Strecke [YZ].
4) Zeichne den Umkreis des Dreiecks XYZ.
5) Zeichne in **grüner** Farbe die **Höhe** durch den Eckpunkt Y ;
   sie schneidet die Gerade (XZ) im Punkt H.

2) Winkelhalbierende

<u>Aufgabe A :</u>

1) Zeichne einen Winkel $\widehat{xOy}$ mit dem Winkelmaß 67 °.
2) Zeichne mit Zirkel und Lineal (also ohne Winkelmesser) die **Winkelhalbierende** dieses Winkels.
3) Ist diese Winkelhalbierende die Symmetrieachse des Winkels $\widehat{xOy}$?

<u>Aufgabe B :</u>

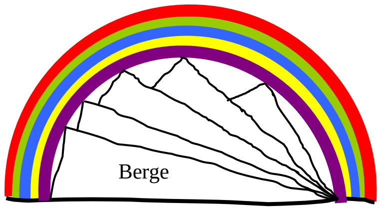
Was kannst du über die besonderen Linien eines gleichschenkligen (gleichseitigen) Dreiecks sagen ?

I RECHTWINKLIGES DREIECK IM KREIS EINBESCHRIEBEN

Einstieg 1 **Rechtwinklige Dreiecke im Kreis einschreiben**

Objectif : Découvrir la propriété du triangle rectangle inscriptible dans un demi-cercle à travers diverses situations

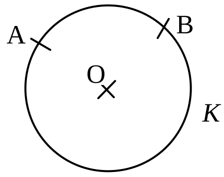
Aufgabe 1 :



Welcher Gipfel der Berglandschaft ist am spitzesten ?

Aufgabe 2 :

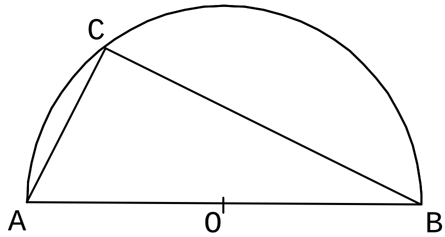
Maria hat einen Kreis *K* um O und auf diesem Kreis zwei Punkte A und B gezeichnet.
Sie behauptet : « Ich kann ohne Zeichendreieck und Zirkel, ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit Hypotenuse [BC] zeichnen ! »



Was hältst du davon ? Wie ist sie vorgegangen ?

Aufgabe 3 :

Betrachte das Dreieck ABC innerhalb des Halbkreises. Miss den Winkel $\widehat{ACB}$. Formuliere eine Vermutung und überprüfe sie an weiteren Beispielen, indem du neue Punkte C auf dem Halbkreis zeichnest.



Aufgabe 4 : Erste Beweisführung

Beweise die Vermutung aus Aufgabe 3.
Anleitung : Zeichne die Strecke [OC] und suche gleich große Winkel.

Objectif : Proposer une première démonstration de la propriété précédente utilisant des mesures d'angles. Cette première démonstration est entièrement rédigée : le professeur choisira comment la faire découvrir à ses élèves

Lösung :

Vermutung : unabhängig von der Lage von C auf dem Kreis gilt stets $\widehat{ACB} = 90°$.

Beweisführung :

* Zeichne die Strecke [OC]. Die Strecken [OA], [OB] und [OC] sind Radien des Kreises um O und daher gleich lang.
* Folglich sind die Dreiecke ACO und BCO gleichschenklige Dreiecke.
* Mit Hilfe des Basiswinkelsatzes folgt :

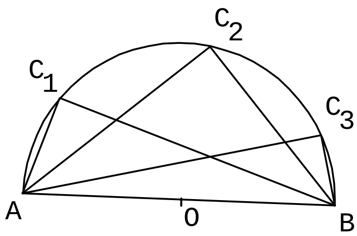
(1) $\widehat{CAB} = \widehat{ACO}$; (2) $\widehat{ABC} = \widehat{BCO}$.

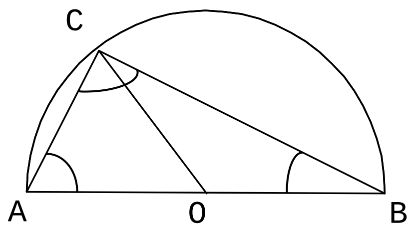
* Dann gilt : $\widehat{ACB} = \widehat{ACO} + \widehat{BCO} = \widehat{CAB} + \widehat{ABC}$.
* Nach dem Winkelsummensatz für Dreiecke gilt :

$$\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°.$$

* Wegen $\widehat{CAB} + \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ folgt : $\widehat{ACB} + \widehat{ACB} = 180°$

$$2 \times \widehat{ACB} = 180°$$
$$\widehat{ACB} = 90°$$





Aufgabe 5 : Zweite Beweisführung

Cette deuxième démonstration laisse plus d'initiative à l'élève et permet d'utiliser des propriétés de quadrilatères

Zeichne um O einen Kreis mit dem Durchmesser [AB]. Konstruiere auf diesem Kreis einen zweiten Durchmesser [MP].

a) Beweise : AMBP ist ein Rechteck.
Anleitung : Benutze die Eigenschaften des Werkzeugkastens !

b) Was kannst du daraus für das Dreieck AMB schließen ?

Werkzeugkasten :

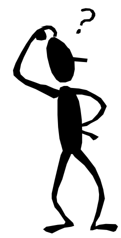
🗗 Wenn zwei Punkte auf demselben Kreis liegen, dann haben sie vom Mittelpunkt des Kreises gleichen Abstand.

🗗 Wenn sich in einem Viereck die Diagonalen halbieren und gleich lang sind, dann ist es ein Rechteck.

Aufgabe 6 : Wir fassen zusammen.

Könntest du jetzt mit Hilfe der folgenden Ausdrücke einen Satz bilden ?

dann hat das Dreieck	die Ecke C auf dem Kreis	Wenn bei einem Dreieck ABC
mit dem Durchmesser [AB] liegt,	bei C einen rechten Winkel.	



Remarque à l'usage du professeur :
Dans les manuels allemands on trouve différentes variantes de cette propriété. Nous en énoncons quelques unes :

Satz des Thales :

1) Liegt bei einem Dreieck ABC der Eckpunkt C auf einem Halbkreis über [AB], so hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.
2) Wenn der Eckpunkt C des Dreiecks ABC auf einem Halbkreis über dem Durchmesser [AB] liegt, so hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.
3) Alle Winkel im Halbkreis über dem Durchmesser sind rechte Winkel.
4) Alle Dreiecke im Halbkreis sind rechtwinklig.
5) Kurz **:** Jeder Winkel im Halbkreis ist ein rechter.

Einstieg 2 **Anwendungen**

Aufgabe 1 : Zeichnen eines rechtwinkligen Dreiecks

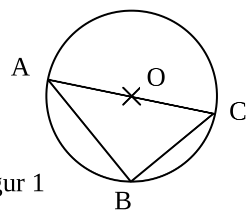
Objectif : Appliquer la propriété découverte dans Einstieg 1

Konstruiere, nur mit Zirkel und Lineal, ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit :
AB = 6 cm, BC = 5 cm und $\widehat{ACB} = 90°$.

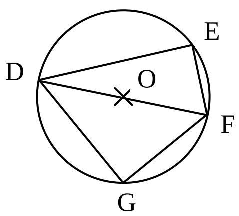
Anleitungen : Zeichne die Strecke [AB] und den Halbkreis über [AB].
Beende die Konstruktion und begründe sie.

Aufgabe 2 : Rechtwinklige Dreiecke erkennen

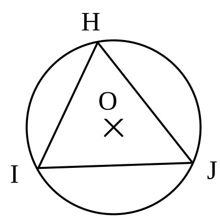
Welche der folgenden Dreiecke sind rechtwinklig ?
Bemerke : die Punkte O und O' sind jeweils die Mittelpunkte der Kreise.



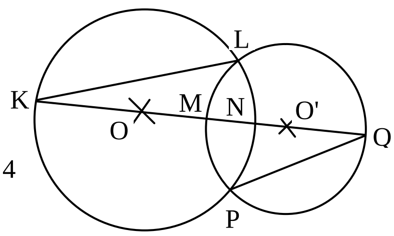
Figur 1



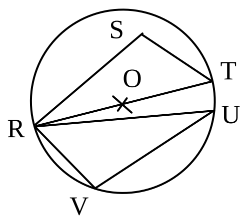
Figur 2



Figur 3



Figur 4



Figur 5

Aufgabe 3 : Die Länge einer Dreiecksseite berechnen

Zeichne um O einen Kreis mit dem Durchmesser [AB] : AB = 8 cm.
Konstruiere den Punkt C auf dem Kreis so, dass AC = 3cm.
Berechne die Länge der Strecke [CB].

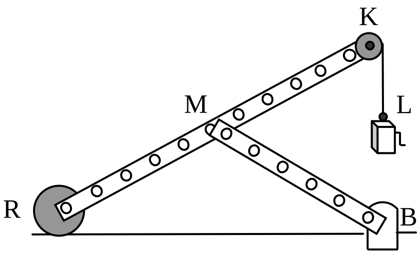
Anleitung :
Benutze den Satz aus Einstieg 1 und denke auch an Pythagoras !

Einstieg 3 **Seitenhalbierende und rechtwinkliges Dreieck**

Objectif : Découvrir encore une variante pour prouver qu'un triangle est rectangle grâce à la propriété de la médiane

Aufgabe 1 :

Bei dem abgebildeten Kran kann die Rolle R hin und her geführt werden ; dabei ändert sich die Neigung des Kranarmes RK. Die Teile BM, MR und MK sind gleich lang. In der abgebildeten Stellung hängt die Last L genau über B. Bleibt dies so, wenn sich die Rolle auf B zubewegt ? Zeichne den Kran, wenn R nur halb so weit von B entfernt ist.



Aufgabe 2 : Wir fassen zusammen.

Könntest du jetzt mit Hilfe der folgenden Ausdrücke einen Satz bilden ?

dann ist dieses Dreieck rechtwinklig bei diesem Punkt.

Wenn in einem Dreieck

zur gegenüberliegenden Seite verläuft,

eine Seitenhalbierende, die von einem Eckpunkt

halb so lang ist wie diese Seite,

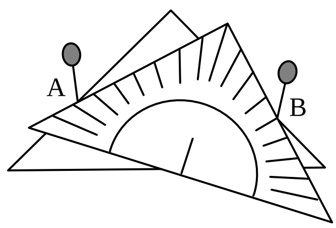
Remarque : Dans aucun manuel allemand consulté, nous n'avons trouvé énoncée la propriété de la médiane.

II UMKREIS EINES RECHTWINKLIGEN DREIECKS

Einstieg 4 **Umkreismittelpunkt eines rechtwinkligen Dreiecks**

Objectif : Découvrir le cercle circonscrit par essais successifs

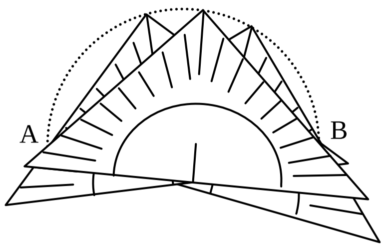
Aufgabe 1 :



Die kurzen Seiten des Geodreiecks gleiten an den Stecknadeln entlang. Auf welcher Linie bewegt sich dabei der Eckpunkt mit dem rechten Winkel ? Probiere selbst.

Lösung :

Der Scheitel des rechten Winkels liegt jeweils auf dem Kreis mit dem Durchmesser [AB]. Man drückt das auch so aus : dieser Kreis ist der geometrische Ort aller Punkte, von denen aus die Punkte A und B unter einem rechten Winkel erscheinen.



Was kannst du daraus für den Umkreismittelpunkt eines rechtwinkligen Dreiecks schließen ?

Aufgabe 2 : Beweisführung

Zeichne ein Dreieck EFG rechtwinklig bei E. Gegeben sind der Mittelpunkt O der Strecke [FG] sowie der Bildpunkt E' von E bei der Punktspiegelung an O.
Beweise mit Hilfe des Werkzeugkastens :
a) EFE'G ist ein Rechteck,
b) O ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks EFG.

Werkzeugkasten :

🗗 Wenn zwei Punkte vom Mittelpunkt eines Kreises gleichen Abstand haben, dann liegen sie auf demselben Kreis.
🗗 Wenn sich in einem Viereck die Diagonalen halbieren und gleich lang sind, dann ist es ein Rechteck.

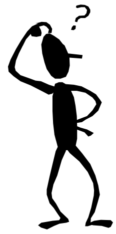
Aufgabe 3 : Wir fassen zusammen.

Könntest du jetzt mit Hilfe der folgenden Ausdrücke zwei Sätze bilden ?

Nous proposons deux « variantes » de cette propriété sous forme « Si … alors … »

a)

| Wenn das Dreieck ABC |
| mit dem Durchmesser [AB]. |
| dann liegt C auf dem Kreis |
| bei C einen rechten Winkel hat, |



b)

| auf der Mitte der Hypotenuse. |
| dann befindet sich der Umkreismittelpunkt |
| Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, |

Einstieg 5 **Rechtwinkliges Dreieck und Seitenhalbierende**

Objectif : Découvrir une variante de la propriété réciproque

Aufgabe 1 :

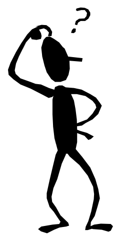
Was kannst du aus der Aufgabe 2 in Einstieg 4 für eine Seitenhalbierende in einem rechtwinkligen Dreieck schließen ?

Aufgabe 2 : Wir fassen zusammen.

Könntest du wieder mit Hilfe der folgenden Ausdrücke einen Satz bilden ?

En Allemagne on lit : **« Hat das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel, so liegt C auf dem Thaleskreis »**

| halb so lang wie die Hypotenuse. |
| die vom Scheitelpunkt des rechten Winkels zur Hypotenuse verläuft, |
| dann ist die Seitenhalbierende, |
| Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, |



III ABSTAND EINES PUNKTES VON EINER GERADEN : DER KÜRZESTE WEG

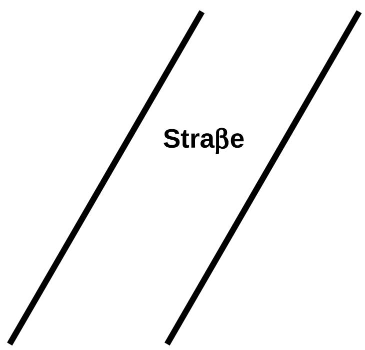
Einstieg 6 **Den kürzesten Weg entdecken**

Objectif : Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite

La distance d'un point à une droite avait déjà été évoquée en 6ème dans le chapître 8 !

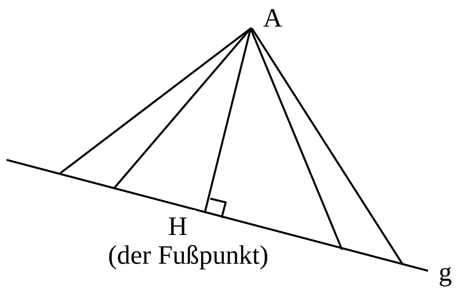
Aufgabe 1 :

Peter hat es sehr eilig. Er möchte den kürzesten Weg zur Straße herausfinden. Kannst du ihm dabei helfen ?



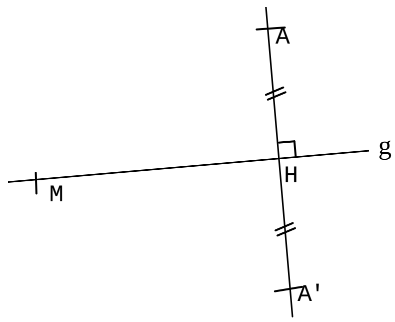
Aufgabe 2 : Versuche ein gleichschenkliges Dreieck zu konstruieren mit der Schenkellänge 3 cm und der Höhe 4 cm. Woran scheitert die Konstruktion ? Ist sie durchführbar, wenn die Schenkellänge 4 cm und die Höhe 3 cm beträgt ?

Einstieg 7 **Der kürzeste Weg ist zur Geraden orthogonal**



Von allen Verbindungsstrecken eines Punktes A mit einem Punkt einer Geraden g ist diejenige am kürzesten, die zu g orthogonal ist.
Das werden wir in Aufgabe 1 beweisen.
Die Strecke [AH] nennt man das Lot vom Punkt A auf die Gerade g und H den **Fußpunkt** des Lotes. Die Länge des Lotes heißt **Abstand des Punktes A von der Geraden g**.

Objectif :
Démontrer le résultat relatif à la distance d'un point à une droite grâce à la symétrie axiale et à l'inégalité triangulaire



Aufgabe 1 : Beweisführung

a) * Gegeben ist ein Punkt A und eine Gerade g (A liegt nicht auf g).
  * Zeichne den Bildpunkt A' von A bei der Achsenspiegelung an g. Die Gerade (AA') schneidet die Gerade g im Punkt H.
  * Konstruiere auf g einen Punkt M verschieden von H.
  * Zeichne die Strecken [AM] und [MA'].

b) Begründe jeweils :
  * AM = MA'
  (Anleitung : die Gerade g ist die Mittelsenkrechte der Strecke [AA'] : warum ?)
  * AA' < AM + MA'
  (Anleitung : denke an die Dreiecksungleichung)
  * AA' = 2 × AH
  (Anleitung : denke an die Eigenschaften der Achsenspiegelung)

c) Schließe daraus, dass : * AH < AM

Aufgabe 2 : Gegeben sind zwei parallele Geraden g und g'.Wo müssen M auf g und N auf g' liegen, damit die Länge MN am kürzesten wird ? Begründe es.

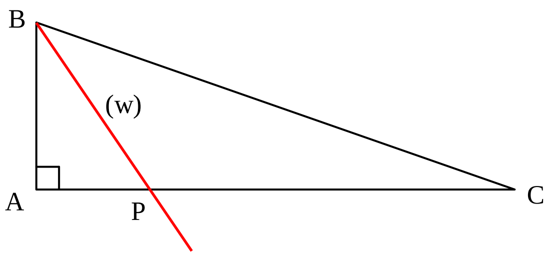
Aufgabe 3 : Zeichne zwei Punkte R und S. Konstruiere eine Gerade g, so dass R und S von g denselben Abstand haben und auf derselben Seite (auf verschiedenen Seiten) von g liegen. Ist g eindeutig bestimmt ?

Einstieg 8 **Abstand auf einer Winkelhalbierenden. Winkelhalbierende im Dreieck und Inkreis**

Objectif :
Caractérisation de la bissectrice

Aufgabe 1 : a) P ist ein beliebiger Punkt der Winkelhalbierenden h eines Winkels $\widehat{xOy}$. Was kannst du über die Abstände des Punktes P von den beiden Schenkeln [Ox) und [Oy) aussagen ? Was geschieht wenn sich die Lage von P auf h ändert ?

b) In der nebenstehenden Figur schneidet die Winkelhalbierende w von $\widehat{ABC}$ die Strecke [AC] im Punkt P. Es gilt :
AP = 1,7 cm ; PC = 2,1 cm und BP = 6,5 cm.
Bestimme den Abstand PH des Punktes P von der Geraden (BC).



c) Untersuche die Gültigkeit der folgenden Aussagen :

(1) Wenn ein Punkt P auf der Winkelhalbierenden eines Winkels liegt, dann hat er von den beiden Schenkeln des Winkels denselben Abstand.
(2) Wenn ein Punkt P von den beiden Schenkeln eines Winkels denselben Abstand hat, dann liegt er auf der Winkelhalbierenden dieses Winkels.

d) Begründe die Aussagen (1) und (2) aus Frage c).
(Anleitung : die Winkelhalbierende ist die Symmetrieachse des Winkels).
Merke dir : Die Aussage (2) ist der Kehrsatz der Aussage 1).

Aufgabe 2 : Gegeben sind zwei Geraden g und g', die sich im Punkt P schneiden. Konstruiere alle Punkte, die vom Punkt P 4 cm weit entfernt sind und von den Geraden g und g' denselben Abstand haben.

Objectif : notion de cercle inscrit

Aufgabe 3 :
Zeichne drei deckungsgleiche Dreiecke ABC und zeichne jeweils einen Kreis,
a) der die Seiten [AB] und [AC] berührt.Wo liegt der Mittelpunkt eines solchen Kreises ? Begründe.
b) der die Seiten [AB] und [BC] berührt. Wo liegt der Mittelpunkt eines solchen Kreises ? Begründe.
c) der die Seiten [AB], [AC] und [BC] berührt. Wo liegt der Mittelpunkt dieses Kreises ? Begründe. Dieser Kreis heißt Inkreis des Dreiecks.

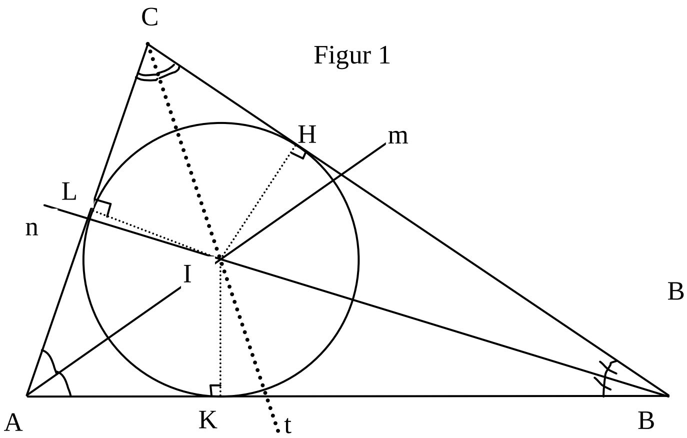
Aufgabe 4 : In Figur 1 gilt :

1) a) [Am) bezeichnet die Winkelhalbierende des Winkels $\widehat{BAC}$. Welche Strecken der Figur sind dann gleich lang ?

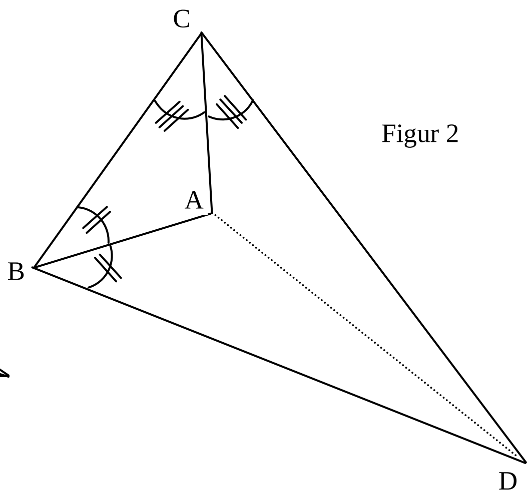
b) [Bn) bezeichnet die Winkelhalbierende des Winkels $\widehat{ABC}$. Welche Strecken der Figur sind dann gleich lang ?

2) a) Welche Eigenschaft hast du für die vorhergehenden Fragen verwendet ?

b) Beweise, dass IL = IH. Schließe daraus, dass die Winkelhalbierende [Ct) des Winkels $\widehat{ACB}$ auch durch den Schnittpunkt I der beiden Winkelhalbierenden [Am) und [Bn) verläuft.



Figur 1



Figur 2

Aufgabe 5 :
Maria behauptet, dass in Figur 2 : $\widehat{BDA} = \widehat{ADC}$. Was kannst du darüber sagen ? Begründe es.

IV LAGEBEZIEHUNGEN ZWISCHEN KREIS UND GERADE : TANGENTE

Einstieg 9 **Lagebeziehungen zwischen Kreis und Gerade**

Objectif : Découvrir les différents cas d'intersection d'un cercle et d'une droite

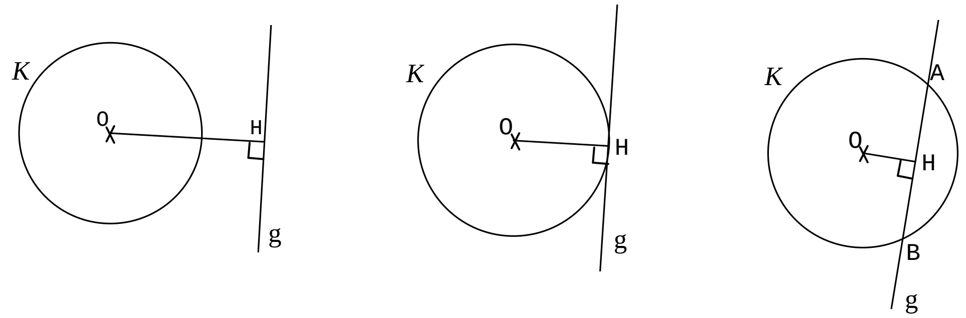
Aufgabe 1 :
Zeichne um O einen Kreis *K* mit dem Radius r sowie eine Gerade g.
Wie viele gemeinsame Punkte können der Kreis *K* und die Gerade g besitzen ? Wie hängt die Anzahl der Punkte vom Abstand OH des Kreismittelpunktes O von der Geraden g ab ?

Lösung :

(1) kein gemeinsamer Punkt : $OH > r$

(2) ein gemeinsamer Punkt : $OH = r$

(3) zwei gemeinsame Punkte : $OH < r$



Zur Information :

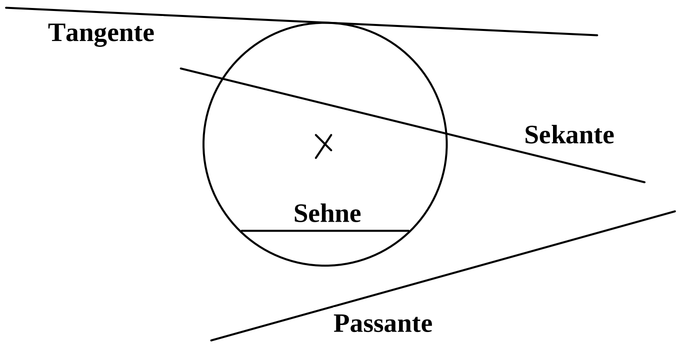
* Im Falle (1) nennt man die Gerade eine **Passante** des Kreises.

Die Fälle (2) und (3) sind besonders interessant :

* Im Falle (2) eines einzigen gemeinsamen Punktes nennt man die Gerade g eine **Tangente** (**Berührende**) an den Kreis. Dieser einzige gemeinsame Punkt heißt **Berührungspunkt** oder **Berührpunkt** der Tangente.
Wie steht die Tangente auf der Verbindungsgeraden von Mittelpunkt und Berührpunkt ?

* Im Falle (3) zweier Schnittpunkte nennt man g eine **Sekante** (**Schneidende**) des Kreises ; die Verbindungsstrecke [AB] heißt **Sehne** des Kreises.

Aufgabe 2 :
Welche Sekanten sind Symmetrieachsen des Kreises ?



Einstieg 10 **Tangentenkonstruktionen**

Aufgabe 1 : Gegeben sind ein Kreis um einen Punkt O und dem Radius r sowie ein Punkt P des Kreises. Zeichne die Tangente an den Kreis im Punkt P mit Hilfe

a) des Zeichendreiecks (Geodreieck)
b) von Zirkel und Lineal.

Aufgabe 2 : Gegeben sind eine Gerade g und ein Punkt O der nicht auf g liegt. Zeichne einen Kreis, der O als Mittelpunkt und die Gerade g als Tangente hat.

Aufgabe 3 : Zeichne eine Gerade g. Bestimme auf jeder Seite von g einen Punkt, der von g den Abstand 2 cm hat. Zeichne um jeden dieser Punkte einen Kreis, der g berührt.

Aufgabe 4 : Zeichne einen Kreis um O und ein Punkt P außerhalb des Kreises. Wie viele Tangenten an den Kreis kannst du durch P zeichnen ?

Konstruktion der Tangenten von einem Punkt an einen Kreis

Lösung :

* Zeichne die Verbindungsstrecke [OP] und markiere ihre Mitte.
* Der Kreis mit Durchmesser [OP] schneidet den ursprünglichen Kreis in den Punkten A und B.
* (PA) und (PB) sind die gesuchten Tangenten.

Begründe diese Konstruktion.

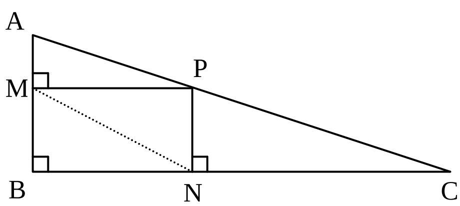
V SACHAUFGABEN LÖSEN

Einstieg 11 Beweisen mit Längen

Objectif : Réinvestir le fait que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite

Aufgabe 1 : Gegeben ist ein Dreieck ABC, rechtwinklig bei B. Der Punkt P liegt auf der Strecke [AC]. Die senkrechte Gerade durch P zur Strecke [AB] schneidet [AB] in M. Die senkrechte Gerade durch P zur Strecke [BC] schneidet [AC] in N.

Wo muss P liegen damit, die Strecke [MN] die kürzeste wird ? Begründe es.



Anleitung :

* Zeichne verschiedene Versuche.
* Beweise dann mit Hilfe des Werkzeugkastens dass :

1) BMPN ein Rechteck ist.
2) MN = BP.

* Schließe daraus wo P liegen muss !

Werkzeugkasten :

- Wenn ein Viereck ein Rechteck ist, dann sind die Diagonalen gleich lang.
- Wenn ein Viereck drei rechte Winkel hat, dann ist es ein Rechteck.
- Der kürzeste Weg von einem Punkt zu einer Geraden ist orthogonal zu dieser Geraden.

Aufgabe 2 : Zeichne um O einen Kreis *K* mit Radius 3 cm. Gegeben ist der Punkt P so, dass OP = 5 cm. Zeichne den Kreis *K'* mit Durchmesser [OP] : er schneidet den Kreis *K* in A und B. Berechne AP und BP.

Anleitung : Was kannst du über die Dreiecke OAP und OBP sagen ? Begründe es.

Werkzeugkasten :

- Wenn bei einem Dreieck ABC die Ecke C auf dem Kreis mit dem Durchmesser [AB] liegt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.
- Satz des Pythagoras.

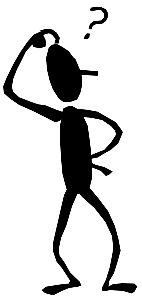
Einstieg 12 **Die Beweisführung ist durcheinander geraten**

Contrairement à l'activité précédente, la démonstration suivante est entièrement rédigée mais les phrases sont à remettre dans le bon ordre !

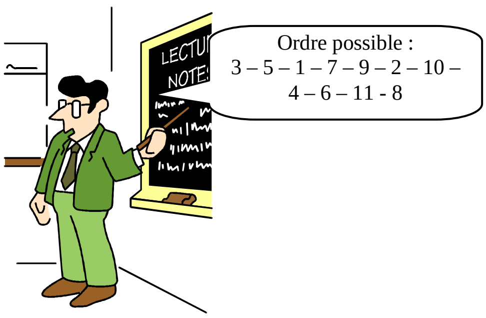
In der folgenden Aufgabe sind die Sätze der Lösung durcheinander geraten. Könntest du sie wieder in die richtige Reihenfolge stellen ? Vergiss die Zeichnung nicht !

Zeichne um O einen Kreis mit Durchmesser [AB]. Die Mittelsenkrechte der Strecke [OA] schneidet den Kreis in D und D'. Zeichne den Punkt O', Bildpunkt von O bei der Punktspiegelung an A. Beweise dass, die Geraden (O'D) und (OD) zueinander senkrecht sind.

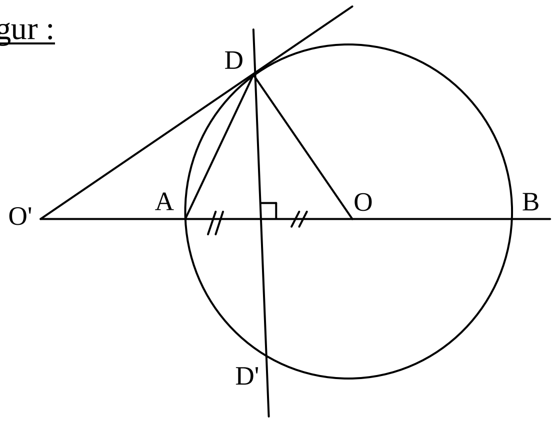
Sätze der Lösung : (Achtung : sie sind durcheinander geraten !)



1. **Behauptung (Vermutung)** : die Geraden (O'D) und (OD) sind zueinander senkrecht.
2. Wir benutzen den Satz : « Wenn ein Punkt P auf der Mittelsenkrechten einer Strecke [AB] liegt, dann hat er von den beiden Punkten A und B gleichen Abstand. »
3. Zuerst fassen wir zusammen was angegeben ist (Vorraussetzung) und was verlangt wird (Behauptung).
4. Wir wissen dass : OA = AO', weil O' der Bildpunkt von O bei der Punktspiegelung an A' ist.
5. **Vorraussetzungen** : * [AB] ist ein Durchmesser des Kreises um O. * Die Mittelsenkrechte der Strecke [OA] schneidet den Kreis in D und D'. * O' ist der Bildpunkt von O bei der Punktspiegelung an A.
6. Wir benutzen den Satz : « Wenn in einem Dreieck eine Seitenhalbierende, die von einem Eckpunkt zur gegenüberliegenden Seite verläuft, halb so lang ist wie diese Seite, dann ist dieses Dreieck rechtwinklig bei diesem Punkt .»
7. **Beweisführung** :
8. Also sind die Geraden (OD) und (O'D) zueinander senkrecht.
9. Wir wissen dass : der Punkt D auf der Mittelsenkrechten der Strecke [OA] liegt,
10. Daraus schließen wir, das : DA = DO. Ebenso gilt : DO = OA (Radien des Kreises) also : DA = OA
11. Daraus schließen wir, dass das Dreieck O'DO rechtwinklig bei D ist.



Figur :



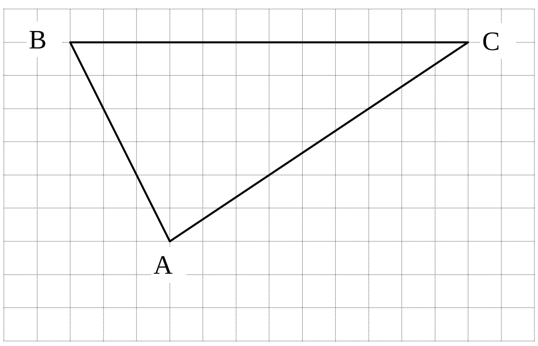
<u>Einstieg 13</u> **Inkreis und besondere Linien im Dreieck**

Objectif : Réactiver la construction du cercle inscrit vue in Einstieg 8, Aufgaben 3 und 4 et faire le lien avec les autres droites remarquables dans un triangle

<u>Aufgabe 1 :</u>
(1) Zeichne ein Dreieck ABC und den Schnittpunkt I der Winkelhalbierenden der Winkel des Dreiecks so, dass AB = 11 cm ; AC = 9 cm ; BC = 13 cm.
(2) a) H_1, H_2 und H_3 bezeichnen jeweils die Fußpunkte der Loten vom Punkt I auf die Geraden (AB), (AC) und (BC).
Ergänze die Figur und vergleiche die Längen IH_1, IH_2 und IH_3 mit Hilfe des Zirkels.
b) Warum konnte man dieses Ergebnis schon vor der Konstruktion vermuten ?
(3) Zeichne den Inkreis des Dreiecks ABC.

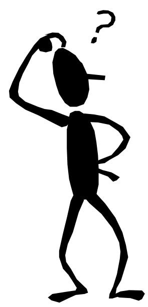
<u>Aufgabe 2 :</u>
I bezeichnet den Inkreismittelpunkt eines Dreiecks ABC mit : BC = 9 cm ; $\widehat{IBC} = 28°$; $\widehat{ICB} = 17°$.
(1) a) Zeichne eine Planfigur mit freier Hand.
b) Was stellen die Geraden (BI) und (CI) für das Dreieck dar ?
c) Berechne die Winkelmaße der Winkel $\widehat{ABC}$ und $\widehat{ACB}$.
(2) a) Beweise, dass ABC ein rechtwinkliges Dreieck ist. Bei welchem Punkt ?
b) Zeichne zum Schluss eine Figur in wahrer Größe.

<u>Aufgabe 3 :</u>



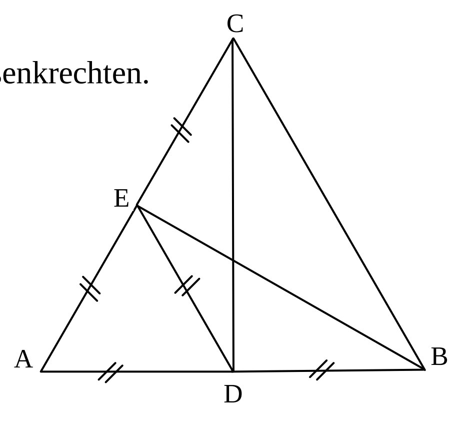
(1) Übertrage diese Figur auf kariertes Papier und konstruiere, nur mit dem Lineal :
a) die Mittelsenkrechte d der Seite [BC]
b) die Seitenhalbierende [AA’]
c) die Höhe [AH].
(2) Gibt es andere besondere Linien im Dreieck ABC, die man nur mit dem Lineal zeichnen könnte ?
(3) Warum sind die Geraden (AH) und d zueinander parallel ?

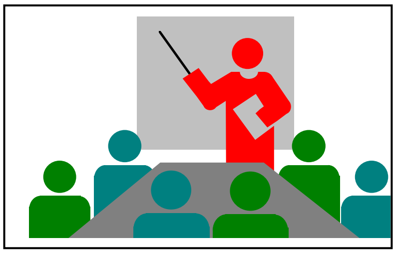
<u>Aufgabe 4 :</u> Richtig oder falsch ?



In einem beliebigen Dreieck :
(1) geht eine Seitenhalbierende durch den Mittelpunkt einer Seite ;
(2) geht eine Mittelsenkrechte durch einen Eckpunkt ;
(3) ist eine Seitenhalbierende senkrecht zu einer Seite ;
(4) liegen die drei Eckpunkte auf dem Inkreis ;
(5) geht eine Mittelsenkrechte durch den Mittelpunkt einer Seite ;
(6) ist der Inkreismittelpunkt der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ;
(7) ist der Umkreismittelpunkt der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden ;
(8) geht eine Seitenhalbierende durch einen Eckpunkt ;
(9) ist eine Mittelsenkrechte senkrecht zu einer Seite ;
(10) ist der Umkreismittelpunkt der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.

<u>Aufgabe 5 :</u>
Beweise, dass in der nebenstehenden Figur :
(1) die Geraden (AD) und (CD) zueinander senkrecht sind.
(2) die Geraden (AE) und (EB) zueinander senkrecht sind.
<u>Anleitungen :</u>
- Was kannst du über das Dreick ADC sagen ? Begründe es.
- Was bedeutet die Gerade (CD) für das Dreieck ABC ?
- Wie groß ist der Winkel $\widehat{EAD}$? Begründe es.





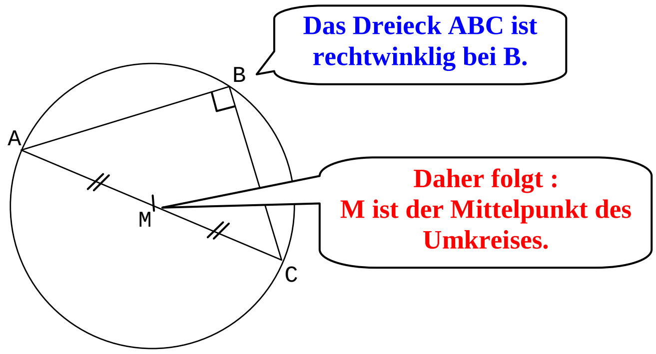
ERINNERE DICH …

Remarque préalable : les parties de cours en français peuvent être facilement obturées suivant le choix du professeur.

RECHTWINKLIGES DREIECK UND UMKREIS

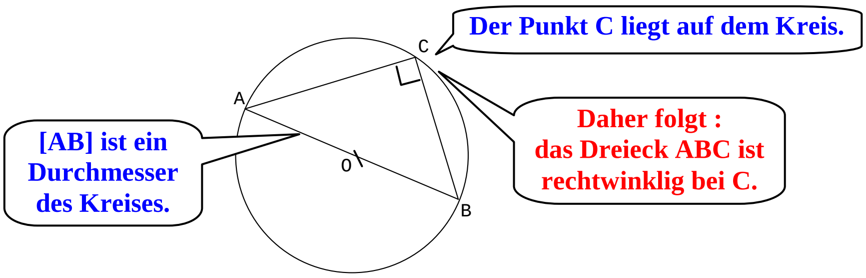
Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann befindet sich der Umkreismittelpunkt auf der Mitte der Hypotenuse.

Si un triangle est rectangle alors le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.



Wenn bei einem Dreieck ABC die Ecke C auf dem Kreis mit dem Durchmesser [AB] liegt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.

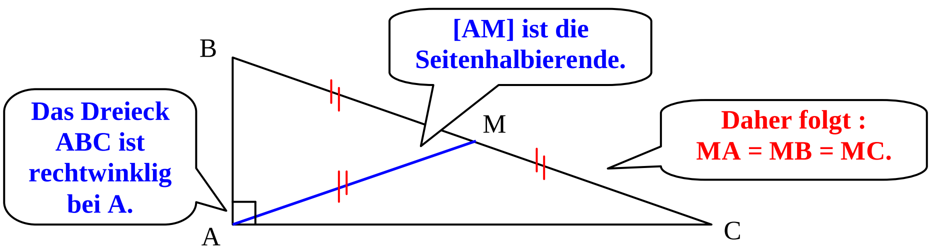
Si on joint un point C d'un cercle avec les extrémités d'un diamètre [AB], on obtient un triangle rectangle en ce point C.



RECHTWINKLIGES DREIECK UND SEITENHALBIERENDE

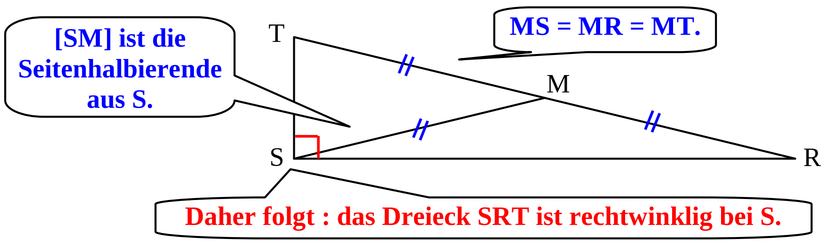
Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann ist die Seitenhalbierende, die vom Scheitelpunkt des rechten Winkels zur Hypotenuse verläuft, halb so lang wie die Hypotenuse.

Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.



Wenn in einem Dreieck eine Seitenhalbierende, die von einem Eckpunkt zur gegenüberliegenden Seite verläuft, halb so lang ist wie diese Seite, dann ist dieses Dreieck rechtwinklig bei diesem Punkt.

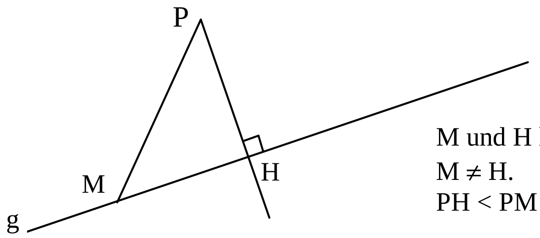
Si dans un triangle, la médiane issue d'un sommet a une longueur égale à la moitié de la longueur du côté opposé, alors le triangle est rectangle en ce sommet.



ABSTAND EINES PUNKTES VON EINER GERADEN

Die kürzeste Entfernung zwischen einem Punkt P und einer Geraden g heißt **Abstand** des Punktes P von der Geraden g (Abstand zwischen P und g). Der Abstand wird auf der **Strecke** abgelesen, die P **senkrecht** mit g verbindet.

*Sur une droite d, le point le plus proche d'un point P est le point H tel que la droite (PH) soit perpendiculaire à la droite d. PH est appelé la **distance** du point P à la droite d.*



M und H liegen auf der Geraden g.
$M \neq H$.
$PH < PM$

Die Strecke [PH] nennt man das **Lot** vom Punkt P auf die Gerade g und H den **Fußpunkt** des Lotes.

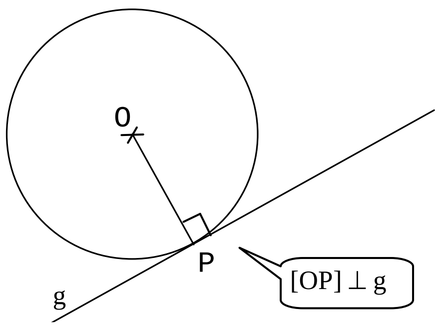
KREISTANGENTE

Durch jeden Punkt P eines Kreises gibt es genau eine **Tangente** an diesen Kreis. Sie steht auf dem Radius im **Berühr(ungs)punkt senkrecht**. Dieser Radius heißt **Berühr(ungs)radius**.

Une droite g est tangente à un cercle de centre O en un point P si la droite g a un seul point d'intersection avec le cercle : le point P. Dans ce cas, la droite g est perpendiculaire au rayon [OP].

Diese Eigenschaft ermöglicht die Konstruktion der Tangente.

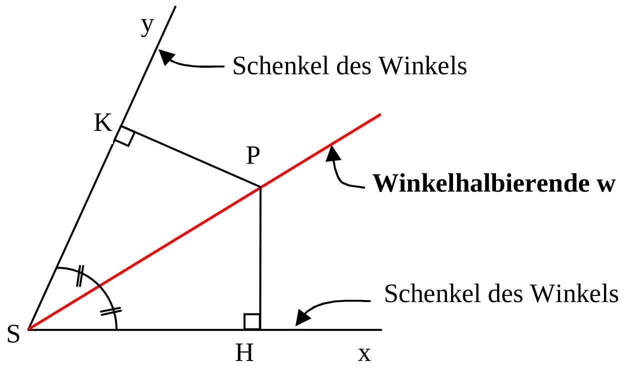
g ist die Kreistangente am Punkt P.
P ist der Berührpunkt.
[OP] ist der Berührradius.



PUNKTE EINER WINKELHALBIERENDEN

> <u>Satz :</u> Wenn ein Punkt P auf der Winkelhalbierenden eines Winkels liegt, dann hat er von den beiden Schenkeln des Winkels denselben Abstand.

> *<u>Propriété :</u> Si un point est sur la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des deux côtés de cet angle.*

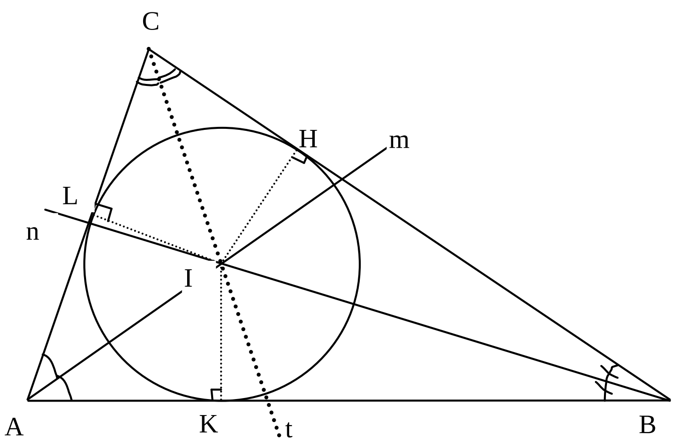


- Wenn der Punkt P auf der Winkelhalbierenden w des Winkels $\widehat{xSy}$ liegt, dann gilt : PH = PK.
- Wenn PH = PK, dann liegt der Punkt P auf der Winkelhalbierenden w des Winkels $\widehat{xSy}$.

> <u>Kehrsatz :</u> Wenn ein Punkt P von den beiden Schenkeln eines Winkels denselben Abstand hat, dann liegt er auf der Winkelhalbierenden dieses Winkels.

> *<u>Propriété réciproque :</u> Si un point P est équidistant des deux côtés d'un angle de sommet S, alors [SP) est la bissectrice de cet angle.*

INKREIS EINES DREIECKS



- In jedem Dreieck **schneiden sich die Winkelhalbierenden in einem Punkt**.
- Dieser **Schnittpunkt** ist der **Mittelpunkt des Inkreises** des Dreiecks.
- I ist der Mittelpunkt des Inkreises des Dreiecks ABC.
- **Dieser Inkreis berührt alle Dreiecksseiten.**

> *Dans tout triangle, les **bissectrices** sont **concourantes**. Leur point d'intersection est le centre du **cercle inscrit dans le triangle**. Ce cercle inscrit est tangent aux trois côtés du triangle.*

ÜBUNGEN ZUR FESTIGUNG UND ZUM WEITERARBEITEN

<u>Remarque :</u> Les exercices proposés ci-dessous sont essentiellement des exercices de construction faisant appel aux propriétés étudiées dans ce chapitre. Certaines de ces constructions devront être justifiées.

A) RECHTWINKLIGES DREIECK UND UMKREIS

A1) Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck und den dazugehörigen Umkreis.

a) Wo liegt der Mittelpunkt des Umkreises ?

b) Begründe, weshalb der Umkreismittelpunkt bei jedem rechtwinkligen Dreieck diese Lage hat.

* Les Allemands disent « **Mit Hilfe des Thaleskreises** »

A2) Konstruiere * nur mit Zirkel und Lineal (also ohne Zeichen-oder-Geodreieck) ein rechtwinkliges Dreieck so, dass

a) AB = 7 cm, BC = 5 cm und $\widehat{C} = 90°$.

b) AB = 10 cm, AC = 9 cm und $\widehat{C} = 90°$.

Begründe deine Konstruktionen.

A3) Konstruiere ohne Zeichendreieck ein rechtwinklig-gleichschenkliges Dreieck bei C :

a) AB = 6 cm b) AB = 10 cm.

A4) Konstruiere ohne Zeichendreieck ein rechtwinkliges Dreieck so, dass

$\alpha = \widehat{A}$
$\beta = \widehat{B}$

a) BC = 9 cm , AC = 7 cm und $\alpha = 90°$.

b) BC = 8 cm , AC = 6 cm und $\beta = 90°$.

c) AC = 8 cm, AB = 3 cm und $\beta = 90°$.

d) AC = 12 cm, BC = 11 cm und $\beta = 90°$.

A5) Konstruiere ohne Zeichendreieck ein Quadrat ABCD mit der Diagonalen :

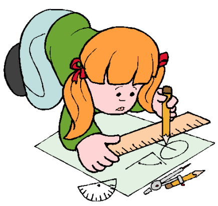
a) AC = 8 cm b) BD = 6 cm.

A6) Konstruiere ohne Zeichendreieck ein Rechteck ABCD, von dem eine Seite und eine Diagonale gegeben sind.

a) AB = 10 cm, AC = 13 cm

b) BC = 9 cm, BD = 11 cm

c) CD = 8 cm, AC = 12 cm



A7) a) Zeichne drei bei C rechtwinklige Dreiecke ABC mit AB = 6 cm.

b) Beschreibe einen Kreis mit dem Radius : r = 4 cm.

Zeichne drei verschiedene rechtwinklige Dreiecke ein, deren Ecken auf dem Kreis liegen.

A8) Zeichne um ein Quadrat einen Kreis, so dass alle vier Eckpunkte auf diesem Kreis liegen. Warum ist dies immer möglich ? Wo liegt der Kreismittelpunkt ?

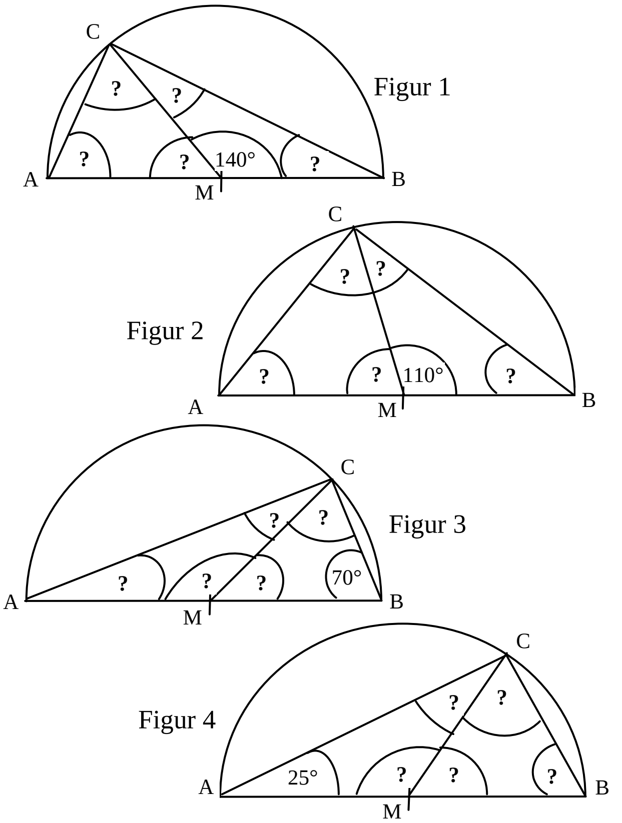
A9) Zeichne ein Quadrat und in dieses einen Kreis, so dass die Quadratseiten den Kreis berühren. Wo liegt der Mittelpunkt des Kreises ?

A10) Gegeben ist eine Strecke [AC]. Konstruiere nur mit Zirkel und Lineal einen rechten Winkel mit dem Scheitel C und einem Schenkel [CA]. Begründe deine Konstruktion.

A11) Gegeben ist ein Kreis mit dem Radius r = 3,4 cm. Konstruiere ein Rechteck, dessen Ecken auf dem Kreis liegen ; eine Seite des Rechtecks soll 2,1 cm lang sein.

A12) Konstruiere ein Rechteck, das 5 cm lang ist und eine 6 cm lange Diagonale hat. Zeige : man kann auf zwei verschiedene Arten konstruieren. Schreibe kurze Konstruktionstexte.

A13) Zeichne folgende Figuren mit AB = 8 cm ins Heft und trage die fehlenden Winkelgrößen ein. Begründe jeweils.

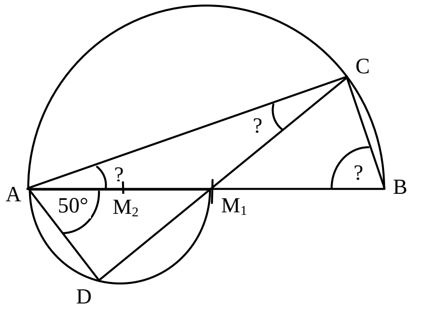


A14) a) Übertrage die Figur ins Heft :

AB = 6 cm, M_1 ist der Mittelpunkt des großen Halbkreises und M_2 der Mittelpunkt des kleinen Halbkreises.

b) Berechne die Winkel $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACM_1}$ und $\widehat{CAB}$.

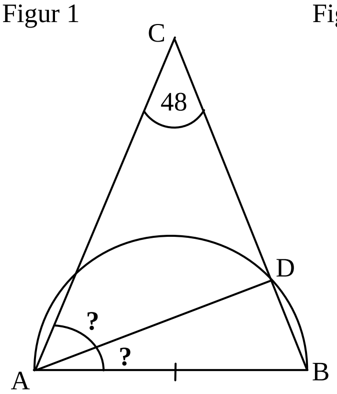
Begründe jeweils.



A15) a) Das Dreieck ABC in Figur 1 ist gleichschenklig, [AB] ist die Grundseite. Berechne die Winkel $\widehat{BAD}$ und $\widehat{CAD}$.

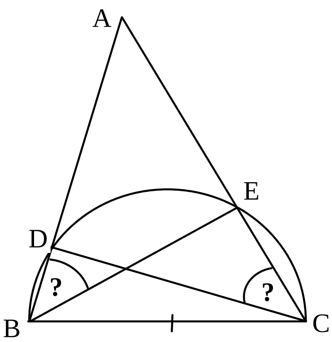
b) Zeige, dass die Winkel $\widehat{ABE}$ und $\widehat{ACD}$ in Figur 2 gleich groß sind.

Figur 1



Der Punkt D liegt auf dem Halbkreis mit Durchmesser [AB]

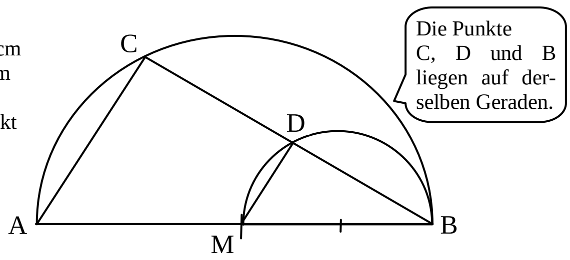
Figur 2



Die Punkte D und E liegen auf dem Halbkreis mit Durchmesser [BC]

A16) a) Übertrage die Figur ins Heft :

AB = 10 cm
AC = 6 cm
M ist der Mittelpunkt des Halbkreises



b) Beweise, dass die Geraden (AC) und (MD) zueinander parallel sind.

c) Beweise, dass D der Mittelpunkt der Strecke [CB] ist.

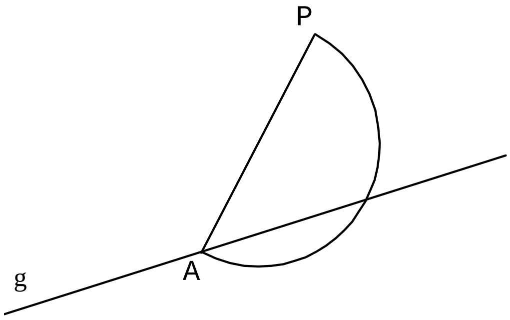
d) Berechne CB und MD.

A17) Zeichne ein beliebiges Viereck ABCD mit $\widehat{A} = \widehat{D} = 90°$. Warum liegen die Ecken des Vierecks auf einem Kreis ? Zeichne den Kreis.

B) ABSTAND EINES PUNKTES VON EINER GERADEN

B1) Zeichne einen Kreis mit dem Radius 3 cm. Markiere auf dem Kreis einen Punkt B und außerhalb des Kreises einen Punkt A. Ermittle zeichnerisch den Abstand des Punktes A von der Kreistangente in B.

B2) Die folgende Figur gibt einen Hinweis, wie man auf neue Weise die Orthogonale zu g durch P konstruieren kann. Führe die Konstruktion durch ; begründe sie.



<u>Anleitung</u> : nenne H den Punkt, wo diese Orthogonale die Gerade g schneidet. Wie nennt man PH ?

B3) Zeichne zwei Punkte P und Q mit PQ = 4 cm, sowie die Gerade g durch P und Q.
Konstruiere alle Punkte, die

a) von P und Q jeweils 6 cm entfernt sind ;
b) von g den Abstand 3 cm haben ;
c) von Q 3 cm entfernt sind und von g den Abstand 2 cm haben ;
d) auf der Orthogonalen zu g durch P liegen und von g den Abstand 6 cm haben ;
e) von P und Q gleich weit entfernt sind und von g den Abstand 3 cm haben.

B4) Zeichne einen Winkel α = 40° mit dem Scheitel S und den Schenkeln g und h. Konstruiere :

a) den Punkt P auf h, der 3 cm von S entfernt ist ;
b) den Punkt Q auf h, der von g den Abstand 3 cm hat ;
c) den Punkt R, der von beiden Schenkeln den Abstand 3 cm hat ;
d) den Punkt T, der von g und h den gleichen Abstand hat und 5 cm von S entfernt ist ;
e) den Punkt U, der von g und h den Abstand 3 cm hat.

B5) Zeichne ein Dreieck ABC mit BC = 7 cm, AC = 5 cm und AB = 9 cm. Konstruiere :

a) den Punkt P auf der Strecke [AB], der von B und C gleich weit entfernt ist ;
b) den Punkt Q auf der Strecke [AB], der von A und C gleich weit entfernt ist ;
c) die Punkte R auf [BC] und S auf [AC], die von [AB] den Abstand 2 cm haben ;
d) den Punkt T auf [AB], der von [BC] und [AC] den gleichen Abstand hat ;
e) die Punkte U auf [AB] und V auf [AB], die 4 cm von C entfernt sind.

B6) Zeichne drei Punkte A, B und C, die nicht auf einer Geraden liegen. Konstruiere eine Gerade, von der alle drei Punkte denselben Abstand haben.
Wie viele solche Geraden gibt es ?

C) KREIS UND GERADE : KREISTANGENTE

C1) Gegeben ist ein Kreis und eine Sehne [AB]. Konstruiere die Mittelsenkrechte der Sehne. Was fällt dir auf ? Begründe deine Aussage.

C2) Zeichne einen Kreis um O mit dem Radius r = 3,5 cm. Wähle dann im Inneren des Kreises einen Punkt P mit $P \neq O$. Konstruiere eine Sehne des Kreises, die von P halbiert wird.

C3)
a) Zeichne einen Kreis (r = 4 cm) und trage einen Durchmesser ein. Zeichne dann senkrecht zu diesem Durchmesser eine Sekante, welche die Kreislinie in 2 Punkten schneidet.

b) Verschiebe die Sekante parallel zu sich selbst so weit, dass sie mit der Kreislinie nur noch einen gemeinsamen Punkt hat.
Wie heißt eine solche Linie ?

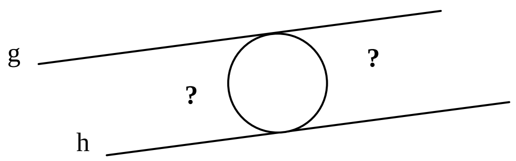
C4) Zeichne einen Kreis (r = 3,5 cm) und einen Punkt P, der vom Kreismittelpunkt 5,5 cm entfernt liegt. Konstruiere die beiden Tangenten von P an den Kreis.

C5) Zeichne einen Kreis und eine Passante g des Kreises. Zeichne einen zweiten Kreis, der denselben Mittelpunkt wie der erste und die Gerade g als Tangente hat.

C6) Zeichne einen Kreis mit dem Mittelpunkt M und dem Radius r = 3 cm. Zeichne nun eine Gerade g so, dass M von g den Abstand
a) 2 cm b) 3 cm c) 5 cm hat.
Beschreibe die Konstruktion. Gib auch an, ob die Gerade eine Passante, Sekante oder Tangente des Kreises ist.

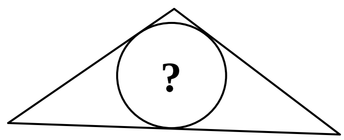
C7)
Zeichne einen Kreis mit dem Radius r = 2,5 cm und eine Sekante g des Kreises. Konstruiere nun die Tangenten an den Kreis, die zu der Sekante g
a) parallel b) senkrecht sind.

C8) Zeichne zwei zueinander parallele Geraden g und h. Konstruiere einen Kreis, der beide Geraden berührt. Wo liegen die Mittelpunkte aller Kreise, die zwei gegebene zueinander parallele Geraden berühren ?

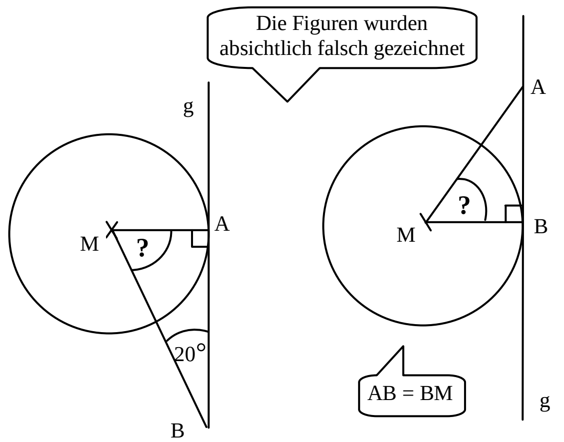


C9) Gegeben sind eine Gerade g, ein Punkt P auf g und ein Punkt Q der nicht auf g liegt. Konstruiere den Mittelpunkt des Kreises, der die Gerade g in P berührt und durch Q geht. Zeichne den Kreis ein.

C10) Gibt es bei einem Dreieck einen Kreis, der alle drei Seiten berührt ? Zeichne.



C11) Wie groß sind jeweils die fehlenden Winkel ? Begründe.

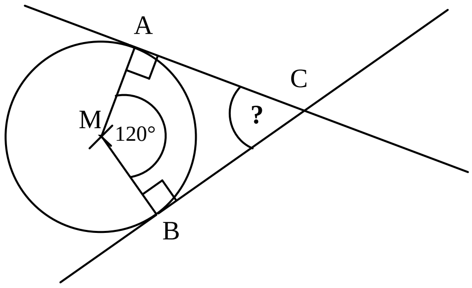


C12) Gegeben sind eine Gerade g und ein Punkt P auf g.

a) Zeichne vier Kreise, die g in P berühren.

b) Wo liegen die Mittelpunkte solcher Kreise ?

C13) Konstruiere zwei Tangenten so an einen Kreis (r = 4 cm), dass die beiden Berührradien einen Winkel von 120° bilden. Welchen Winkel $\widehat{ACB}$ bilden die beiden Tangenten? Begründe es.

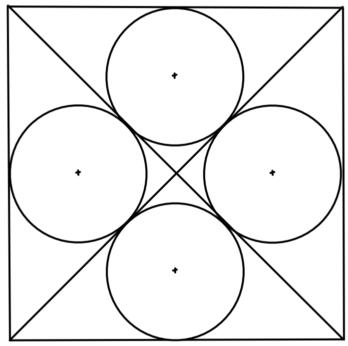


D) WINKELHALBIERENDE und INKREIS

D1) In einem Dreieck ABC schneiden sich die Winkelhalbierenden [Ax) und [By) in K.
Die Geraden (CK) und (AB) schneiden sich in E.
Beweise, dass [CE] die Winkelhalbierende des Winkels $\widehat{ACB}$ ist.
Hinweis : was bezeichnet K für das Dreieck ABC ? Was kannst du für [CE] daraus schließen ?

D2) In einem Dreieck ABC bezeichnet [Ax) die Winkelhalbierende des Winkels $\widehat{BAC}$. M ist der Schnittpunkt von [Ax) und [BC]. Konstruiere das Dreieck ABC so, dass
AB = 10,5 cm, AM = 9 cm, $\widehat{BAC}$ = 50°.
Hinweis : konstruiere zuerst eine Planfigur und berechne $\widehat{BAM}$.

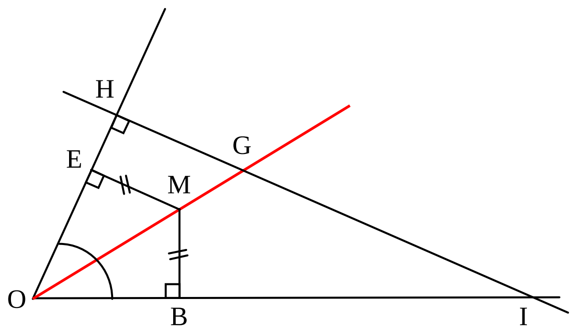
D3)
Konstruiere die folgende Figur. Wähle 12 cm für die Seitenlänge des Quadrats. Nenne es ABCD und seinen Symmetriepunkt O.
Du kannst schneller ans Ziel kommen, wenn du zuerst die folgenden Fragen beantwortest.
1) Was repräsentiert einer der Kreise für das Dreieck OAB ?
2) Welche der Strecken der Figur kommen als Symmetrieachsen vor ?
3) Gibt es noch eine andere Symmetrie, die man ausnutzen kann ?



D4) In einem Dreieck ABC ist die Seitenhalbierende [AM] zugleich die Winkelhalbierende des Winkels $\widehat{BAC}$.
Konstruiere eine Planfigur mit freier Hand.
Was vermutest du ? Beweise es.

D5) Gegeben ist das Dreieck ABC so, dass $\widehat{ABC}$ = 40° und $\widehat{BAC}$ = 60°.
Die Winkelhalbierenden dieser beiden Winkel schneiden sich im Punkt I. Berechne die Winkelgröße des Winkels $\widehat{BIC}$.

D6) Gegeben ist folgende Figur.
Es gilt : HG = 3,2 cm und $\widehat{EOM}$ = 27°.
Berechne : a) die Winkelgröße von $\widehat{MOB}$;
b) den Abstand des Punktes G von der Geraden (OB) ;
c) die Winkelgröße von $\widehat{HIO}$.



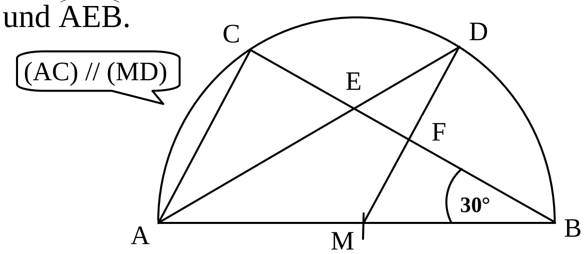
D7) Gegeben ist das bei R rechtwinklige Dreieck REC so, dass
RE = 6 cm und RE = 8 cm.
Zeichne den Inkreis des Dreiecks REC.

D8) Gegeben ist das Dreieck IAB so, dass $\widehat{IAB}$ = 20°, AB = 7 cm und $\widehat{IBA}$ = 30°.
Konstruiere den Punkt C so, dass I der Inkreismittelpunkt des Dreiecks ABC ist.

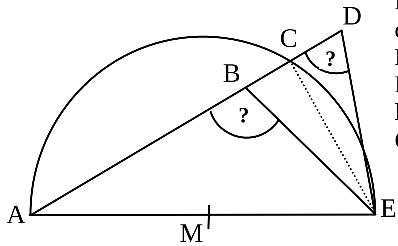
E

M WEITERARBEITEN

E1) Übertrage folgende Figur in dein Heft. Berechne die folgenden Winkel : $\widehat{ACB}$, $\widehat{CAB}$, $\widehat{MFB}$, $\widehat{FMB}$, $\widehat{AMD}$, $\widehat{ADM}$, $\widehat{DAM}$, $\widehat{CAE}$, $\widehat{CEA}$, und $\widehat{AEB}$.



E2) Zeige, dass in der folgenden Figur der Winkel $\widehat{ADE}$ kleiner als 90° und der Winkel $\widehat{ABE}$ größer als 90° ist.



Der Punkt C liegt auf dem Halbkreis mit Durchmesser [AE], die Punkte B, C und D liegen auf derselben Geraden.

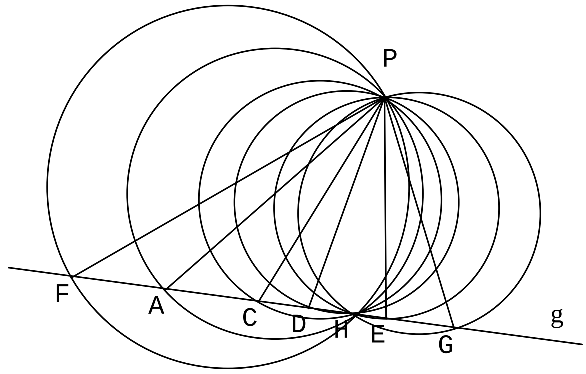
E3) Zeichne zwei Geraden g und h (g ≠ h). Wähle einen Punkt P auf g. Konstruiere einen Kreis, der g in P berührt und dessen Mittelpunkt auf h liegt.

E4) Zeichne zwei Kreise mit den Radien r_1 = 4 cm und r_2 = 3 cm, die sich in zwei Punkten schneiden. In jedem Schnittpunkt sollen die Tangenten an beiden Kreisen senkrecht zueinander sein. Begründe die Konstruktion.

E5) (1) Zeichne eine 6 cm lange Strecke [RT]. Konstruiere einen Halbkreis über [RT]. Die Mittelsenkrechte der Strecke [RT] schneidet diesen Halbkreis im Punkt A ;
a) Beweise dass, das Dreieck ART ein gleichschenkliges-rechtwinkliges Dreieck ist.
b) Berechne AR. Runde auf 10^{-1} cm.
(2) a) Konstruiere den Punkt M, Bildpunkt von R bei der Punktspiegelung an A.
b) Berechne RM. Runde auf 10^{-1} cm.
c) Berechne MT. Runde auf 10^{-1} cm.
(3) Was kannst du über das Dreieck RMT sagen? Beweise es.
(4) Berechne die Winkelgrößen von $\widehat{ATM}$ und $\widehat{ATR}$.
(5) a) Zeichne die Winkelhalbierende des Winkels $\widehat{RMT}$; sie schneidet die Halbgerade [TA) im Punkt B.
b) Berechne die Winkelgröße von $\widehat{BRT}$.
c) Wo liegt der Inkreismittelpunkt des Dreiecks RMT ? Begründe es.
d) Wo liegt der Umkreismittelpunkt des Dreiecks RMT ? Begründe es.

E6) Zeige : Verbindet man die Punkte einer Geraden g mit einem außerhalb liegenden Punkt P und zeichnet man jeweils den Kreis mit der Verbindungsstrecke als Durchmesser, so gehen alle dieser Kreise durch einen festen Punkt auf g.

<u>Anleitung</u> : Nenne H den Fußpunkt vom Lot des Punktes P zur Geraden g. Was kannst du jeweils über die Dreiecke, die aus den Endpunkten der Verbindungsstrecken und dem Punkt H bestehen, sagen ? Begründe es.



MATHEMATISCHE EXKURSIONEN

Dans les références suivantes, les professeurs trouveront des activités de découverte et des pages historiques en rapport avec les notions traitées dans ce chapître. Ces « Mathematische Exkursionen » peuvent alimenter par exemple des itinéraires de découvertes ou autres collaborations interdisciplinaires.

* Dans le manuel LS 7 Baden-Württemberg (Klettverlag)
p. 122 : „**Thales war ein Sonderfall**"
p. 127-128 : „**Die Welt wird götterlos**"
p. 128 : „**Woher kommt neues Wissen ?**"

QUELQUES CONSEILS POUR DES EXERCICES COMPLEMENTAIRES EN FRANÇAIS.

Les exercices trouvés dans les manuels allemands sont différents de ceux que l'on voit dans les nôtres, d'une part parce qu'ils n'étudient pas la propriété de « **la médiane relative à l'hypoténuse dans un triangle rectangle** » et d'autre part, **ils font essentiellement appel aux propriétés étudiées pour réaliser et justifier des constructions ou trouver des mesures d'angles**. Il serait donc utile de faire des exercices en français activant toutes les propriétés non traités dans les exercices allemands proposés ci-dessus.