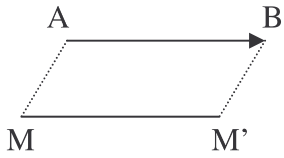
Rückspiegel

1. Der Wortschatz der Mathematik in der « quatrième»

abbilden



M’ ist der Bildpunkt von M durch die Verschiebung, die A auf B abbildet.

---

die Abbildung (en)
In der Geometrie werden Achsensymmetrien, Punktsymmetrien und Verschiebungen als Abbildungen betrachtet.

---

das Abrunden ; abrunden

Für $q = \frac{37}{13}$ ist die Anzeige des Taschenrechners die folgende

3.2846153845

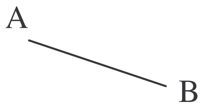
Runden wir auf Zehntel ab, so gilt : $\frac{37}{13} \approx 3{,}2$.

Achtung ! Runden wir auf Zehntel, so gilt : $\frac{37}{13} \approx 3{,}3$.

---

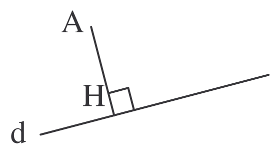
der **Abstand (¨ e)**

1)



Die Länge der Strecke [AB] heißt Abstand von A nach B.

2)



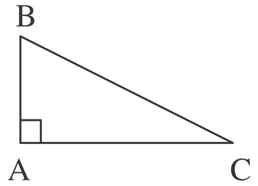
Die Länge der Strecke [AH] ist der Abstand des Punktes A von der Geraden d.

---

die **absteigende (n) Summe (n) der absoluten Häufigkeiten**
Dieser statistische Ausdruck wird hier durch eine Tabelle erklärt.

Alter	12 Jahre und jünger	13 Jahre	14 Jahre	15 Jahre und älter
absolute Häufigkeit	223	215	198	221
absteigende Summe der absoluten Häufigkeiten	857	634	419	221

die **Ankathete (n)**



Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist [AB] die Ankathete zum Winkel $\widehat{ABC}$

---

der arithmetische (n) Mittelwert (e)
Siehe auch « der Mittelwert ».

---

das **Auflösen ; auflösen**
A = 3 – (a + b) = 3 – a – b.
Hier ist die Klammer aufgelöst worden.

---

das Aufrunden ; aufrunden
Für $q = \frac{37}{13}$ zeigt der Taschenrechner folgendes an :

3.2846153845

Runden wir auf Hundertstel auf, so gilt : $\frac{37}{13} \approx 3{,}29$.

---

die **aufsteigende (n) Summe (n) der absoluten Häufigkeiten**
Dieser statistische Ausdruck wird hier durch eine Tabelle erklärt.

Alter	12 Jahre und jünger	13 Jahre	14 Jahre	15 Jahre und älter
absolute Häufigkeit	223	215	198	221
aufsteigende Summe der absoluten Häufigkeiten	223	438	636	857

---

der **Ausreißer**
Berechnet man einen Mittelwert, so ist es sinnvoll, die Werte, die sich stark von den übrigen Werten unterscheiden, nicht zu berücksichtigen.
Bei der Statistik nennt man solche Werte « Ausreißer ».

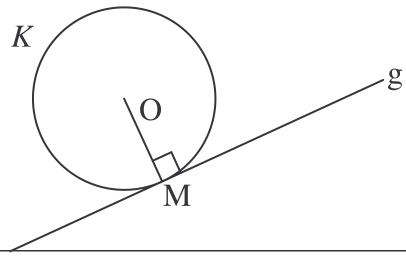
---

die **Aussage (n)**
« 3 + 5 = 8 ». Das ist eine wahre Aussage.
« Der März ist der vierte Monat des Jahres ». Das ist eine falsche Aussage.

---

die **Aussageform (en)**
« Ich bin … Jahre alt »
Diesen unvollständigen Satz nennt man eine Aussageform.

der **Berührungspunkt (e)**



Die Gerade g ist die Tangente im Punkt M an den Kreis K.
M heißt Berührungspunkt.

---

der **Berührpunkt (e)**
Siehe auch « der Berührungspunkt (e) ».

---

der **Durchschnitt (e)**
a) Die Noten von Paul sind : 13, 9, 8. Der Mittelwert dieser Noten ist :
(13 + 9 + 8) : 3 = 10.
Paul erreicht den Durchschnitt.
b) Siehe auch « der Mittelwert ».

---

die **Durschnittsgeschwindigkeit (en)**

Fahrzeit in h	1,5	2
Zurückgelegter Weg in km	120	140

Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist, in km.h^{-1} :

$$\frac{120+140}{1,5+2} \approx 74,3$$

---

die **Eingrenzung (en)**
Für $q = \frac{25}{7}$ gilt :

$3 < q < 4$; $3,5 < q < 3,6$; $3,57 < q < 3,58$.

Hier werden drei Eingrenzungen von $\frac{25}{7}$ angegeben.

---

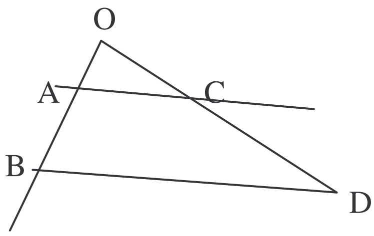
der **Einheitskreis (e)**
Zeichnet man, in einem Koordinatensystem, einen Kreis mit dem Nullpunkt als Mittelpunkt und mit der Längeneinheit als Radius, so erhält man einen Einheitskreis.

---

die **Erhebung (en)** **(eine statistische Erhebung)**
Zählungen von Fahrzeugen oder Schülern, Befragungen von Personen sind Beispiele für statistische Erhebungen.

---

der **erste Strahlensatz**

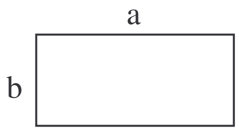


Die Geraden (AC) und (BD) sind zueinander parallel.
Es gilt dann : $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$.
Dieser Satz wird erster Strahlensatz genannt.

der **Exponent (en)**
Siehe auch « die Hochzahl ».

---

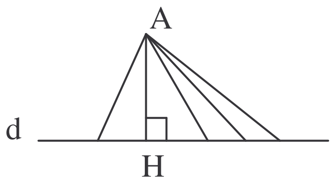
die Formel (n)



Drückt man den Umfang P eines Rechtecks mit den Variablen a und b aus, so erhält man die <u>Formel</u> :
$P = (a + b) \times 2$

---

der Fußpunkt (e)



H ist der <u>Fußpunkt</u> des Lotes vom Punkt A auf die Gerade d.

---

das gewichtete (n) Mittel (-)
Im Schriftlichen hat Paul die Note 12 und im Mündlichen die Zensur 16. Das Schriftliche zählt dreifach, das Mündliche doppelt.Der Mittelwert seiner Zensuren lässt sich so berechnen : $\frac{3\times12+2\times16}{3+2} = 13{,}6$.

$\frac{3\times12+2\times16}{3+2}$ wird <u>gewichtetes Mittel</u> der Zahlen 12 und 16 genannt.

---

gleichartig
$3a^2$ und $-\frac{5}{3}a^2$, $-5x$ und πx sind Beispiele von <u>gleichartigen</u> Termen.

---

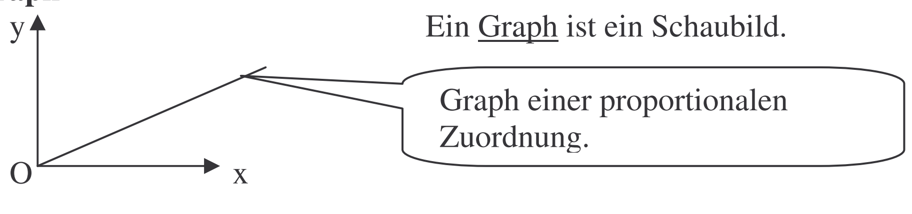
gleichförmig

Zeit (h)	2	3	4
Weg (km)	80	120	160

Hier liegt eine <u>gleichförmige</u> Bewegung vor, denn :
$\frac{80}{2} = \frac{120}{3} = \frac{160}{4}$

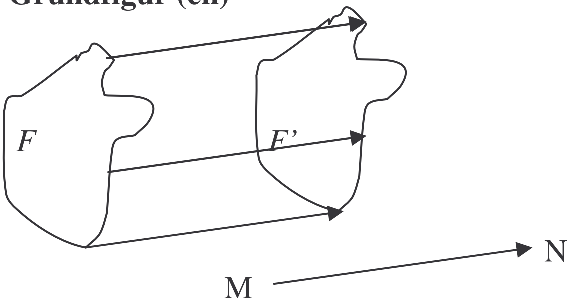
---

der **Graph**



Ein <u>Graph</u> ist ein Schaubild.

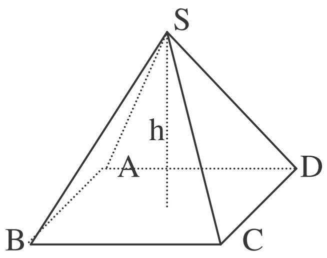
die **Grundfigur (en)**



Eine Verschiebung bildet M auf N ab. Die Figur F' ist die Bildfigur der Grundfigur F durch diese Verschiebung.

---

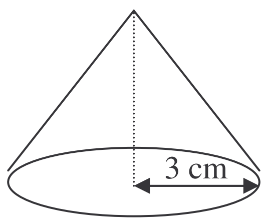
die **Grundkante (n)**



Die Strecken [AB], [BC], [CD] und [AD] sind die Grundkanten dieser Pyramide.

---

der **Grundradius (die Grundradien)**



Der Grundradius dieses Kegels misst 3 cm.

---

die Grundzahl (en)
Bei der Potenz 2^5 nennt man 2 die Grundzahl (oder Basis).

---

das **Histogramm (e)**
Siehe auch in den vorigen Klassen (« sixième » und « cinquième ») :
Das Balkendiagramm, das Blockdiagramm, das Säulendiagramm und das Streifendiagramm.

---

die Hochzahl (en)
Bei der Potenz 2^5 nennt man 5 die Hochzahl (oder den Exponenten).

---

der **Höhenschnittpunkt (e)**
In jedem Dreieck schneiden sich die Höhen in genau einem Punkt.
Dieser Punkt heißt Höhenschnittpunkt des Dreiecks.

---

die **Indexzahl (en)**
Der Begriff der Indexzahlen ist in der Wirtschaftsmathematik gebräuchlich. Hier ist eine Tabelle mit Indexzahlen angegeben.

	1980	1982	1986	1987
Wochenverdienste (DM)	580	626,4	701,8	713,4
Index der Wochenverdienste	100	108	121	123

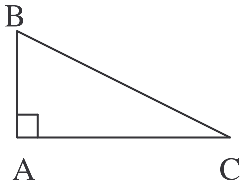
der **Inkreis (e)**
Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden in einem Dreieck ist der Mittelpunkt des Inkreises des Dreiecks.

---

das **Intervall (e)**
Eine Zahl x gehört zum Intervall [3 ; 5[, wenn gilt : $3 \leq x < 5$.

---

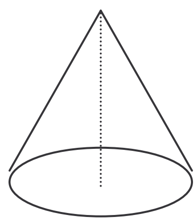
die **Kathete (n)**



Die zueinander senkrechten Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks heißen Katheten. Hier sind [AB] und [AC] die Katheten des rechtwinkligen Dreiecks ABC.

---

der **Kegel (-)**



Diese Figur ist ein Schrägbild eines Kegels.

---

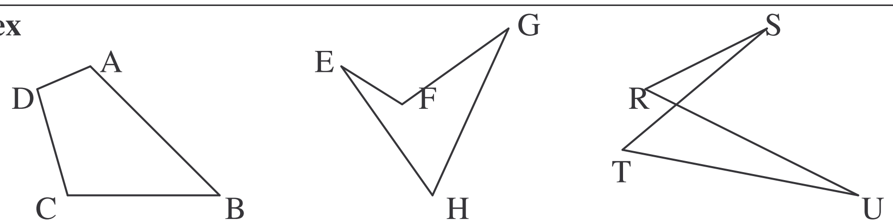
die Klassenmitte (n)
Bei der Statistik trifft man oft eine solche Tabelle :

Klassenbereich	[3 ; 3,4[	[3,4 ; 3,8[	[3,8 ; 4,2[	[4,2 ; 4,6[	[4,6 ; 5[
relative Häufigkeit	0,125	0,225	0,325	0,25	0,075

Die Klassenmitten der drei ersten Klassen sind die folgenden :
3,2 ; 3,6 und 4.

---

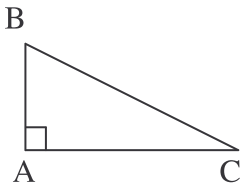
konvex



ABCD ist ein konvexes Viereck. RSTU und EFGH sind keine konvexen Vierecke.

---

der **Kosinus** eines spitzen Winkels.



In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt :

$$\textit{Kosinus eines spitzen Winkels} = \frac{\textit{Ankathete zum Winkel}}{\textit{Hypotenuse}}.$$

Das Dreieck ist bei A rechtwinklig. Es gilt :

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$$

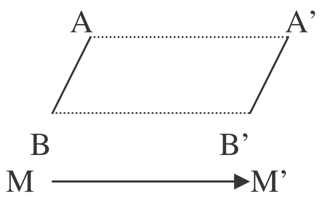
die **Kubikzahl (en)**

Potenzen mit dem Exponenten 3 heißen Kubikzahlen.

5^3 ; $(-7)^3$; 45^3 sind Beispiele von Kubikzahlen.

---

längentreu



Eine Verschiebung bildet M auf M’ab.
[A’B’] ist die Bildfigur von [AB].
Es gilt : A’B’ = AB.
Daraus schließen wir, dass eine Verschiebung eine längentreue Abbildung ist.

---

die **Lösung (en)**

Hier ist eine Gleichung : $x^2 - 3x - 10 = 0$

Für x = 5 gilt : $x^2 - 3x - 10 = 5^2 - 3 \times 5 - 10 = 25 - 15 - 10 = 0$.

5 ist eine Lösung der Gleichung.

Für x = 3 gilt : $x^2 - 3x - 10 = 3^2 - 3 \times 3 - 10 = 9 - 9 - 10 = -10$; $-10 \neq 0$.

3 ist keine Lösung der Gleichung.

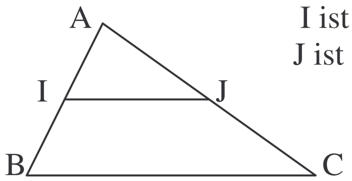
---

die **Mittellinie (n)**

Siehe auch « die Mittelparallele (n) ».

---

die **Mittelparallele (n)**



I ist der Mittelpunkt der Strecke [AB].
J ist der Mittelpunkt der Strecke [AC].
(IJ) ist eine Mittelparallele des Dreiecks ABC.

---

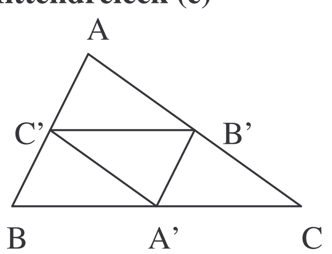
der **Mittelwert (e)**

Eine Schule hat drei 3. Klassen mit den Schülerzahlen 26, 25 und 30. Der Mittelwert der Schülerzahlen ist der Quotient aus der Summe aller Werte und der Anzahl der Werte, das heißt :

(16 + 25 + 30) : 3 = 27.

---

das **Mittendreieck (e)**



A’, B’ und C’ bezeichnen jeweils die Mittelpunkte der Seiten [BC], [AC] und [AB] des Dreiecks ABC.
A’B’C’ ist das Mittendreieck des Dreiecks ABC.

der **Näherungswert (e)**

Für $q = \frac{25}{7}$ gilt : $3 < q < 4$; $3{,}5 < q < 3{,}6$; $3{,}57 < q < 3{,}58$

3 ; 4 ; 3,5 ; 3,6 ; 3,57 ; 3,58 sind Näherungswerte von $\frac{25}{7}$.

---

die **obere (n) Näherungszahl (en)**

$x = 8{,}472$.
Für x gilt : $8 < x <$ **9.**
9 ist eine obere Näherungszahl von x..
Runden wir auf Einer, so gilt : $x \approx 8$.

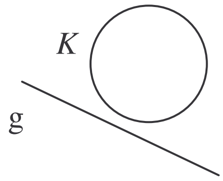
---

die **Originalfigur (en)**

Siehe auch « die Grundfigur ».

---

die **Passante (n)**



Der Kreis *K* und die Gerade g haben keinen gemeinsamen Punkt. Die Gerade g wird dann eine Passante genannt.

---

das **Piktogramm (e)**

Das Ergebnis einer Umfrage kann durch ein Piktogramm veranschaulicht werden.

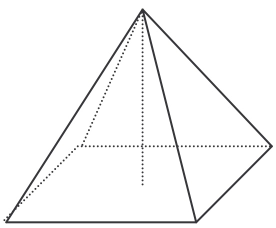
---

die **Potenz (en)**

32 und – 81 sind jeweils Potenzen von 2 und – 3.
Man schreibt : $2^5 = 32$ und $(-3)^4 = -81$. 2^5 wird gelesen : « Zwei hoch fünf ».

---

die **Pyramide (n)**



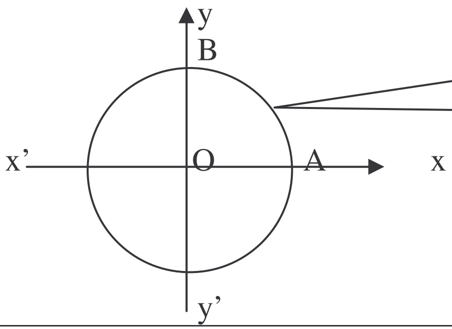
Diese Figur ist ein Schrägbild einer Pyramide.

---

das **pythagoreische (n) Zahlentripel (-)**

(3 ;4 ; 5) und (5 ; 12 ; 13) sind Beispiele von pythagoreischen Zahlentripeln, denn $5^2 = 3^2 + 4^2$ und $13^2 = 5^2 + 12^2$.

der **Quadrant (en)**



Der Viertelkreis $\overset{\frown}{AB}$ des Einheitskreises heißt erster Quadrant.

---

die **Quadratwurzel (n)**
Siehe auch « die Wurzel ».

---

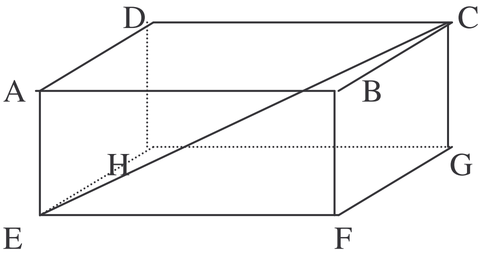
die **Quadratzahl (en)**
Potenzen mit dem Exponenten 2 heißen Quadratzahlen.
5^2 ; $(-7)^2$; 65^2 sind Beispiele von Quadratzahlen.

---

die **rationale (n) Zahle (n)**
3 ;-5 ; $-3{,}4$; $-\frac{2}{7}$; $\frac{5}{7}$ sind Beispiele von rationalen Zahlen
Die positiven und die negativen Bruchzahlen bilden die rationalen Zahlen.

---

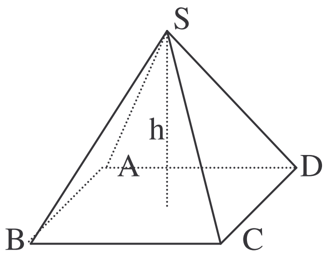
die **Raumdiagonale (n)**



Im Quader ABCDEFGH wird die Strecke [CE] Raumdiagonale des Quaders genannt.

---

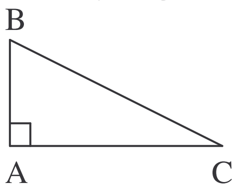
regelmäßig



Die dargestellte Pyramide ist eine regelmäßige Pyramide
(ABCD ist ein Quadrat, $SA = SB = SC = SD$, $S \in h$).

---

der **Satz des Pythagoras**



Ist das Dreieck ABC rechtwinklig bei A, so gilt :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$.

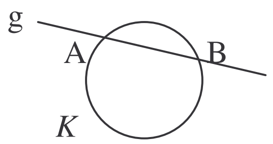
der **Schwerpunkt (e)**
Die Seitenhalbierenden eines Dreiecks schneiden einander in einem Punkt.
Dieser Schnittpunkt heißt Schwerpunkt des Dreiecks.

---

die **Scientific Notation**
Siehe auch die « wissenschaftliche Schreibweise ».

---

die **Sekante (n)**



Der Kreis *K* und die Gerade g haben zwei gemeinsame Punkte. Die Gerade g nennt man eine Sekante (Schneidende) des Kreises.

---

die **Spalte (n)**

Diese Tabelle besteht aus 4 Spalten.
Sie sind mit Buchstaben numeriert.

	A	B	C	D
❶				
❷				
❸				

---

das **Staffeldiagramm (e)**
Siehe auch in den vorigen Klassen (« sixième » und « cinquième ») :
Das Balkendiagramm, das Blockdiagramm, das Säulendiagramm,
das Streifendiagramm.

---

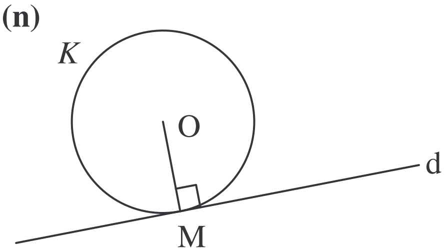
die **Stichprobe (n)**
In einer Stadt wurden 3 000 Einwohner von 120 000 gefragt,
welche Fernsehesendungen sie gerne sehen. Dabei wurde eine Stichprobe gemacht.

---

die **Tabellenkalkulation (en)**
Bei der Mathe und der « Technologie » benutzen wir oft den Computer, um Tabellenkalkulationen zu erstellen.

---

die **Tangente (n)**



Die Gerade g ist die Tangente im Punkt M an den Kreis *K*.

---

der **Umfang (¨ e)**
Gewöhnlich spricht man von dem Umfang einer Figur. Dieses Wort hat auch einen statistischen Sinn :
Der Umfang einer statistischen Erhebung ist, zum Beispiel, die Gesamtzahl der Fahrzeuge, der Personen, … , mit welcher man Berechnungen durchführt.

die **Umformung(en) ; umformen**

1) $(7 + x) \times y = 7y + xy$

Durch das Distributivgesetz kann man ein Produkt in eine Summe <u>umformen.</u>

2) $7x - 6 = 2x + 4$

$7x - 6 + 6 = 2x + 4 + 6$

$7x = 2x + 10$

Die Gleichung $7x = 2x + 10$ ist eine <u>Umformung</u> der Gleichung $7x - 6 = 2x + 4$.

---

die **untere (n) Näherungszahl (en)**

$x = 8{,}729$.

Für x gilt : $\mathbf{8} < x < 9$.

8 ist eine untere Näherungszahl von x..

Runden wir auf Einer, so gilt : $x \approx 9$.

---

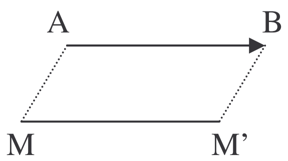
die **Urliste (n)**

Will man Größen in Klassen einteilen, so benutzt man eine <u>Urliste</u>, wie hier angegeben (Größe in cm) :

182, 169, 165, 174, 179, 178, 172, 183, 148, 173, 179, 155, 173, 177, 158, 160, 159, 163, 171, 170, 162, 166, 170, 161, 170, 152, 174, 176, 159, 154.

---

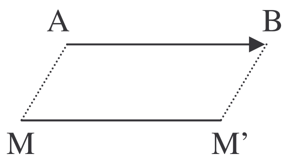
die **Verschiebung (en)**



M' ist der Bildpunkt von M durch die <u>Verschiebung</u>, die A auf B abbildet.

---

der **Verschiebungspfeil (e)**



Wenn eine Verschiebung entsteht, die A auf B abbildet, dann kennzeichnen wir sie mit einem Pfeil, der A und B verbindet (Spitze in B). Einen solchen Pfeil nennt man <u>Verschiebungspfeil.</u>

---

das **Wertepaar (e)**

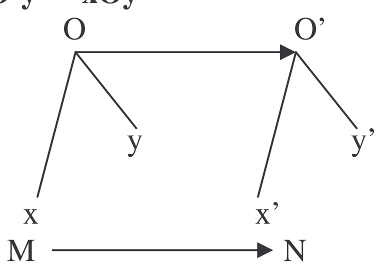
Zeit (h)	2	3	4
Weg (km)	80	120	160

2 und 80, 3 und 120, 4 und 160 sind jeweils zwei einander zugeordnete Werte. Man erhält die <u>Wertepaare</u> (2 ; 80), (3 ; 120), (4 ; 160).

---

winkeltreu

$\widehat{\mathbf{x'O'y'}} = \widehat{\mathbf{xOy}}$



Eine Verschiebung bildet M auf N ab.

$\widehat{x'O'y'}$ ist die Bildfigur von $\widehat{xOy}$.

Es gilt : $\widehat{x'O'y'} = \widehat{xOy}$

Daraus schließen wir, dass eine Verschiebung eine <u>winkeltreue</u> Abbildung ist.

die **wissenschaftliche Schreibweise**

Gibt man eine Zahl als Produkt einer Zahl zwischen 1 und 10 und einer Zehnerpotenz an, so erhält man die « wissenschaftliche Schreibweise » dieser Zahl.
Beispiele :

Zahl	0,0352	4689,3
wissenschaftliche Schreibweise	$3{,}52 \times 10^{-2}$	$4{,}6893 \times 10^{3}$

---

die **Wurzel (n)**

Die Wurzel aus 49 ist gleich 7, denn $7^2 = 49$.
Man schreibt : $\sqrt{49} = 7$.

---

die **Zehnerpotenz (en)**

Wir wissen : 10 ; 100 ; 1 000 ; … , sind Zehnerpotenzen
0,1 ; 0,01 ; 0,001 sind auch Zehnerpotenzen
Man schreibt :
$10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^3 = 1\,000$; $10^{-1} = 0{,}1$; $10^{-2} = 0{,}01$; $10^{-3} = 0{,}001$.
Potenzen mit der Grundzahl 10 nennt man Zehnerpotenzen.

---

die **Zeile (n)**

Diese Tabelle besteht aus 3 Zeilen.
Sie sind mit den Zahlen ❶, ❷und ❸ numeriert.

	A	B	C	D
❶				
❷				
❸				

---

die **Zelle (n)**

Diese Tabelle besteht aus 12 Zellen.

	A	B	C	D
❶				
❷				
❸				

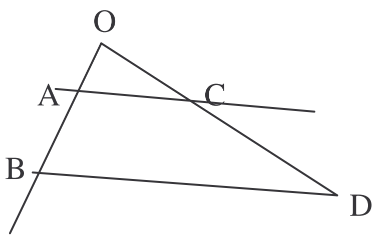
---

das **Zusammenfassen ; zusammenfassen**

Kommen in einem Term verschiedene Variablen vor, so wird zunächst geordnet und danach zusammengefasst.
Beispiel : $5a + 2b - 8 - 3a + 9b - 5 = 5a - 3a + 2b + 9b - 8 - 5 = 2a + 11b - 13$.

---

der **zweite Strahlensatz**



Die Geraden (AC) und (BD) sind zueinander parallel.
Es gilt dann : $\dfrac{OA}{OB} = \dfrac{AC}{BD}$ *oder* $\dfrac{OC}{OD} = \dfrac{AC}{BD}$.
Dieser Satz wird zweiter Strahlensatz genannt.

2

Géométrie en quatrième bilingue

Principales définitions et propriétés.

Geometrie in der « Quatrième » des « Collège ».

Wichtigste Definitionen und Sätze.

Triangles. Milieux et parallèles

Propriétés

1) Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième.

2) Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième en son milieu.

3) Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.

Dreiecke. Seitenmitten und Parallelen

Eigenschaften

1) In einem Dreieck ist die Verbindungsstrecke zweier Seitenmitten parallel zur dritten Seite.

2) Wenn eine Gerade durch die Seitenmitte eines Dreiecks und parallel zu einer zweiten Seite verläuft, dann halbiert sie die dritte Seite des Dreiecks.

3) In einem Dreieck ist die Verbindungsstrecke zweier Seitenmitten halb so lang wie diese.

Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes

Propriété

Dans un triangle ABC, si M est un point du côté [AB], N un point du côté [AC] et si [MN] est parallèle à [BC], alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Dreiecke und Parallele : Strahlensatz

Eigenschaft

ABC ist ein Dreieck. M und N sind zwei Punkte, die jeweils auf den Seiten [AB] und [AC] liegen.

Wenn die Geraden (MN) und (BC) parallel zueinander sind, dann gilt :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Droites remarquables d'un triangle

1) Médianes

a) Définition

- La médiane relative à un côté d'un triangle est la droite qui passe par le milieu de ce côté et par le sommet opposé à ce côté.

Besondere Linien im Dreieck

1) Seitenhalbierenden

a) Definition

- Die Gerade durch den Eckpunkt eines Dreiecks und den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite heißt Seitenhalbierende.

- Dans un triangle, on appelle médiane une droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé.	- Die Verbindungsstrecke zwischen einem Eckpunkt und der Seitenmitte eines Dreiecks heißt Seitenhalbierende.
b) Propriété importante Les trois médianes d'un triangle sont concourantes. Le point de concours de ces trois médianes est appelé centre de gravité du triangle.	b) Wichtige Eigenschaft Die Seitenhalbierenden jedes Dreiecks schneiden einander in einem Punkt. Dieser Schnittpunkt heißt Schwerpunkt des Dreiecks.
c) Autre propriété Le centre de gravité d'un triangle est situé aux 2/3 de chaque médiane à partir du sommet.	c) Weitere Eigenschaft In einem Dreieck ist der Abstand des Schwerpunktes zu einem Eckpunkt doppelt so groß wie sein Abstand zum Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite..
2) Hauteurs	**2) Höhen**
a) Définition Dans un triangle, on appelle hauteur une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.	a) Definition -Die Senkrechte zu einer Dreiecksseite durch den gegenüberliegenden Eckpunkt heißt Höhe. -Die Strecke, die von einem Eckpunkt senkrecht zur gegenüberliegenden Dreiecksseite führt, heißt Höhe.
b) Propriété Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé orthocentre du triangle.	b) Eigenschaft Die Höhen jedes Dreiecks schneiden einander in einem Punkt. Dieser Punkt heißt Höhenschnittpunkt des Dreiecks.
3) Médiatrices (Rappel)	**3) Mittelsenkrechten** (Wiederholung)
a) Définition La médiatrice d'un segment est la perpendiculaire à ce segment en son milieu.	a) Definition Die Gerade, die eine Strecke halbiert und zu ihr senkrecht ist, heißt Mittelsenkrechte dieser Strecke.
b) Propriété Les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes. Le point de concours est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé cercle circonscrit au triangle.	b) Eigenschaft Jedes Dreieck besitzt einen Umkreis ; sein Mittelpunkt ist der gemeinsame Schnittpunkt der Mittelsenkrechten der Dreiecksseiten. - In einem Dreieck schneiden sich die drei Mittelsenkrechten in einem Punkt M. Dieser ist der Mittelpunkt des Umkreises, auf dem die drei Eckpunkte des Dreiecks liegen. Der Umkreisradius r ist die Entfernung zwischen M und den drei Ecken.

4) Bisectrices

a) Définition

La bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.

b) Propriétés

❶ La bissectrice d'un angle partage cet angle en deux angles de même mesure.

❷ Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est à égale distance des côtés de l'angle.

❸ Si un point est à égale distance des côtés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

c) Propriété des bissectrice d'un angle

Les bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes. Le point de concours est le centre du cercle inscrit dans le triangle.

5) Droites remarquables des triangles isocèles et équilatéraux

a) Dans un triangle isocèle, l'axe de symétrie est aussi hauteur médiane, médiatrice et bissectrice.
b) Dans un triangle équilatéral, les axes de symétrie, les hauteurs, les médiatrices et les bissectrices sont confondues.

Triangle rectangle et cercle

1) Cercle circonscrit

a) Propriété

Si un triangle est rectangle, alors le cercle circonscrit à ce triangle a pour diamètre l'hypoténuse de ce triangle.

b) Variante de la propriété ci-dessus

Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

4) Winkelhalbierenden

a) Definition

Die Winkelhalbierende eines Winkels ist die Symmetrieachse dieses Winkels.

b) Eigenschaften

❶ Die Winkelhalbierende eines Winkels teilt den Winkel in zwei gleich große Teilwinkel.

❷ Wenn ein Punkt auf der Winkelhalbierenden eines Winkels liegt, dann hat er von den Schenkeln des Winkels den gleichen Abstand.

❸ Wenn ein Punkt den gleichen Abstand von den Schenkeln eines Winkels hat, dann liegt er auf der Winkelhalbierenden dieses Winkels.

c) Eigenschaft der Winkelhalbierenden eines Dreiecks

In jedem Dreieck schneiden sich die Winkelhalbierenden in einem Punkt. Dieser Schnittpunkt ist der Mittelpunkt des Inkreises des Dreiecks.

5) Besondere Linien in gleichschenkligen und gleichseitigen Dreiecken

a) In einem gleichschenkligen Dreieck ist die Symmetrieachse zugleich eine Mittelsenkrechte, eine Höhe, eine Seitenhalbierende und eine Winkelhalbierende.
b) In einem gleichschseitigen Dreieck sind die Symmetrieachsen zugleich die Mittelsenkrechten, die Höhen, die Seitenhalbierenden und die Winkelhalbierenden des Dreiecks.

Kreis und rechtwinkliges Dreieck

1) Umkreis

a) Eigenschaft

Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann ist die Hypotenuse ein Durchmesser des Umkreises des Dreiecks.

b) Andere Lesart der vorigen Eigenschaft

Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann fällt der Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks mit dem Mittelpunkt der Hypotenuse zusammen.

c) Propriété réciproque

Si l'on joint un point d'un cercle aux extrémités d'un diamètre, alors on obtient un triangle rectangle.

2) Propriété de Pythagore et sa réciproque

a) Propriété de Pythagore

- Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
- Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$

b) Propriété réciproque

- Si la somme des carrés des longueurs de deux côtés d'un triangle est égale au carré de la longueur du troisième côté, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce troisième côté.
- Si dans un triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.

3) Tangente ; distance d'un point à une droite

a) Distance d'un point à une droite

Soit un point A et une droite d. Le point de la droite d le plus proche du point A est le pied H de la perpendiculaire à cette droite passant par le point A. AH est la distance de A à la droite d.

b) Tangente. Définition

Une droite est tangente à un cercle si la droite et le cercle ont un seul point commun.
La tangente à un cercle en un point est la perpendiculaire au rayon en ce point.

c) Kehrsatz

Verbindet man einen Punkt auf einem Kreis mit den beiden Endpunkten eines Kreisdurchmessers, so ergibt sich stets ein rechtwinkliges Dreieck.

2) Satz des Pythagoras und seine Umkehrung

a) Satz des Pythagoras

- Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann ist die Summe der Quadrate über den Katheten ebenso groβ wie das Quadrat über der Hypotenuse.
- Wenn ein Dreieck ABC rechtwinklig ist und c ist seine Hypoténuse, so gilt für die Seiten a, b und c $a^2 + b^2 = c^2$.

b) Umkehrung des Satzes des Pythagoras

- Wenn in einem Dreieck die Summe der Quadrate über zwei seiner Seiten ebenso groβ ist wie das Quadrat über der dritten Seite, dann ist dieses Dreieck rechtwinklig und die dritte Seite ist die Hypotenuse.
- Wenn in einem Dreieck für die Seitenlängen $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel. (c ist die Länge der gegenüberliegenden Seite zum Punkt C.)

3) Tangente ; Abstand eines Punktes von einer Geraden

a) Abstand eines Punktes von einer Geraden

Die kürzeste Entfernung zwischen einem Punkt P und einer Geraden g heißt Abstand des Punktes P von der Geraden g (Abstand zwischen P und g). Der Abstand wird auf der Strecke abgelesen, die P senkrecht mit g verbindet.

b) Tangente. Definition

Eine Gerade heißt Tangente, wenn sie genau einen Punkt mit einem Kreis gemeinsam hat. Der Punkt heißt Berührungspunkt (Berührpunkt).
Jede Tangente steht auf der Verbindungsgeraden von Mittelpunkt und Berührungspunkt (Berührpunkt) senkrecht.

4) Cosinus d'un angle aigu

a) Définition

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal au rapport entre la longueur du côté adjacent à l'angle et la longueur de l'hypoténuse.

$$cosinus\ d'un\ angle\ aigu = \frac{côté\ adjacent}{hypoténuse}$$

b) Propriété

Le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.

4) Kosinus eines spitzen Winkels

a) Definition

In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt :
Das Langenverhältnis aus der Ankathete eines spitzen Winkels und der Hypotenuse nennt man Kosinus dieses Winkels.

$$Kosinus\ eines\ spitzen\ Winkels = \frac{Ankathete\ zum\ Winkel}{Hypotenuse}$$

b) Eigenschaft

Für einen spitzen Winkel α gilt :
$0 < \cos \alpha < 1$

Translation

1) Définition

a) A, B et M ne sont pas alignés

Dire que le point M' est l'image du point M par la translation qui transforme A en B signifie que le quadrilatère ABM'M est un parallélogramme.

Nous en déduisons les propositions ci-dessous.

❶ Si M' est l'image du point M par la translation qui transforme A en B, alors le quadrilatère ABM'M est un parallélogramme.
❷ Si le quadrilatère ABM'M est un parallélogramme, alors M' est l'image du point M par la translation qui transforme A en B.

b) A, B et M sont alignés

Dire que le point M' est l'image du point M par la translation qui transforme A en B signifie que les segments [AM'] et [BM] ont le même milieu.

2) Propriétés

a) Une translation est une transformation qui conserve les longueurs et les mesures des angles.

Verschiebung

1) Definition

a) A, B und M liegen nicht auf derselben Geraden

« M' ist der Bildpunkt von M durch die Verschiebung, die A auf B abbildet »
bedeutet
« Das Viereck ABM'M ist ein Parallelogramm ».

Wie schließen die folgenden Aussagen daraus.

Eine Verschiebung bildet A auf B ab.

❶ Wenn M' der Bildpunkt von M durch diese Verschiebung ist, dann ist das Viereck ABM'M ein Parallelogramm.
❷ Wenn das Viereck ABM'M ein Parallelogramm ist, dann ist M' der Bildpunkt von M durch diese Verschiebung.

b) M liegt auf der Geraden (AB)

« M' ist der Bildpunkt von M durch die Verschiebung, die A auf B abbildet »
bedeutet
« Die Strecken [AM'] und [BM] haben denselben Mittelpunkt ».

2) Eigenschaften

a) Eine Verschiebung ist eine längentreue und winkeltreue Abbildung.

b) Si une figure *F* a pour image la figure *F'* par une translation, alors *F* et *F'* sont superposables.

c) Une translation transforme :
- une droite d en une droite parallèle à d,
- un segment en un segment parallèle et de même longueur,
- un angle en un angle de même mesure,
- un cercle en un cercle de même rayon.

Solides

1) Pyramide

a) Description

Dans une pyramide :
- la base est un polygone (triangle, quadrilatère, etc …)
- les faces latérales sont des triangles ayant un sommet commun, appelé sommet de la pyramide
- la hauteur est la distance du sommet à la base.

b) Volume

le volume d'une pyramide de hauteur h et d'aire de base B est :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

2) Cône

a) Patron

Le patron d'un cône de révolution se compose d'un disque (la base) et d'une portion de disque (la surface latérale).

b) Volume

Dans le cas d'un cône de révolution de hauteur h, de rayon de base R et d'aire de base B on obtient :

$V = \frac{1}{3} \times B \times h$, c'est à dire $V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$

b) Originalfigur und Bildfigur bei einer Verschiebung sind deckungsgleich zueinander.

c) Für eine Verschiebung gilt :
- eine Gerade und ihre Bildgerade sind zueinander parallel,
- eine Strecke und ihre Bildstrecke sind gleich lang und parallel,
- ein Winkel und sein Bildwinkel sind gleich groβ,
- ein Kreis und sein Bildkreis haben denselben Radius.

Körper

1) Pyramide

a) Beschreibung

Die Grundfläche einer Pyramide kann ein Dreieck, ein Viereck, ein Fünfeck, …sein. Jede Seitenfläche einer Pyramide ist ein Dreieck. Der Abstand der Spitze von der Grundfläche heißt Höhe der Pyramide.

b) Volumen

Für das Volumen einer Pyramide mit der Grundfläche B und der Höhe h gilt :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

2) Senkrechter Kegel

a) Netz

Das Netz eines Kegels besteht aus einer Kreisfläche und einen Kreisausschnitt.

b) Volumen

Für das Volumen eines Kegels mit der Höhe h, mit dem Gründflächeninhalt B beziehungsweise dem Radius R der Grundfläche gilt :

$V = \frac{1}{3} \times B \times h$, also $V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$

3. ZUM BEWEISEN :
ZUSÄTZLICHE EIGENSCHAFTEN AUS DER GEOMETRIE IN DER « WENN … DANN … » FORM.

Remarques :

1) *Ne sont données dans ces pages (complémentaires aux pages 9 - 17 à 9 – 20 du document de 5ème) que les propriétés nouvelles en classe de 4ème.*
2) *En plus des propriétés ci – dessous, il faut bien évidemment connaître les définitions non citées ici, par exemple celle d'un triangle isocèle, d'une hauteur, d'une médiane, etc …*

Wenn du dieses Jahr etwas zu beweisen hast im Bereich der Geometrie, kannst du in den Seiten
9 – 17 bis 9 – 20 aus der « 5ème » und in den folgenden zusätzlichen Seiten Hilfe finden !

GERADE :

➨ **Wenn** gilt : AC + CB = AB,
dann liegen A, C und B auf derselben Geraden.

MITTELSENKRECHTE :

➨ **Wenn** eine Gerade durch zwei Punkte geht, die von den Punkten A und B gleich weit entfernt sind, **dann** ist diese Gerade die Mittelsenkrechte der Strecke [AB].

➨ **Wenn** eine Gerade durch einen Punkt geht, der von den Punkten A und B gleich weit entfernt ist, **und wenn** diese Gerade orthogonal zur Strecke [AB] (senkrecht zu [AB]) verläuft, **dann** ist diese Gerade die Mittelsenkrechte der Strecke [AB].

RECHTWINKLIGES DREIECK UND KREIS :

(Le théorème du « triangle rectangle inscriptible dans un demi-cercle » porte en Allemagne le nom de **« Satz des Thales »)**

➨ **Wenn** bei einem Dreieck ABC die Ecke C auf dem Kreis mit dem Durchmesser [AB] liegt, **dann** hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.

➨ **Wenn** das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel hat, **dann** liegt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser [AB]. *(appelé en Allemagne«* **Thaleskreis** *»)*

Kurz ausgedrückt :
Jeder Winkel im Halbkreis ist ein rechter Winkel.

➨ **Wenn** ein Dreieck rechtwinklig ist, **dann** befindet sich der Umkreismittelpunkt auf der Mitte der Hypotenuse.

RECHTWINKLIGES DREIECK UND SEITENHALBIERENDE :

➨ **Wenn** ein Dreieck rechtwinklig ist, **dann** ist die Seitenhalbierende, die vom Scheitelpunkt des rechten Winkels zur Hypotenuse verläuft, halb so lang wie die Hypotenuse.

➨ **Wenn** in einem Dreieck eine Seitenhalbierende, die von einem Eckpunkt zur gegenüberliegenden Seite verläuft, halb so lang ist wie diese Seite, **dann** ist dieses Dreieck rechtwinklig bei diesem Punkt.

RECHTWINKLIGES DREIECK UND SATZ DES PYTHAGORAS :

➨ **Wenn** ein Dreieck rechtwinklig ist, **dann** ist die Summe der Quadrate über den Katheten ebenso groβ wie das Quadrat über der Hypotenuse.

(Satz des Pythagoras) Anders ausgedrückt :

Wenn a und b die Längen der Katheten und c die Länge der Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck sind, **dann** gilt : $a^2 + b^2 = c^2$.

➨ **Wenn** in einem Dreieck ABC die Summe der Quadrate über zwei seiner Seiten ebenso groβ ist wie das Quadrat über der dritten Seite, **dann** ist ABC rechtwinklig und diese dritte Seite ist die Hypotenuse. Anders ausgedrückt :

Wenn in einem Dreieck für die Seitenlängen $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, **dann** hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel. (c ist die Länge der gegenüberliegenden Seite zum Punkt C.) **(Kehrsatz zum Satz des Pythagoras)**

➨ **Wenn** in einem Dreieck für die Seitenlängen $a^2 + b^2 \neq c^2$ gilt, **dann** hat das Dreieck bei C keinen rechten Winkel.

BESONDERE LINIEN UND PUNKTE IM DREIECK :

➨ **Wenn** ein Punkt die Seitenhalbierende eines Dreiecks im Verhältnis **2 : 1** teilt**, dann** ist er der Schwerpunkt des Dreiecks.

➨ **Wenn** eine Gerade durch eine Ecke und den Schwerpunkt eines Dreiecks verläuft, **dann** halbiert sie die gegenüberliegende Seite.

➨ **Wenn** ein Punkt der Schnittpunkt von zwei Seitenhalbierenden eines Dreiecks ist, **dann** teilt er jede Seitenhalbierende im Verhältnis **2 : 1**.

➨ **Wenn** eine Gerade durch eine Ecke und den Höhenschnittpunkt eines Dreiecks verläuft, **dann** ist sie senkrecht zur gegenüberliegenden Seite.

➨ **Wenn** eine Gerade durch eine Ecke und den Schnittpunkt von zwei Winkelhalbierenden eines Dreiecks verläuft, **dann** ist sie die dritte Winkelhalbierende dieses Dreiecks.

GLEICHSCHENKLIGES UND GLEICHSEITIGES DREIECK :

Satz vom gleichschenkligen Dreieck
vu dans un manuel allemand …

➨ **Wenn** in einem Dreieck zwei Seiten gleich lang sind, **dann** sind die diesen Seiten gegenüberliegenden Winkel gleich groβ.

➨ **Wenn** in einem Dreieck zwei Winkel gleich groβ sind, **dann** sind die diesen Winkeln gegenüberliegenden Seiten gleich lang.

➨ **Wenn** ein Dreieck gleichschenklig ist, **dann** hat es eine Symmetrieachse, die zugleich Höhe, Seitenhalbierende, Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende ist.

➨ **Wenn** in einem Dreieck eine Höhe zugleich Seitenhalbierende **oder** Mittelsenkrechte **oder** Winkelhalbierende ist, **dann** ist es ein gleichschenkliges Dreieck.

➨ **Wenn** ein Dreieck gleichseitig ist, **dann** hat es drei Symmetrieachsen, die zugleich Höhen, Seitenhalbierenden, Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden sind.

➨ **Wenn** ein Dreieck gleichseitig ist, **dann** ist der Höhenschnittpunkt des Dreiecks auch Schwerpunkt des Dreiecks, Mittelpunkt des Umkreises und Mittelpunkt des Inkreises.

MITTELLINIE UND MITTENDREIECK :

➨ **Wenn** eine Gerade durch zwei Seitenmitten eines Dreiecks verläuft, **dann** ist sie parallel zur dritten Seite des Dreiecks.

➨ **Wenn** eine Strecke zwei Seitenmitten eines Dreiecks verbindet, **dann** ist sie halb so lang wie die dritte Seite des Dreiecks.

➨ **Wenn** eine Gerade durch die Seitenmitte eines Dreiecks **und** parallel zu einer zweiten Seite verläuft, **dann** halbiert sie die dritte Seite des Dreiecks.

En Allemagne, on trouve énoncée la propriété de la « droite des milieux » de la manière suivante :

In einem Dreieck ist die Verbindungsstrecke zweier Seitenmitten parallel zur dritten Seite und halb so lang wie diese Seite.

Ou encore :

Das Dreieck, das aus den Mittelpunkten der Seiten eines Dreiecks ABC gebildet wird, nennen wir das Mittendreieck des Dreiecks ABC. Die Seiten eines beliebigen Dreiecks und seines Mittendreiecks sind paarweise parallel zueinander. Jede Dreieckseite ist doppelt so lang wie die parallele Seite des Mittendreiecks.

STRAHLENSATZ : *(Cas particulier du théorème appelé chez nous* ***« théorème de Thalès*** *»)*

➨ In einem Dreieck ABC, liegt der Punkt M auf der Seite [AB] und der Punkt N auf der Seite [AC].

Wenn die Geraden (MN) und (BC) parallel zueinander sind, **dann** gilt :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

PARALLELOGRAMM :

➨ **Wenn** in einem konvexen Viereck die gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind, **dann** ist es ein Parallelogramm.

➨ **Wenn** in einem konvexen Viereck zwei gegenüberliegende Seiten parallel **und** gleich lang sind, **dann** ist es ein Parallelogramm.

QUADRAT :

➨ **Wenn** eine Raute einen rechten Winkel hat, **dann** ist es ein Quadrat.

➨ **Wenn** eine Raute gleich lange Diagonalen hat, **dann** ist es ein Quadrat.

VERSCHIEBUNG :

A, A' und M liegen nicht auf derselben Geraden

➨ Durch eine Verschiebung, wird der Punkt A auf A' abgebildet.
Wenn M' der Bildpunkt von M durch diese Verschiebung ist, **dann** ist das Viereck AA'M'M ein Parallelogramm.

➨ **Wenn** das Viereck AA'M'M ein Parallelogramm ist, **dann** ist M' der Bildpunkt von M durch die Verschiebung, die A auf A' abbildet.

Die weiteren folgenden Eigenschaften können in einer Beweisführung sehr nützlich sein, sind aber nicht in der « Wenn … dann … Form » gegeben.

WINKELSUMME IM DREIECK :

➨ In jedem **Dreieck** beträgt die **Winkelsumme 180°**.

ABBILDUNGEN :

➨ Eine Verschiebung und eine Punktspiegelung haben die Eigenschaft der Geraden- und Kreistreue sowie der Längen- und Winkeltreue. Insbesondere gilt :

- eine Gerade und ihre Bildgerade sind zueinander parallel,
- eine Strecke und ihre Bildstrecke sind gleich lang und parallel,
- ein Winkel und sein Bildwinkel sind gleich groβ,
- ein Kreis und sein Bildkreis haben denselben Radius.