

# WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG

## Objectifs visés :

### Ce que dit le programme :

- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité
- Calculer des probabilités dans des contextes familiers

### Ce que propose ce chapitre :

- Se familiariser avec le vocabulaire lié aux probabilités
- Des cas concrets d'expériences aléatoires
- Faire le lien entre fréquence et probabilité
- Le calcul d'une probabilité dans un cas d'équiprobabilité
- Des exemples d'expériences à deux épreuves

## ZUM EINSTEIGEN

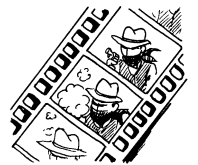
### Einleitende und wiederholende Aufgaben : Absolute Häufigkeit, relative Häufigkeit

Objectif : rappeler effectif, fréquence...et l'utilisation des tableaux pour regrouper des résultats

### Aufgabe 1 :

Es wurden 33 Jugendlichen danach gefragt, wie oft sie im letzten Monat ins Kino gegangen sind. Es ergaben sich folgende Antworten :

1 ; 4 ; 8 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 2 ; 0 ; 1 ; 3 ; 2 ; 1 ; 5 ; 6 ;  
8 ; 4 ; 2 ; 5 ; 3 ; 2 ; 0 ; 7 ; 8 ; 1 ; 2 ; 0 ; 3 ; 4 ; 1 ; 3 ; 5



1. Übertrage und ergänze diese Tabelle :

Anzahl der Kinobesuche																				
Absolute Häufigkeit																				

Hinweis : Die **absolute Häufigkeit** eines Ergebnisses gibt an, wie oft das Ergebnis in der Versuchsreihe aufgetreten ist

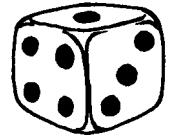
2. Füge der Tabelle eine Zeile mit der relativen Häufigkeit hinzu.

Eine relative Häufigkeit ist immer kleiner als 1 !

Hinweis : Die **relative Häufigkeit** erhältst du, indem du die absolute Häufigkeit durch die Gesamtzahl dividierst

### Aufgabe 2 :

Anja und Inge würfeln je 100-mal und fassen die Ergebnisse in einer Tabelle zusammen :



Anja :

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Absolute Häufigkeit	15	20	19	13	12	21

Inge :

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Absolute Häufigkeit	20	12	15	20	18	15

1. Fasse diese zwei Tabellen in einer Tabelle zusammen.
2. Füge eine Zeile mit der relativen Häufigkeit hinzu.
3. Was fällt dir über die Summe der relativen Häufigkeiten auf ?

Merke dir :  
*absolute Häufigkeit =*  
**Anzahl**

### Aufgabe 3 :

Beim Basketball trifft Franz von 14 Würfeln 7-mal, Anika von 20 Würfeln 8-mal und Ute von 10 Würfeln 4-mal.

1. Wie viel beträgt die absolute Häufigkeit der Treffer bei Franz, bei Anika und bei Ute ?
2. Wie viel beträgt die relative Häufigkeit der Treffer bei Franz, bei Anika und bei Ute ?
3. Wer hat, absolut gesehen, die meisten Treffer ? Wer hat, relativ gesehen, am häufigsten getroffen ?

Merke dir :

Die **Anzahl**, mit der bestimmte Ereignisse eintreten heißt **absolute Häufigkeit**.  
Der **Anteil** bestimmter Ereignisse an der Gesamtzahl heißt **relative Häufigkeit**.

## Einstieg 1 : Zufallsexperimente

Objectif : définir une expérience aléatoire, une issue, un événement, un événement élémentaire

Ein Experiment, bei dem verschiedene **Ergebnisse** möglich sind und bei dem das Ergebnis vom Zufall (und nicht vom Geschick des Experimentators abhängt) heißt **Zufallsexperiment**.

Beispiele für Zufallsexperimente :

- Werfen einer Münze mit den beiden möglichen Ergebnissen „Wappen“ und „Zahl“
- Würfeln mit den möglichen Ergebnissen „Augenzahl 1“, „Augenzahl 2“ ... „Augenzahl 6“
- Ziehen eines Loses mit den möglichen Ergebnissen : „Hauptgewinn“, „Trostpreis“ und „Niete“
- Ziehen von zehn Karten aus einem Kartenspiel und Notieren der Anzahl der Asse ; mögliche Ergebnisse 0, 1, 2, 3 und 4.

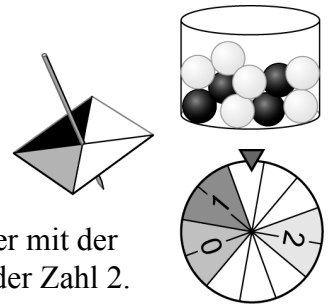
Zu einem Zufallsexperiment gehört :

- ein Zufallsgerät
- eine Menge von möglichen Ergebnissen.

**Aufgabe 1 :**

Gib für jedes Zufallsgerät ein Beispiel von einem Zufallsexperiment und seinen Ergebnissen.

- Eine Urne enthält 6 weiße und 4 schwarze Kugeln.
- Ein Kreisel besteht aus 4 Feldern : ein schwarzes, ein graues und zwei weiße Felder.
- Ein Glücksrad besteht aus 12 Feldern : 6 weiße Felder, 2 hellgraue Felder mit der Zahl 0, 2 dunkelgraue Felder mit der Zahl 1 und 2 hellgraue Felder mit der Zahl 2.



Merke dir :

Ein **Ereignis** beschreibt eine **Gemeinsamkeit** mehrerer möglicher **Ergebnisse**.



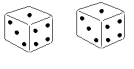
Beispiel :

Bei dem Würfeln mit den möglichen Ereignissen „gerade Augenzahl“ und „ungerade Augenzahl“ besteht das Ereignis „gerade Augenzahl“ aus den drei verschiedenen Ergebnissen „eine 2 würfeln“; „eine 4 würfeln“ und „eine 6 würfeln“ und das Ereignis „ungerade Augenzahl“ aus den drei verschiedenen Ergebnissen „eine 1 würfeln“ ; „eine 3 würfeln“ und „eine 5 würfeln“.

Wenn ein Ereignis nur durch ein Ergebnis erfüllt wird, dann heißt es **Elementarereignis**

**Aufgabe 2 :**

Gib für folgende Ereignisse die Ergebnisse an, die sie erfüllen !

Zufallsexperiment	Ereignis	Ergebnisse
Ziehen von einer Karte aus einem Kartenspiel 	„Es wird ein Ass gezogen“	
Würfeln mit einem Würfel 	„Eine durch 3 teilbare Zahl erhalten“	
Würfeln mit zwei Würfeln 	„Die Augensumme ist sechs“	

**Aufgabe 3 :**

In einem Glas liegen 12 Kugeln mit den Zahlen 1 bis 12.

Die Kugeln mit der 1 ; 7 ; 10 und 12 sind rot, alle anderen Kugeln sind weiß.

Es wird eine Kugel blind gezogen.

1. Durch welche Ergebnisse wird das Ereignis „eine rote Kugel wird gezogen“ erfüllt ?
2. Beschreibe ein Ereignis, das durch genau drei (verschiedene) Ergebnisse erfüllt wird.

Es werden zwei Kugeln blind gezogen.

3. Durch welche Ergebnisse wird das Ereignis „die Summe beträgt 8“ erfüllt ?
4. Beschreibe ein Ereignis, das durch genau vier (verschiedene) Ergebnisse erfüllt wird.

## Einstieg 2 : Erfassen und Auswerten zufälliger Ereignisse.

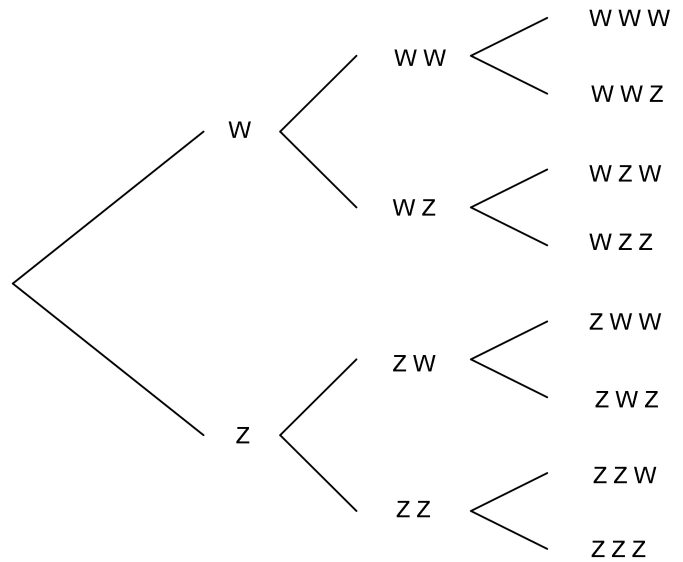
Objectif : se familiariser avec des arbres de choix

Ergebnisse oder Ereignisse (mit Zufallscharakter) kann man in **Tabellen** oder **Diagrammen** übersichtlich zusammenfassen und auswerten.

### Beispiel :

Beim dreimaligen Münzwurf kann man die Möglichkeiten folgendermaßen erfassen (das Ergebnis „Zahl“ wird mit Z und das Ergebnis „Wappen“ mit W bezeichnet) :

In einem **Baumdiagramm** findet man alle Möglichkeiten, indem man alle **Pfade** durchläuft.



Hier sind es insgesamt 8 Möglichkeiten...

### Aufgabe 1 :



In einem Restaurant werden folgende Speisen vorgeschlagen :  
2 verschiedene Vorspeisen : Schinken oder Möhren  
3 verschiedene Hauptspeisen : Huhn, Fisch oder Vegetarisch  
2 verschiedene Nachspeisen : Eis oder Obst

Finde alle Mahlzeitmöglichkeiten mit Hilfe eines Baumdiagramms.

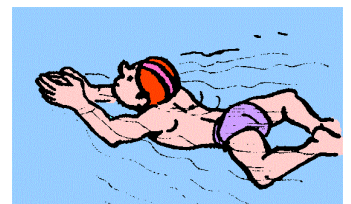
### Aufgabe 2 :

Roman, Kai und Lupo wetteifern im Freibad miteinander im Streckentauchen.

Verlierer gibt es keine, nur einen Ersten, einen Zweiten und einen Dritten.

Eine Möglichkeit wäre zum Beispiel KRL.

Das bedeutet : Kai ist erster, Roman ist zweiter und Lupo ist dritter.



Finde alle Plazierungsmöglichkeiten mit Hilfe eines Baumdiagramms.

### Einstieg 3 : Näherungsweise Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten

Objectif : faire le lien entre fréquence et probabilité

#### Aufgabe :

##### 1. Einzelarbeit

- Wirf 40-mal nacheinander eine Münze und fasse die Ergebnisse in folgender Tabelle zusammen :
- Was fällt dir über die Summe der absoluten Häufigkeiten auf ? Über die Summe der relativen Häufigkeiten ?

Ergebnis	Wappen	Zahl
Absolute Häufigkeit		
Relative Häufigkeit		

##### 2. Gruppenarbeit

- Fasse in einer Tabelle die Ergebnisse der gesamten Klasse zusammen, nämlich die absolute und relative Häufigkeit der „Wappen“ und die absolute und relative Häufigkeit der „Zahl“. (*Achte darauf, die relative Häufigkeit als genaue Zahl, d.h. als Bruch anzugeben*).
- Was fällt dir über die Summe der absoluten Häufigkeiten auf ? Über die Summe der relativen Häufigkeiten ?

##### 3. Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses

- Eine Münze wurde 2 000-mal geworfen : Wappen kam 979-mal. Berechne die relative Häufigkeit von W und Z.
- Eine Münze wurde 5 000-mal geworfen : Wappen kam 2 528-mal. Berechne die relative Häufigkeit von W und Z.
- Eine Münze wurde 10 000-mal geworfen : Wappen kam 4 978-mal. Berechne die relative Häufigkeit von W und Z.
- Eine Münze wurde 50 000-mal geworfen : Wappen kam 25 032-mal. Berechne die relative Häufigkeit von W und Z.



#### Merke dir :

*Der Ausgang jeder einzelnen Durchführung eines Zufallsexperiment ist rein zufällig und nicht vorhersehbar. Jedoch schwanken die relativen Häufigkeiten (mit zunehmender Versuchsanzahl immer weniger) um einen festen Wert, der **Wahrscheinlichkeit** genannt, und mit dem **Buchstaben p** notiert wird.*

#### Schreibe ab und ergänze :

Wird eine sehr große Anzahl Würfe durchgeführt :

- so nähert sich die relative Häufigkeit von „W“ der Zahl .....
- so nähert sich die relative Häufigkeit von „Z“ der Zahl .....

Die Summe der relativen Häufigkeiten ergibt stets .....

Warum denn p ?

Wahrscheinlichkeit heißt:

- auf französisch : probabilité
- auf englisch : probability
- auf lateinisch : probabilitas

Merke dir :

*Man schreibt :*  
 $p(W) = 0,5$  und  $p(Z) = 0,5$   
 $p(W) + p(Z) = 1$

Die Summe der  
Wahrscheinlichkeiten aller  
Ergebnisse eines  
Zufallsversuchs ergibt immer 1

**Wahrscheinlichkeiten** geben an :

- die Gewinnchancen beim nächsten Spiel
- die bei langen Versuchsserien zu erwartenden Häufigkeiten

Die Wahrscheinlichkeit eines  
Ereignisses ist stets kleiner als 1 !

### Einstieg 4 : Fair oder nicht ?

Objectif : se familiariser avec la notion d'équiprobabilité

Ein Spiel heißt **fair**, wenn die Wahrscheinlichkeiten für Sieg und Niederlage gleich groß sind.

#### Aufgabe 1 :

Nina und Carolin spielen mit zwei Würfeln, einem runden und einem gewöhnlichen. Nach einiger Zeit bemerkt Carolin : „Ich glaube mit dem runden Würfel stimmt etwas nicht. Da treten so häufig Sechsen auf.“

Die beiden Freundinnen testen die Würfel. Sie würfeln mit jedem Würfel 100-mal und notieren in einer Tabelle.

	<b>Augenzahl</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>absolute Häufigkeit</b>	<i>runder Würfel</i>	6	17	18	16	18	25
	<i>gewöhnlicher Würfel</i>	15	18	16	17	18	16

Berechne die relativen Häufigkeiten der 6 Ergebnisse nach diesen 100 Würfeln, und gib in jedem Fall einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit jeder Ergebnisse.

Was kann man der Tabelle über die beiden Würfel entnehmen ?

Beim Würfeln mit einem idealen Würfel beträgt die Wahrscheinlichkeit für eines der möglichen Ergebnisse  $\frac{1}{6}$

Führt man genügend viele Versuche durch und stellt fest, dass sich die relativen Häufigkeiten für eines der möglichen Ergebnisse nicht  $\frac{1}{6}$  annähern, liegt die Vermutung nahe, dass dieser Würfel manipuliert worden ist.

## Aufgabe 2 :



Beim Sportfest spielen die Klassen 7a und 7c gegeneinander Fußball. Für die Seitenwahl wird normalerweise eine Münze geworfen. Da aber keine Münze verfügbar ist, schlägt der Spielführer der 7a vor, einen Kronenkorken zu werfen. Die Klasse 7c ist damit nicht einverstanden.

*Ein Kronenkorken ist ein Korken, der z.B. eine Bierflasche schliesst*

a) Meinst du die Seitenwahl ist mit einem Kronenkorken fair ?

b) Bei einer Versuchsreihe mit einem Kronenkorken wurden folgende Ergebnisse erzielt.

Berechne die relativen Häufigkeiten der beiden Ergebnisse nach 50, 100, 200 Würfeln. Gib dann einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit  $p(\text{Rückenlage})$  an. Beurteile danach die Seitenwahl mit einem Kronenkorken.

Anzahl der Würfe	50	100	200
Ergebnis : „liegt auf dem <b>Rücken</b> “	31	57	118
Ergebnis : „liegt auf dem <b>Rand</b> “	19	43	82

### Merke dir :

*Zufallsexperimente, bei denen alle Ergebnisse **gleichwahrscheinlich** sind, nennt man **Laplace-Experimente**.*

## Einstieg 5 : Rechnen von Wahrscheinlichkeiten bei einem Laplace-Experiment

Objectif : Calcul d'une probabilité dans un cas d'équiprobabilité

**Au**  
**fga**  
**be**  
**1 :**  
**mit**  
**ein**  
**em Würfel**

*Bei einem Laplace-Experiment mit  $n$  möglichen Ergebnissen ist die Wahrscheinlichkeit eines jeden Ergebnisses  $\frac{1}{n}$ .*

*Zum Beispiel beträgt bei einem guten Spielwürfel die Wahrscheinlichkeit für jede einzelne Augenzahl  $\frac{1}{6}$ .*

Ein gewöhnlicher Würfel wird geworfen und die Augenzahl wird notiert.

1. Was sind die möglichen Ergebnisse ?  
Was sind ihre Wahrscheinlichkeiten ?

*Die Menge der möglichen Ergebnisse eines Zufallsversuchs nennt man die **Ergebnismenge**.*

2. Wir interessieren uns für das Ereignis  $G$  : „Eine gerade Augenzahl wird geworfen“. Welche Ergebnisse erfüllen dieses Ereignis  $G$  ? Was ist die Wahrscheinlichkeit  $p(G)$  dieses Ereignisses ?
3. Wir interessieren uns für das Ereignis  $T$  : „Eine durch 3 teilbare Augenzahl wird geworfen“. Welche Ergebnisse erfüllen dieses Ereignis  $T$  ? Was ist die Wahrscheinlichkeit  $p(T)$  dieses Ereignisses ?

Merke dir :

Für Zufallsexperimente, bei denen alle Ergebnisse gleichberechtigt sind (Laplace-Experimente) kann man die **Wahrscheinlichkeit**, mit der ein bestimmtes Ereignis auftritt, berechnen :

$$\text{Wahrscheinlichkeit (Ereignis)} = \frac{\text{Anzahl der für das Ereignis günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

Anders ausgedrückt :

**Summenregel** : Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses erhält man als Summe der Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Ergebnisse.

### Aufgabe 2 : mit zwei Würfeln

Es wird mit einem roten und einem weißen Würfel geworfen.

- Erstelle eine Tabelle (oder ein Baumdiagramm) mit den möglichen Ergebnissen. Wie viele Ergebnisse sind es insgesamt ?
- Uns interessiert das Ereignis E : „Beide Würfel zeigen die gleiche Augenzahl“. Wie viele (und welche) Ergebnisse erfüllen dieses Ereignis ? Berechne  $p(E)$ .
- Uns interessiert das Ereignis E' : „Das Produkt der Augenzahlen ist kleiner als 10“. Wie viele (und welche) Ergebnisse erfüllen dieses Ereignis ? Berechne  $p(E')$ .
- Uns interessiert das Ereignis E'' : „Der rote Würfel zeigt mindestens zwei Augen mehr als der weiße“. Wie viele (und welche) Ergebnisse erfüllen dieses Ereignis ? Berechne  $p(E'')$ .

---

### Einstieg 6 : Gegenereignis

Objectif : découvrir la notion d'événements contraires

Wenn man will, dass von zwei Ereignissen immer genau eins eintritt, dann muss das zweite Ereignis genau die Ergebnisse beinhalten, bei denen das erste Ereignis nicht eintritt ! Solche Ereignisse nennt man **Gegenereignisse**.

Bei Wetten arbeitet man oft mit Ereignis und Gegenereignis

### Aufgabe 1 :

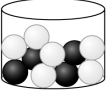

Es wird ein gewöhnlicher Würfel geworfen.

- Beschreibe die Ergebnismenge.
- Das Ereignis G lautet : „die Augenzahl ist eine gerade Zahl“. Welche Ergebnisse beinhaltet dieses Ereignis ? Welche Ergebnisse beinhaltet das Gegenereignis von G ?
- Das Ereignis T lautet : „die Augenzahl ist durch 3 teilbar“. Welche Ergebnisse beinhaltet dieses Ereignis ? Welche Ergebnisse beinhaltet das Gegenereignis von T ?



**Aufgabe 2 :**

Ergänze die Tabelle !

Zufallsexperiment	Ereignis	Gegenereignis	$p(\text{Ereignis})$	$p'(\text{Gegenereignis})$	$p+p'$
Eine Münze wird geworfen	„Wappen“				
Eine Kugel wird blind aus der Urne gezogen 	„eine schwarze Kugel wird gezogen“				
Ein Glücksrad wird gedreht 	„es kommt eine ungerade Zahl vor“				

Merke dir :

*Fasst man für ein bestimmtes Ereignis alle ungünstigen Ergebnisse zusammen, so beschreibt man damit das **Gegenereignis**.*

*Die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis und sein Gegenereignis geben zusammen stets 1 !*

*Ein Ereignis und Gegenereignis enthalten zusammen alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments. Es daher mit Sicherheit immer eines von beiden auf.*

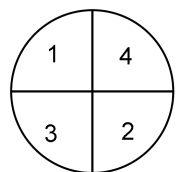
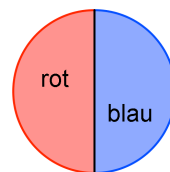
**Einstieg 7 : Zweistufiger Zufallsversuch**

Un exemple d'expérience à deux épreuves (avec et sans équiprobabilité)

**Aufgabe 1 (mit Chancengleichheit) :**

Bei einem Schulfest kann man an einem Stand nacheinander an zwei Glücksrädern spielen :

- Bestimme beim ersten Glücksrad  $p(\text{rot})$  und  $p(\text{blau})$  und beim zweiten Glücksrad  $p(1)$ ,  $p(2)$ ,  $p(3)$  und  $p(4)$ .
- Handelt es sich um Laplace-Experimente ?



Jetzt werden die zwei Räder nacheinander gedreht.

Ein Ergebnis könnte zum Beispiel „R;1“ sein, wenn rot beim ersten und 1 beim zweiten Rad vorkommt.

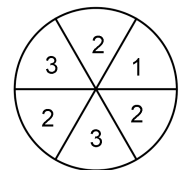
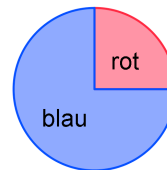
3. Handelt es sich um ein Laplace-Experiment ?
4. Bestimme die Ergebnismenge und stelle das zweistufige Experiment durch ein Baumdiagramm dar (notiere am Ende eines jeden Pfades das zugehörige Ergebnis). Schreibe an jedem Pfad die entsprechende Wahrscheinlichkeit (siehe Aufgabe 3 im Einstieg 2...)
5. Gib die Wahrscheinlichkeiten der verschiedenen Ergebnissen an. Was fällt dir auf ?

**Aufgabe 2 : Weiterführende Aufgabe (ohne Chancengleichheit)**

Cet exercice permet d'aller un peu plus loin et de comprendre la règle de « multiplication des probabilités » en passant par les fréquences

Bei einem Schulfest kann man an einem Stand nacheinander an zwei Glücksrädern spielen :

1. Bestimme beim ersten Glücksrad  $p(\text{rot})$  und  $p(\text{blau})$  und beim zweiten Glücksrad  $p(1)$ ,  $p(2)$ , und  $p(3)$ .
2. Handelt es sich um Laplace-Experimente ?



Jetzt werden die zwei Räder nacheinander gedreht.

Ein Ergebnis könnte zum Beispiel „R;1“ sein, wenn rot beim ersten und 1 beim zweiten Rad vorkommt.

3. Bestimme die Ergebnismenge und stelle das zweistufige Experiment durch ein Baumdiagramm dar (notiere am Ende eines jeden Pfades das zugehörige Ergebnis). Schreibe an jedem Pfad die entsprechende Wahrscheinlichkeit.

*Wir wollen jetzt die Wahrscheinlichkeiten der verschiedenen Ergebnisse bestimmen. Da es sich nicht um ein Laplace-Experiment handelt, kann man das Baumdiagramm nicht wie bei der Aufgabe 1 verwenden...*

Man nimmt an, man hat die Räder je 60 000-mal gedreht (das ist natürlich rein theoretisch...)

A. Wir interessieren uns für das erste Rad.

Ergänze die Tabelle mit den (theoretischen) absoluten Häufigkeiten :

Ergebnis	rot	blau	gesamt
Absolute Häufigkeit			
Wahrscheinlichkeit (Relative Häufigkeit)			

B. Der Zeiger steht beim ersten Rad auf „rot“

a) Bei wie vielen Spielen war das der Fall ?

b) Ergänze die Tabelle mit den (theoretischen) absoluten Häufigkeiten :

Ergebnis	R;1	R;2	R;3	R gesamt
Absolute Häufigkeit				
Wahrscheinlichkeit (Relative Häufigkeit)				

C. Der Zeiger steht beim ersten Rad auf „blau“

- a) Bei wie vielen Spielen war das der Fall ?

Ergebnis	B;1	B;2	B;3	B gesamt
Absolute Häufigkeit				
Wahrscheinlichkeit (Relative Häufigkeit)				

- b) Ergänze die

Tabelle mit den (theoretischen) absoluten Häufigkeiten :

D. Zusammenfassung

- a) Ergänze die Tabelle :

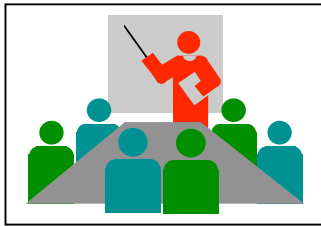
Ergebnis	R;1	R;2	R;3	B;1	B;2	B;3	gesamt
Absolute Häufigkeit							
Wahrscheinlichkeit							

- b) Was fällt dir über die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ergebnisse, verglichen mit den Wahrscheinlichkeiten der Frage 1 auf ? Versuche das zu erklären !

***Pfadregel :***

*Die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis erhält man, indem man die Wahrscheinlichkeiten längs des dazu gehörigen Pfades multipliziert.*





## ERINNERE DICH ...

Verschiedene Experimente werden durchgeführt :

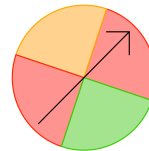
- Beispiel A : Werfen einer Münze



- Beispiel B : Werfen eines gewöhnlichen Würfels



- Beispiel C : Drehen eines Glücksrads



### 1. Wortschatz



**Zufallsexperimente** sind Experimente mit folgenden Eigenschaften :

- man kann nicht vorhersagen, welches **Ergebnis** bei der Durchführung des Experiments auftritt, das hängt vom Zufall ab, aber schon vor dem Versuch lassen sich alle möglichen Ergebnisse angeben. Man fasst sie zusammen zur **Ergebnismenge S**.
- der Versuch kann unter den gleichen Bedingungen (beliebig oft) wiederholt werden.

- Bei dem Beispiel A (Werfen einer Münze) sind zwei Ergebnisse möglich : „Wappen“ oder „Zahl“.
- Bei dem Beispiel B (Werfen eines gewöhnlichen Würfels) sind sechs Ergebnisse möglich : „die Augenzahl ist 1“, „die Augenzahl ist 2“, „die Augenzahl ist 3“, „die Augenzahl ist 4“, „die Augenzahl ist 5“ oder „die Augenzahl ist 6“.
- Bei dem Beispiel C (Drehen eines Glücksrads) sind drei Ergebnisse möglich : „der Zeiger bleibt auf grün stehen“, „der Zeiger bleibt auf rot stehen“ oder „der Zeiger bleibt auf gelb stehen“.

Ein **Ereignis** ist eine Teilmenge der Ergebnismenge. Ein Ereignis wird also durch ein oder mehrere Ergebnisse erfüllt.

Wird das Ereignis nur durch ein Ergebnis erfüllt, so heißt es **Elementarereignis**.

Bei Zufallsexperimenten muss man sehr sorgfältig zwischen **Ergebnis** und **Ereignis** unterscheiden



- Bei dem Beispiel A (Werfen einer Münze) ist das Ereignis „Wappen“ ein Elementarereignis.
- Bei dem Beispiel B (Werfen eines gewöhnlichen Würfels) wird das Ereignis „die Augenzahl ist gerade“ durch drei Ergebnisse erfüllt, nämlich : „die Augenzahl ist 2“, „die Augenzahl ist 4“ und „die Augenzahl ist 6“.
- Bei dem Beispiel B (Werfen eines gewöhnlichen Würfels) wird das Ereignis „die Augenzahl ist durch 4 teilbar“ nur durch das Ergebnis „die Augenzahl ist 4“ erfüllt. Es handelt sich also um ein Elementarereignis.
- Bei dem Beispiel C (Drehen eines Glücksrads) ist das Ereignis „der Zeiger bleibt auf gelb stehen“ ein Elementarereignis.
- Bei dem Beispiel C (Drehen eines Glücksrads) wird das Ereignis „der Zeiger bleibt auf einer Grundfarbe stehen“ durch zwei Ergebnisse erfüllt : „der Zeiger bleibt auf rot stehen“ und „der Zeiger bleibt auf gelb stehen“.

## 2. Wahrscheinlichkeit

Lange *Versuchsreihen* führen zu *Wahrscheinlichkeiten*

Wenn man einen Zufallsversuch oft genug wiederholt, dann nähert sich die relative Häufigkeit eines einen Ergebnisses einem theoretischen Wert, der **Wahrscheinlichkeit** des Ergebnisses heißt und  $p$  geschrieben wird.

### Merke :

- *Mit der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wird angesehen, welche relative Häufigkeit bei vielen Versuchsdurchführungen für dieses Ereignis zu erwarten ist.*
  - *Eine Wahrscheinlichkeit kann als Bruch, als Dezimalzahl oder in Prozent angegeben werden.*
  - *Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses erhält man als Summe der Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Ergebnisse.*
- Bei dem Beispiel A (Werfen einer Münze) beträgt die Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses „Wappen“  $\frac{1}{2}$ .
  - Bei dem Beispiel B (Werfen eines gewöhnlichen Würfels) beträgt die Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses „die Augenzahl ist 4“  $\frac{1}{6}$ .
  - Bei dem Beispiel B (Werfen eines gewöhnlichen Würfels) beträgt die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „die Augenzahl ist durch 3 teilbar“  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ , denn dieses Ereignis entspricht den Ergebnissen : „die Augenzahl ist 3“ und „die Augenzahl ist 6“.
  - Bei dem Beispiel C (Drehen eines Glücksrads) beträgt die Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses „der Zeiger bleibt auf grün stehen“  $\frac{1}{4}$ .

- Bei dem Beispiel C (Drehen eines Glücksrads) beträgt die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „der Zeiger bleibt auf einer Grundfarbe stehen“  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ , denn dieses Ereignis entspricht den Ergebnissen „der Zeiger bleibt auf rot stehen“ und „der Zeiger bleibt auf gelb stehen“.

Merke :

- Die Wahrscheinlichkeit ist eine Zahl, die immer zwischen 0 und 1 liegt.
- Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Ergebnisse der Ergebnismenge beträgt immer 1.

### 3. Chancengleichheit

Bei manchen Zufallsexperimenten haben alle Ergebnisse die gleiche Chance



Zufallsexperimente, bei denen alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich sind, nennt man **Laplace-Experimente**.

Beispiele :

- Das Zufallsexperiment A -Werfen einer Münze- ist ein Laplace-Experiment :  $p(„Wappen“) = p(„Zahl“) = \frac{1}{2}$ .
- Das Zufallsexperiment B -Werfen eines gewöhnlichen Würfels- ist ein Laplace-Experiment :  $p(„1“) = p(„2“) = p(„3“) = p(„4“) = p(„5“) = p(„6“) = \frac{1}{6}$
- Das Zufallsexperiment C - Drehen des Glücksrads- ist kein Laplace-Experiment :  $p(„rot“) = \frac{1}{2}$ ,  $p(„grün“) = \frac{1}{4}$  und  $p(„gelb“) = \frac{1}{4}$

Bei einem Laplace-Experiment mit n möglichen Ergebnissen ist die Wahrscheinlichkeit eines jeden Ergebnisses  $\frac{1}{n}$ .

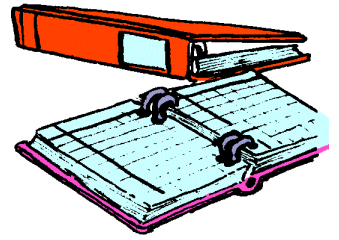


Merke :

Bei einem Laplace-Experiment kann man also die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E besonders einfach bestimmen :

$$p(E) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse in } E}{\text{Gesamtzahl der Ergebnisse}}$$

# ÜBUNGEN ZUR FESTIGUNG UND ZUM WEITERARBEITEN



---

## A) ZUFALLSEXPERIMENTE

### Übung A.1.

Zufällig oder nicht ?

- Wasser siedet bei 100 °C.
- Julias Vater hat „vier Richtige“ im Lotto.
- Ein Eisennagel in der Nähe eines Magneten wird angezogen.
- Am 24.12 ist Schulfrei.
- Tim wirft eine Münze, sie zeigt Zahl.
- Marie wirft einen Ball, er fällt wieder herunter auf die Erde.
- Christians Mutter zieht ein Glückslos.
- Der 24.12 ist ein Sonntag.

### Übung A.2.

- Man wirft einen gewöhnlichen Würfel und liest die Augenzahl ab. Gib die Ergebnisse dieses Zufallsexperiments an.
- Man wirft einen gewöhnlichen Würfel und beachtet, ob die Augenzahl gerade oder ungerade ist. Gib die Ergebnisse dieses Zufallsexperiments an.
- Man wirft zwei gewöhnliche Würfel und berechnet die Augensumme. Gib die Ergebnisse dieses Zufallsexperiments an.



### Übung A.3.

Jeder Schüler der Klasse schreibt auf ein Papier seinen Namen und seinen Vornamen. Alle Papiere kommen in eine Urne. Dann wird ein Papier blind aus der Urne gezogen.

- Wie viele Ergebnisse hat dieses Zufallsexperiment ?
- Nenne ein Elementarereignis.
- Nenne ein Ereignis, das kein Elementarereignis ist.

### Übung A.4.

Bei einem Skatkartenspiel gibt es 32 verschiedene Karten.

- Bei einem Zufallsexperiment wird der Kartenstapel gemischt und die oberste Karte abgenommen. Wie viele verschiedene Ergebnisse hat das Ereignis „Es wird eine schwarze Karte gezogen“?
- Beschreibe fünf Ereignisse, die durch genau vier Ergebnisse erfüllt werden.



## **B) ERFASSEN UND AUSWERTEN VON ZUFALLSEXPERIMENTEN**

### **Übung B.1.**

Familien mit vier Kindern haben entweder vier Jungen, oder drei Jungen und ein Mädchen oder...

- a) Finde selbst alle weiteren Fälle.
- b) Unterscheide nunmehr auch die Reihenfolge nach dem Alter. Verwende dabei ein Baumdiagramm.

### **Übung B.2.**

Auf einem Glücksrad sind die Ziffern 0 bis 9 auf dem Rand aufgetragen. Es gewinnt, wer nacheinander zwei Primzahlen dreht. Finde alle Möglichkeiten.

### **Übung B.3.**

Bilde aus den Ziffern 2, 4 und 6 alle möglichen dreistelligen Zahlen so, dass jede Ziffer in jeder Zahl genau einmal vorkommt.

### **Übung B.4.**

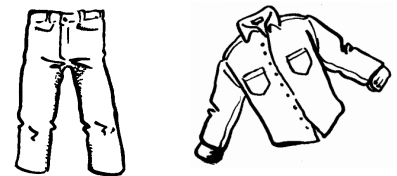
Hans hat die Zahlenkombination seines Fahrradschlösses vergessen. Er weiß nur, dass in der dreistelligen Zahl keine 3, 4, 5 oder 7 vorkommt, an erster Stelle eine 2, in der Mitte eine 6 oder 9 und am Schluss die größte Ziffer steht.

Wie viele Möglichkeiten bleiben ihm noch ?



### **Übung B.5.**

Herr Meier hat ein blaues, ein weißes und ein schwarzes Hemd. Außerdem besitzt er eine graue und eine hellblaue Hose. Stelle in einem Baumdiagramm alle Möglichkeiten dar, wie er ein Hemd mit einer Hose kombinieren kann.



### **Übung B.6.**

Ein Würfel und eine Münze werden gleichzeitig geworfen. Wenn der Würfel eine drei und die Münze „Wappen“ zeigt, so kann man dieses Ergebnis durch das Paar (3/W) beschreiben. Schreibe alle möglichen Ergebnisse dieses Experiments auf.

---



## C) WAHRSCHEINLICHKEIT UND ABSOLUTE HÄUFIGKEIT

### Übung C.1.

Der „Zufallsgenerator für Würfel“ eines Computers hat bei 6 500 Versuchen 760-mal die sechs, 1345-mal die fünf, 1 250-mal die vier, 645-mal die drei, 1 250-mal die zwei und 1 250-mal die eins „gewürfelt“.

- Berechne die relativen Häufigkeiten.
- Beurteile mit Hilfe der relativen Häufigkeiten, ob die Chancen bei diesem Computer gleich verteilt sind.

### Übung C.2.

Michael schlägt Svea eine Wette vor : wenn er beim Würfeln unter drei bleibt, dann zahlt er Svea ein Eis, ansonsten zahlt Svea ihm ein Eis.

- Wie oft würde Michael bei etwa 300 Spielen zahlen, wie oft müsste Svea zahlen ?
- Ändere das Spiel so ab, dass es „gerecht“ wird.



### Übung C.3.

In einer Urne befinden sich 13 Kugeln, von denen eine unbekannte Zahl rot ist. Jan behauptet, dass er die Anzahl der roten Kugeln recht genau ermitteln kann, indem er mehrmals eine Kugel aus der Urne zieht, sich die Farbe notiert und die Kugel dann wieder zurücklegt.

- Jan hat 22-mal nach der Methode eine Kugel gezogen. Fünf davon waren rot. Wie viele Kugeln in der Urne sind wahrscheinlich rot ?
- Jan wiederholt sein Experiment und zieht 100-mal eine Kugel. Dabei hat er 31-mal eine rote Kugel gezogen. Wie viele rote Kugeln kann man mit diesem Ergebnis in der Urne erwarten ? Bestätigt es die Vermutung aus a) ?

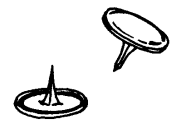
### Übung C.4.

Man weiß, dass ein Würfel gezinkt wurde. Wie kann man einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit jeder Ergebnisse bestimmen ?

### Übung C.5.

Ein Reißnagel wird geworfen. Zwei Ergebnisse sind möglich : „Spitze nach oben“ oder „Spitze zur Seite“.

Wie kann man die Wahrscheinlichkeiten der beiden Ergebnisse näherungsweise bestimmen ?



### Übung C.6.

Aus langjähriger Erfahrung weiß man, dass von 100 Fahrrädern 60 Mängel aufweisen. Bei einer Fahrradkontrolle kommen 460 Fahrräder vorbei.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Fahrrad einen Mangel hat ?
- Schätze, wie viele von 460 überprüften Fahrrädern Mängel haben werden.

**D) WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNGEN (EINSTUFIGES ZUFALLSEXPERIMENT)**

**Übung D.1.**

Eine schwangere Frau hat die gleichen Chancen einen Jungen oder ein Mädchen zu gebären.

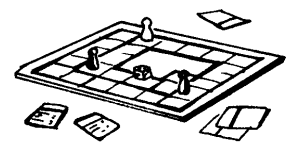
- 1) Frau Schmitt hat schon vier Mädchen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihr fünftes Kind ein Junge wird ?
- 2) Frau Mayer hat schon drei Jungen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihr viertes Kind ein Mädchen wird ?



**Übung D.2.**

Beim „Mensch-ärgere-dich-nicht-Spiel“, darf man zu Beginn dreimal würfeln, um eine Sechs zu bekommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine Sechs zu würfeln beim :

- a) ersten Wurf ?
- b) zweiten Wurf ?
- c) dritten Wurf ?



**Übung D.3.**

Nimm an, dass alle Tage des Jahres als mögliche Geburtstage gleich wahrscheinlich sind. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass jemand, der nicht in einem Schaltjahr geboren ist,



- a) am 12. Januar,
- b) im März,
- c) am 29. Februar, Geburtstag hat

*Ein Schaltjahr  
hat 366 Tage !*

**Übung D.4.**

Sophie würfelt mit einem (regelmäßigen) Oktaeder, dessen Seitenflächen mit den Zahlen 1 bis 8 beschriftet sind und mit einem (regelmäßigen) Ikosaeder, dessen Seitenflächen mit den Zahlen 1 bis 20 beschriftet sind.

Bestimme in jedem Fall die Wahrscheinlichkeit dafür

- 1) eine 3 zu werfen,
- 2) keine 3 zu werfen,
- 3) eine durch 3 teilbare Zahl zu werfen,
- 4) keine Primzahl zu werfen.

**Übung D.5.**

Auf jede Fläche eines gewöhnlichen Würfels schreibt man einen Buchstaben des Wortes „ORANGE“. Dann wird der Würfel geworfen. Gib die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse an :

- 1) Man erhält den Buchstaben R.
- 2) Man erhält einen Buchstaben von dem Wort „ORANGE“.
- 3) Man erhält einen Buchstaben von dem Wort „ZITRONE“.
- 4) Man erhält einen Buchstaben von dem Wort „KIWI“.
- 5) Man erhält einen Vokal.

### Übung D.6.

Man zieht blind eine Karte aus einem Spiel von 32 Karten.

- 1) Wie viele Ergebnisse hat dieses Zufallsexperiment ? Sind sie alle gleichwahrscheinlich?
- 2) Gib die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse an :
  - a) die gezogene Karte ist der Herz-Bube.
  - b) die gezogene Karte ist ein Bube.
  - c) die gezogene Karte ist eine Kreuz-Karte.
  - d) die gezogene Karte ist eine rote Karte
  - e) die gezogene Karte ist eine 7, 8 oder 9.

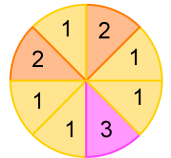
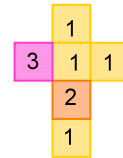


### Übung D.7.

An einer Losbude gewinnt man, wenn man eine 1 entweder würfelt oder dreht.

Es wurden das Glücksrad und ein Netz des Würfels abgebildet :

Wann hat man größere Gewinnchancen ? Beim Würfeln oder beim Drehen ?



### Übung D.8.

Bei einem Geburtstag werden kleine Gewinne mit einem Würfelspiel verlost. Worauf würdest du setzen : auf das Erscheinen

- 1) einer Primzahl beim Werfen eines Oktaeders (siehe Übung D.4.) oder
- 2) einer geraden Zahl beim Werfen eines gewöhnlichen Würfels ?

### Übung D.9.

Man verfügt über mehrere ähnliche Papierzettel.

- auf einem Zettel wird 1 geschrieben,
- auf zwei Zettel wird 2 geschrieben,
- usw. bis zur Zahl 10, die auf zehn Zettel geschrieben wird.

Man vermischt alle diese Zettel in einer Urne und dann wird irgendein Zettel gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass auf dem Zettel eine gerade Zahl steht ? Begründe !

### Übung D.10.

Es wird mit zwei Würfeln geworfen und die Augenzahlen werden notiert.

- 1) Erstelle eine Tabelle der möglichen Ergebnisse.
- 2) Wie hoch sind die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse ?
  - a) Pasch (gleiche Augenzahlen) werfen
  - b) benachbarte Augenzahlen werfen
  - c) gerade Augenzahlen werfen
  - d) durch vier teilbare Augenzahlen werfen
  - e) eine gerade und eine ungerade Augenzahl werfen

### Übung D.11.

Es wird mit zwei Würfeln geworfen und die Summe der Augenzahlen gerechnet.

1. Erstelle eine Tabelle der möglichen Ergebnisse.
2. Wie hoch sind die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse ?
  - a) Augensumme 13 werfen
  - b) gerade Augensumme werfen
  - c) ungerade Augensumme werfen
  - d) Augensumme größer als 2 werfen

### Übung D.12.

Es wird mit zwei Würfeln geworfen und das Produkt der Augenzahlen gerechnet.

1. Erstelle eine Tabelle der möglichen Ergebnisse.
2. Wie hoch sind die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse ?
  - a) Augenprodukt 12 werfen
  - b) Augenprodukt 27 werfen
  - c) Augenprodukt kleiner als 10 werfen

### Übung D.13.

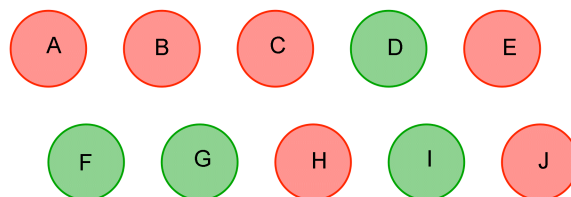
Bei einem alten Würfelspiel sagt jeder Spieler eine Zahl zwischen 1 und 12 an. Dann wird mit zwei Würfeln geworfen und die Augensumme ermittelt. Hat keiner der Spieler die Augensumme mit seiner Vorhersage getroffen, wird noch einmal gewürfelt. Lukas setzt auf die 4, Anke auf die 7. Haben beide die gleiche Chance ?

### Übung D.14

Hanna und Christoph würfeln mit zwei Würfeln. Hanna gewinnt, wenn die Augensumme höchstens 5 oder mindestens 10 ist. Wer hat die besseren Gewinnchancen ?

### Übung D.15.

Eine Urne enthält folgende Kugeln :



Es wird eine Kugel blind gezogen.

1. Fall 1 : man beachtet den Buchstaben, der auf der gezogenen Kugel steht.
  - a) Wie viele Ergebnisse sind es ?
  - b) Handelt es sich um ein Laplace-Experiment ?
  - c) Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse :
    - „die Kugel ist mit C beschriftet“
    - „die Kugel ist mit J beschriftet“
    - „die Kugel ist mit einem Vokal beschriftet“

2. Fall 2 : man beachtet die Farbe der gezogenen Kugel

- a) Wie viele Ergebnisse sind es ?
- b) Handelt es sich um ein Laplace-Experiment ?
- c) Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse :
  - „die Kugel ist rot“
  - „die Kugel ist grün“

3. Fall 3 : man beachtet den Buchstaben und die Farbe der gezogenen Kugel

- a) Wie viele Ergebnisse sind es ?
- b) Handelt es sich um ein Laplace-Experiment ?
- c) Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse :
  - „die Kugel ist rot“
  - „die Kugel ist mit einem Vokal beschriftet“
  - „die Kugel ist rot und ist mit einem Vokal beschriftet“
  - „entweder ist die Kugel rot, oder sie ist mit einem Vokal beschriftet, oder beides“

**Übung D.16.**

In der Bonbondose von Familie Schütz sind noch fünf Karamelbonbons, drei Vitamin-, vier Himbeer-, sieben Zitronen- und elf Pfefferminzbonbons.



- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält Jonas Schütz ein Bonbon seiner Liebessorten Karamel oder Zitrone, wenn er ohne hinzuschauen ein Bonbon aus der Dose nimmt ?
- b) Seine Schwester Ilka mag heute Himbeere oder Pfefferminze schmecken. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht sie ein Bonbon dieser Sorten, wenn Jonas ihr den Vortritt lässt ?
- c) Was kann sich bei b) ändern, wenn Jonas zuerst ein Bonbon nimmt ?

**Übung D.17.**

Eine Urne enthält fünf Kugeln : eine gelbe und vier rote. Es wird eine Kugel blind gezogen und ihre Farbe beachtet. Dann wird wieder eine Kugel blind gezogen.

- 1) Angenommen, die erste Kugel ist rot. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite Kugel :
  - a) rot ist ?
  - b) gelb ist ?
- 2) Angenommen, die erste Kugel ist gelb. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite Kugel :
  - a) rot ist ?
  - b) gelb ist ?

## E) SICHERES EREIGNIS, GEGENEREIGNIS...

### Übung E.1.

In welchen Fällen ist ein sicheres Ereignis beschrieben ?

- Es wird eine gerade Zahl oder eine Zahl größer als 2 gewürfelt.
- Es wird eine ungerade oder eine gerade Zahl gewürfelt.
- Entweder gewinnt der 1.FC Köln oder er verliert.
- Heiligabend und Sylvester fallen auf den gleichen Tag.
- Es wird eine Zahl größer als 3 oder kleiner als 3 gewürfelt.

### Übung E.2.

- Ist das Ereignis „Man würfelt bei sieben Würfeln eines Spielwürfels lauter verschieden Augenzahlen“ ein unmögliches Ereignis ?
- Ist das Ereignis „Man würfelt bei sieben Würfeln eines Spielwürfels mindestens einmal die Augenzahl 6“ ein sicheres Ereignis ?

### Übung E.3.

Eine Urne enthält Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 9 beschriftet wurden.

Eine Kugel wird blind gezogen. Gib ein Beispiel von einem :

- Elementarereignis,
- Ereignis, das kein Elementarereignis ist,
- sicheren Ereignis,
- unmögliches Ereignis an.

### Übung E.4.

Finde das Gegenereignis und berechne die Wahrscheinlichkeiten :

- Beim Würfeln mit zwei Würfeln wird ein Pasch (zwei gleiche Zahlen) geworfen.
- Aus einem Skatenspiel mit 32 Karten wird ein rotes Bild gezogen.
- Bei einer dreistelligen Zahl sind nicht alle drei Ziffern gleich.

### Übung E.5.

In einer Tasche liegen nur blaue, weiße und rote Kugeln. Eine Kugel wird blind gezogen.

1. Leo schreibt folgendes : Wahrscheinlichkeit eine blaue Kugel zu ziehen :  $12/11$ . Was fällt dir dazu ein ?

2. Leo verbessert dann seinen Fehler und schreibt :

- Wahrscheinlichkeit eine rote Kugel zu ziehen :  $3/5$
- Wahrscheinlichkeit eine weiße Kugel zu ziehen :  $1/5$
- Wahrscheinlichkeit eine blaue Kugel zu ziehen :  $2/5$

Was fällt dir dazu ein ?

### Übung E.6.

Die Schüler der Klasse 7a können als 2. Fremdsprache Englisch, Spanisch oder Russisch lernen.



Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler der Klasse als 2. Fremdsprache Englisch lernt beträgt  $\frac{1}{5}$ .

1. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler als 2. Fremdsprache eine andere Sprache als Englisch gewählt hat ?
2. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler als 2. Fremdsprache Spanisch lernt beträgt  $\frac{7}{10}$ . Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler als 2. Fremdsprache Russisch lernt ?
3. In der Klasse 7a sind 30 Schüler. Wie viele lernen Englisch ? Spanisch ? Russisch ?

### Übung E.7.

Jede Fläche eines gewöhnlichen Würfels wurde entweder gelb, rot oder weiß gefärbt.

Wenn der Würfel geworfen wird, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass die Oberfläche weiß ist  $\frac{2}{3}$  und dass die Oberfläche rot ist  $\frac{1}{6}$ .

Rechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Oberfläche gelb ist.

### Übung E.8.

Die Ergebnismenge eines Zufallsexperiments besteht aus den vier Elementarereignissen A, B, C und D.

Es gilt :  $p(A) = \frac{1}{3}$ ;  $p(B) = \frac{1}{12}$  und  $p(D) = \frac{1}{4}$ .

Bestimme  $p(C)$ .

### Übung E.9.

Man spielt mit einem gezinkten Würfel.

Die Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeiten der verschiedenen Elementarereignisse an :

<b>Augenzahl</b>	1	2	3	4	5	6
<b>Wahrscheinlichkeit</b>	$p$	$2p$	$2p$	$2p$	$2p$	$4p$

1. Bestimme die Zahl  $p$ .
2. Berechne dann die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse :
  - a) „die Augenzahl ist 4“
  - b) „die Augenzahl ist 6“
  - c) „die Augenzahl ist gerade“
  - d) „die Augenzahl ist ungerade“

### Übung E.10.

$p$  und  $q$  bezeichnen die Wahrscheinlichkeiten von zwei Ergebnissen eines Zufallsexperiments.

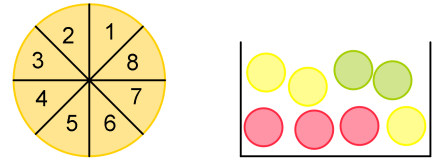
1. Was kann man über  $p$  und  $q$  sagen ?
  2. Kann es vorkommen, dass  $p + q < 1$  ? Gib ein Beispiel dafür.
  3. Kann es vorkommen, dass  $p + q = 1$  ? Gib ein Beispiel dafür.
  4. Kann es vorkommen, dass  $p + q > 1$  ? Begründe.
-

F) ZWEISTUFIGES ZUFALLSEXPERIMENT

**Übung F.1.**

An einer Losbude wird folgendes Spiel vorgeschlagen : man dreht ein Glücksrad und wenn der Zeiger auf einer geraden Zahl stehen bleibt, dann darf man aus einer Urne eine Kugel ziehen. Wenn die Kugel gelb ist, wird gewonnen.

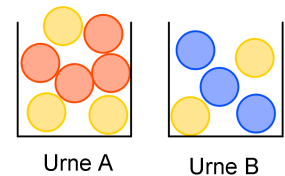
Ermittle die Wahrscheinlichkeit, an diesem Spiel zu gewinnen.



**Übung F.2.**

Ein Spiel besteht darin, eine Kugel aus der Lostrommel A zu ziehen. Wenn die Kugel gelb ist, dann darf man eine weitere Kugel aus der Lostrommel B ziehen. Gewinner ist der, der aus der zweiten Lostrommel eine blaue Kugel zieht.

Ermittle die Wahrscheinlichkeit, an diesem Spiel zu gewinnen.

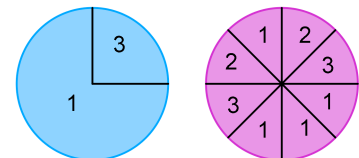


**Übung F.3.**

Man verfügt über zwei Glücksräder.

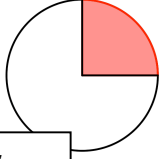
Zuerst wird das erste Rad gedreht und die angezeigte Zahl notiert. Dann wird das zweite Rad gedreht und die angezeigte Zahl zu der ersten Zahl addiert.

1. Was sind die möglichen Ergebnisse ?
2. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe 2 beträgt.
3. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe 3 beträgt.

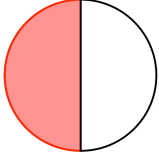


**Übung F.4.**


Bei einem Schulfest kann man bei drei verschiedenen Glücksrädern einen Preis gewinnen. Bei welcher Klasse sollte man spielen, wenn der Einsatz und der Preis jeweils gleich sind ?



**Klasse 7a**  
Wer bei einer Drehung auf « rot » dreht, gewinnt !



**Klasse 7b**  
Wer bei zwei Drehungen beide Male auf « rot » dreht, gewinnt !



**Klasse 7c**  
Wer bei drei Drehungen mindestens einmal auf « rot » dreht, gewinnt !



### Übung F.5.

Robin und Verena beginnen ein “Mensch-ärgere-dich-nicht”-Spiel mit einem üblichen Spielwürfel. Nach zwei Würfeln hat Robin noch keine Sechs erzielt, er beginnt wie so oft von “großem Pech” zu reden. Verena versucht ihm mithilfe einer Tabelle Klarheit über das zweistufige Experiment zu verschaffen.



- 1) Übertrage und ergänze die Tabelle in deinem Heft.
- 2) Bei wie vielen Ergebnissen hat Robin Glück, bei wie vielen Pech?
- 3) Beschreibe, wie ein entsprechendes Baumdiagramm aussehen könnte.
- 4) Ist die Meinung « großes Pech » von Robin vertretbar ?

Zwei Würfe		Erster Wurf						
Zweiter Wurf		1	2	3	4	5	6	
	1	<i>Pech</i>	<i>Pech</i>					<i>Glück</i>
	2							<i>Glück</i>
	3				<i>Pech</i>			
	4							
	5							
	6		<i>Glück</i>					

### Übung F.6.

Wirft man Reißnägeln einer bestimmten Sorte, dann tritt Lage “Spitze nach oben” mit Wahrscheinlichkeit 0,4 und Lage “Spitze zur Seite” mit Wahrscheinlichkeit 0,6 auf. Ein Reißnagel wird dreimal geworfen.



- a) Zeichne das zugehörige Baumdiagramm.
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt das Ergebnis “Kopf / Kopf / Seite” auf ?
- c) Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis “Kopf kommt öfter als Seite” ?
- d) Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis “Nur Kopf oder nur Seite” ?

### Übung F.7.

Zu Annas Schulweg gehören drei Kreuzungen mit Fußgängerampeln. Häufig, wenn sie es eilig hat, zeigen alle drei Ampeln rot. An anderen Tagen kommt es auch vor, dass alle 3 Ampeln gerade grün zeigen, wenn sie kommt.



Zur genaueren Untersuchung dieses Sachverhalts stoppt Anna die Rot- und Grünzeiten der Ampeln :

	Ampel 1	Ampel 2	Ampel 3
Rotzeit	60 s	60 s	40 s
Grünzeit	30 s	20 s	60 s

Nimm an, dass die Ampeln nicht auf “grüne Welle” geschaltet sind, d.h. es ist an jeder Ampel zufällig, ob man sie bei rot oder grün antrifft.

- a) Berechne zunächst für jede Ampel einzeln die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie bei Annas Ankunft rot bzw. grün zeigt. Zeichne dann ein Baumdiagramm.
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei Ampeln bei Annas Ankunft rot zeigen ?
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle drei Ampeln grün zeigen ?
- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine Ampel rot zeigt ?
- e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau eine Ampel rot zeigt ?