

## 14. Rückspiegel

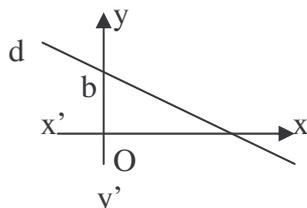
### 1. Der Wortschatz der Mathematik in der « troisième »

die **Abflussmenge (n)**

Die durchschnittliche Abflussmenge des Rheins in Basel ist ungefähr  $1300 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  gleich.

---

der **Achsenabschnitt (e)**



Die Funktion :  $x \rightarrow ax + b$  ist die « allgemeine » Funktion, deren Graph eine Gerade ist.

B wird Achsenabschnitt genannt : die Gerade d schneidet die y-Achse im Punkt  $(0 ; b)$ .

---

die **ähnlichen Figuren**

Bei einer Vergrößerung oder bei einer Verkleinerung bilden die Figur und die Bildfigur ähnliche Figuren.

---

der **Ähnlichkeitsfaktor (en)**

Bei einer Vergrößerung oder bei einer Verkleinerung verwendet man einen Maßstab. Dieser Maßstab wird auch Ähnlichkeitsfaktor genannt.

---

der **Algorithmus**

Das Wort « Algorithmus » bedeutet, dass Rechenvorschritte vorgesehen werden, die sich immer mit demselben Verfahren wiederholen. Bei Berechnung des « ggT » von zwei Zahlen verwendet man einen Algorithmus.

---

die **binomische (n) Formel (n)**

Für alle rationalen Zahlen gelten die drei binomischen Formeln :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ; (a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2.$$

---

der **Breitenkreis (e)**

Ein Breitenkreis ist einer zu dem Äquator parallelen Kreis.

---

die **Dichte (n)**

Die Dichte eines Körpers aus Aluminium ist gleich  $2,7 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

---

die **Drehrichtung**

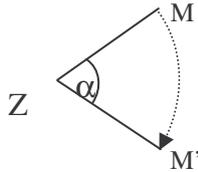
Siehe auch « der Drehsinn ».

---

der **Drehsinn (-)**

Der Drehsinn ist eine der Angaben, die eine Drehung festlegt.

die **Drehung (en)**



M' ist der Bildpunkt von M bei der Drehung :  
um Z, um den Winkel  $\alpha$  und im Uhrzeigersinn.

---

der **Drehwinkel (-)**

Der Drehwinkel ist eine der Angaben, die eine Drehung festlegt.

---

das **Drehzentrum (die Drehzentren)**

Das Drehzentrum ist eine der Angaben, die eine Drehung festlegt.

Das Drehzentrum ist der einzige Fixpunkt einer Drehung.

---

der **exakte Wert (e)**

Das Adjektiv « exakt » ist gleichbedeutend wie das Adjektiv « genau ».

---

das **Faktorisieren (-) ; faktorisieren**

Wird eine Summe oder eine Differenz in ein Produkt umgeschrieben, so nennt man dieses Verfahren auch Faktorisieren. Zur Faktorisierung können das Ausklammern und die binomischen Formeln angewendet werden.

---

die **Funktionsgleichung (en)**

Wird einer Zahl x eine Zahl y durch eine Funktion f zugeordnet, so erhält man die Funktionsgleichung der Form :  $y = f(x)$ .

---

der **ggT von zwei natürlichen Zahlen**

12 ist der ggT (größte gemeinsame Teiler) von 36 und 48.

---

das **Gleichungssystem (e)**

Hier wird ein Beispiel von einem Gleichungssystem mit zwei Variablen angegeben :

$$\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ x + 7y = -4 \end{cases}$$

---

der **Großkreis**

Schneidet eine Ebene eine Kugel in einem Kreis, dessen Radius gleich dem Radius der Kugel ist, so erhält man einen Großkreis. Der Äquator ist ein Großkreis der Erdkugel.

---

die **irrationale (n ) Zahl (en)**

Eine Zahl, die nicht rational ist, heißt irrationale Zahl.

$\sqrt{3}$ ,  $\pi$  und  $2\sqrt{7}$  sind Beispiele von irrationalen Zahlen.

---

der **Kegelstumpf**



Wird ein Kegel von einer zur Grundfläche parallelen Ebene geschnitten, so erhält man einen Kegelstumpf.

---

der **Längenkreis (e)**

Ein Längenkreis ist ein Halbkreis der Erdkugel. Der Nordpol und der Südpol bilden einen Durchmesser eines Längenkreises.

die **Leistung (en)**

Die Leistung eines elektrischen Geräts wird in Watt (W) oder in Kilowatt (kW) angegeben.

---

der **Mittelpunktswinkel (-)**

Ein Winkel, dessen Scheitelpunkt der Mittelpunkt eines Kreises ist, heißt Mittelpunktswinkel (oder Zentriwinkel).

---

der **Mittelpunktswinkelsatz**

Wenn ein Mittelpunktswinkel und ein Umfangswinkel über demselben Bogen eines Kreises liegen, dann ist der Mittelpunktswinkel doppelt so groß wie der Umfangswinkel.

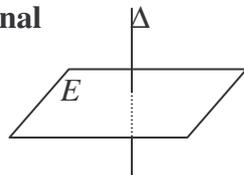
---

der **Ordinatenabschnitt (e)**

Siehe auch « der Achsenabschnitt ».

---

**orthogonal**



$E$  bezeichnet eine zu  $\Delta$  orthogonale Ebene.

---

der **Parallelkreis (e)**

Siehe auch « der Breitenkreis ».

---

der **Peripheriewinkel (-)**

Siehe auch « der Umfangswinkel ».

---

die **Produktgleichung (en)**

-3 und 2,5 sind die Lösungen der folgenden Produktgleichung :

$$(x + 3) \times (2x - 5) = 0$$

---

die **proportionale (n) Funktion (en)**

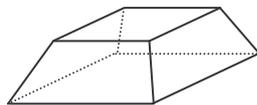
Jede proportionale Zuordnung ist eine proportionale Funktion.

Für eine proportionale Funktion  $f$  gilt :

$$f : x \rightarrow ax$$

---

der **Pyramidenstumpf**



Wird eine Pyramide von einer zur Grundfläche parallelen Ebene geschnitten, so erhält man einen Pyramidenstumpf.

---

die **Quadratzahl (en)**

$$3^2 = 9 ; 11^2 = 121 ; 14^2 = 196 ; 15^2 = 225 ; 30^2 = 900.$$

9, 121, 196, 225 und 900 sind Beispiele von Quadratzahlen.

Es gilt :  $1,3^2 = 1,69$ . 1,69 ist trotzdem keine Quadratzahl.

---

das **Quadrieren (-)**

Beim Quadrieren berechnet man das Quadrat einer Zahl.

---

der **Radikand (en)**

7 und 5 sind jeweils die Radikanden der Wurzeln  $\sqrt{5}$  und  $\sqrt{7}$ .

---

das **Radizieren (-)**

Siehe auch « das Wurzelziehen ».

---

die **Rangliste (n)**

Für die Messwerte  $3^{\circ}\text{C}$ ,  $5^{\circ}\text{C}$ ,  $1^{\circ}\text{C}$ ,  $2^{\circ}\text{C}$ ,  $7^{\circ}\text{C}$  gilt die folgende Rangliste :  
 $1^{\circ}\text{C}$ ,  $2^{\circ}\text{C}$ ,  $3^{\circ}\text{C}$ ,  $5^{\circ}\text{C}$ ,  $7^{\circ}\text{C}$ .

---

das **regelmäßige (n) Vieleck (e)**

Ein Vieleck heißt regelmäßig, wenn alle seine Seiten gleich lang und alle seine Winkel gleich groß sind.

---

der **Richtungsfaktor einer Geraden** (die Richtungsfaktoren von Geraden)

Siehe auch « die Steigung einer Geraden ».

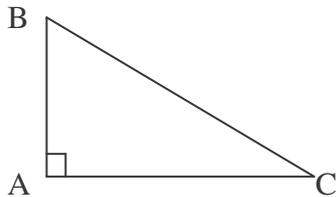
---

die **Rotation (en) ; der Rotationskörper (-)**

Eine Kugel, ein Zylinder, ein Kegel werden bei der Rotation (Drehung) einer Fläche um eine Gerade erzeugt. Man nennt diese Körper Rotationskörper.

---

der **Sinus eines spitzen Winkels**



In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt :

Sinus eines spitzen Winkels =  
Gegenkathete zum Winkel  
Hypotenuse.

Das Dreieck ist bei A rechtwinklig. Es gilt :

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$$

---

die **Spannweite (n)**

Die Spannweite einer Stichprobe ist der Unterschied zwischen dem größten und dem kleinsten Wert dieser Stichprobe.

Beispiel :

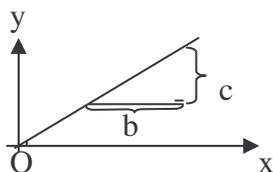
Für die Noten der Stichprobe 2 3 6 7 8 9 11 12 14 16 18 19 20 ist die Spannweite gleich  $20 - 2 = 18$ .

---

die **Steigung einer Geraden** (die Steigungen von Geraden)

Der Proportionalitätsfaktor a einer proportionalen Funktion heißt Steigung oder Steigungsfaktor oder Richtungsfaktor der Geraden.

das **Steigungsdreieck (e)**



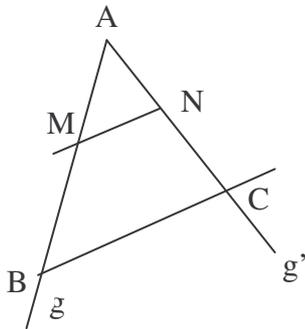
Die Steigung a der Geraden mit der Gleichung  $y = ax$  gibt den Quotienten  $\frac{c}{b}$  im Steigungsdreieck an :  $a = \frac{c}{b}$ .

---

der **Steigungsfaktor (en)**

Siehe auch « die Steigung einer Geraden ».

der **Strahlensatz**



Zwei Geraden  $g$  und  $g'$  schneiden sich im Punkt  $A$ .  
Die Punkte  $B$  und  $M$ , verschieden von  $A$ , liegen auf der Geraden  $g$ .  
Die Punkte  $C$  und  $N$ , verschieden von  $A$ , liegen auf der Geraden  $g'$ .  
Wenn die Geraden  $(BC)$  und  $(MN)$  parallel zueinander sind, dann gilt :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} .$$

die **Streuung (en)**

Noten der 1. Stichprobe : 8 9 9 10 10 10 11 12 13 13

Noten der 2. Stichprobe : 1 6 7 8 9 11 13 15 16 19

Die Noten der 1. Stichprobe liegen näher dem Zentralwert 10.

Man sagt : sie haben eine kleinere Streuung.

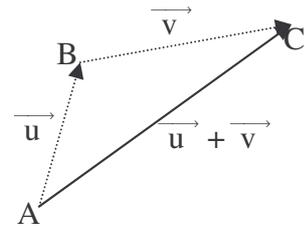
der **Summenvektor (en)**

Führt man eine Verschiebung um den Vektor  $\overrightarrow{AB}$  und danach eine Verschiebung um den Vektor  $\overrightarrow{BC}$  durch, so erhält man eine Verschiebung um den Vektor  $\overrightarrow{AC}$ .

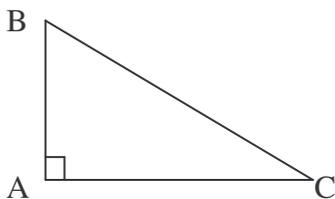
Man schreibt :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} .$$

Der Vektor  $\overrightarrow{AC}$  wird Summe der Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{BC}$  oder Summenvektor  $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$  genannt.



der **Tangens eines spitzen Winkels**



In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt :

$$\frac{\text{Tangens eines spitzen Winkels}}{\text{Ankathete zum Winkel}} = \frac{\text{Gegenkathete zum Winkel}}{\text{Ankathete zum Winkel}}$$

Das Dreieck ist bei  $A$  rechtwinklig. Es gilt :

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} .$$

**teilerfremd**

Teilerfremde Zahlen haben nur 1 als gemeinsamen Teiler.

17 und 8, 12 und 35 sind Beispiele von teilerfremden Zahlen.

der **Uhrzeigersinn (e)**

Eine Drehung um  $60^\circ$  nach rechts ist eine Drehung um  $60^\circ$  im Uhrzeigersinn.

der **Umfangswinkel (-)**

Ein Winkel, dessen Scheitelpunkt auf einem Kreis liegt und dessen Schenkel den Kreis schneiden, heißt Umfangswinkel (oder Peripheriewinkel) des Kreises.

---

der **Umfangswinkelsatz**

Wenn zwei Umfangswinkel über demselben Bogen eines Kreises liegen, dann sind sie gleich groß.

---

der **Vektor (en)**



Eine Verschiebung, die A auf B abbildet, wird Verschiebung um den Vektor  $\overrightarrow{AB}$  genannt.

---

die **Verkettung (en)**

Führt man eine Spiegelung um einem Punkt A und danach eine Spiegelung um einem Punkt B ( $A \neq B$ ) durch, so erhält man einen Beispiel von einer Verkettung zweier Bewegungen.

---

der **vollständig gekürzte (n) Bruch ("e)**

$\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .  $\frac{2}{3}$  ist der vollständige gekürzte Bruch, der gleich  $\frac{12}{18}$  ist.

---

der **Wendekreis (e)**

Der nördliche Wendekreis (der Wendekreis des Krebses) und der südliche Wendekreis (der Wendekreis des Steinbocks) grenzen die tropischen Regionen.

---

das **Wurzelzeichen (-)**

Bei der Zahl  $\sqrt{5}$  wird das Wurzelzeichen  $\sqrt{\quad}$  verwendet.

---

das **Wurzelziehen (-)**

$\sqrt{16} = 4$  ;  $\sqrt{25} = 5$  ;  $\sqrt{2,56} = 1,4$ .

Diese Aufgaben bezeichnet man als Quadratwurzelziehen oder Wurzelziehen und auch noch als Radizieren.

---

der **Zentralwert (e)**

Der Zentralwert Z einer Stichprobe ist der Wert in der Mitte einer Rangliste. Er ist meistens vom Mittelwert verschieden. Der Zentralwert kommt nicht unbedingt unter den Messwerten vor.

Beispiel :

Messwerte : 3°C, 5°C, 1°C, 2°C, 7°C

Rangliste 1°C, 2°C, 3°C, 5°C, 7°C

Zentralwert

der **Zentriwinkel (-)**

Siehe auch « der Mittelpunktswinkel ».

---

**Géométrie en  
troisième bilingue**

**Principales définitions et  
propriétés.**

**Geometrie in der « troisième »  
des « Collège ».**

**Wichtigste Definitionen und  
Sätze.**

**Géométrie dans l'espace**

**1) Définitions**

**a) La boule**

La boule de centre O et de rayon r est l'ensemble de tous les points de l'espace dont la distance à O est inférieure ou égale à r.

**b) La sphère**

La sphère de centre O et de rayon r est l'ensemble de tous les points de l'espace dont la distance à O est égale à r.

**2) Section d'une sphère par un plan**

La section d'une sphère par un plan peut être un cercle.

**3) Sections d'une pyramide, d'un cône par un plan**

La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone de même forme que la base.

La section d'un cône par un plan parallèle à la base est un cercle.

**4) Sections d'un pavé, d'un cylindre par un plan**

1) La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe est un rectangle.

2) La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle.

**Raumgeometrie**

**1) Definitionen**

**a) Kugel**

Alle Punkte des Raums, die von einem festen Punkt O höchstens den Abstand r haben, bilden eine Kugel mit dem Mittelpunkt O und dem Radius r.

**b) Kugelfläche**

Alle Punkte des Raums, die von einem festen Punkt O denselben Abstand r haben, bilden eine Kugelfläche mit dem Mittelpunkt O und dem Radius R.

**2) Schnittfläche einer Kugel und einer Ebene**

Eine Ebene kann eine Kugelfläche in einem Kreis schneiden.

**3) Schnittfläche einer Pyramide, eines Kegels mit einer Parallelebene zur Grundfläche**

Wird eine Pyramide oder ein Kegel von einer zu der Grundfläche parallelen Ebene P geschnitten, so entsteht eine Schnittfläche, die eine gleiche Form wie die Grundfläche hat.

**4) Schnittfläche des Quaders und des Zylinders von einigen Ebenen**

1) Wird ein Zylinder von einer zu der Achse parallelen Ebene geschnitten, so ist die Schnittfläche ein Rechteck.

2) Wird ein Quader von einer zu einer Seitenfläche parallelen Ebene geschnitten, so ist die Schnittfläche ein Rechteck.

3) La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

4) La section d'un cylindre par un plan perpendiculaire à l'axe est un cercle.

### Trigonométrie

#### 1) Cercle trigonométrique : Cosinus, sinus et tangente

1) On dit qu'un repère est orthonormé lorsque ses axes sont perpendiculaires et munis de la même unité de longueur.

2) Le cercle trigonométrique désigne le cercle dont le centre est l'origine O d'un repère orthonormé et dont le rayon est 1.

3) Soit M un point du cercle trigonométrique et  $\widehat{xOM}$  la mesure de l'angle aigu  $\alpha$ . L'abscisse et l'ordonnée du point M désignent respectivement le cosinus et le sinus de l'angle aigu  $\alpha$ .

4) [Iz) désigne la demi-droite tangente en I au cercle trigonométrique. La droite (OM) coupe [Iz) en T. IT désigne la tangente de l'angle  $\alpha$  ( $\alpha \neq 90^\circ$ ).

$$\tan \alpha = IT$$

#### 2) Trigonométrie dans le triangle rectangle

On considère un triangle ABC rectangle en A. Soit  $\alpha$  la mesure de l'angle  $\widehat{B}$ . On retient que :

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{Gegenkathete zum Winkel } \alpha}{\text{Hypotenuse}}.$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{Ankathete zum Winkel } \alpha}{\text{Hypotenuse}}.$$

$$\tan \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{Gegenkathete zum Winkel } \alpha}{\text{Ankathete zum Winkel } \alpha}$$

( $\alpha \neq 90^\circ$ ).

3) Wird ein Quader von einer zu einer Kante parallelen Ebene geschnitten, so ist die Schnittfläche ein Rechteck.

4) Wird ein Zylinder von einer zu der Grundfläche parallelen Ebene geschnitten, so ist die Schnittfläche ein Kreis.

### Trigonometrie

#### 1) Kosinus, Sinus und Tangens am Einheitskreis

1) Das Koordinatensystem besteht aus zwei zueinander senkrechten Achsen. Für jede dieser Achsen wählt man die gleiche Längeneinheit.

2) Der Einheitskreis hat den Nullpunkt O als Mittelpunkt und die Maßzahl 1 als Radius.

3) Liegt ein Punkt M auf dem Einheitskreis und bezeichnet  $\alpha$  die Maßzahl des spitzen Winkels  $\widehat{xOM}$ , so werden die Abszisse und die Ordinate des Punktes M jeweils Kosinus und Sinus des Winkelmaßes  $\alpha$  genannt.

4) [Iz) bezeichnet eine Halbgerade, die im Punkt I an den Einheitskreis tangential ist. Die Gerade (OM) schneidet [Iz) in T.

IT wird Tangens des Winkelmaßes  $\alpha$  genannt.

( $\alpha \neq 90^\circ$ ).

$$\tan \alpha = IT \text{ (lies : Tangens } \alpha = IT).$$

#### 2) Kosinus, Sinus und Tangens am rechtwinkligen Dreieck

Ist ein Dreieck ABC bei A rechtwinklig, so, gilt für  $\widehat{B} = \alpha$ . ( $\alpha$  ist ein spitzer Winkel) :

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{Gegenkathete zum Winkel } \alpha}{\text{Hypotenuse}}.$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{Ankathete zum Winkel } \alpha}{\text{Hypotenuse}}.$$

$$\tan \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{Gegenkathete zum Winkel } \alpha}{\text{Ankathete zum Winkel } \alpha}$$

( $\alpha \neq 90^\circ$ ).

### 3) Propriétés

$\alpha$  désigne un angle aigu. On retient que :

a)  $\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$

b)  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (\alpha \neq 90^\circ)$

c)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

### Distance de deux points dans un repère orthonormé

On considère les points

A ( $x_A$ ;  $y_A$ ) et B ( $x_B$ ;  $y_B$ ) dans un repère orthonormé. On retient que :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

### Propriété de Thalès

#### 1) Propriété de Thalès

On considère deux droites  $d$  et  $d'$  sécantes en A.

B et M sont deux points de  $d$ , distincts de A.

C et N sont deux points de  $d'$ , distincts de A.

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

#### 2) Réciproque de la propriété de Thalès

On considère deux droites  $d$  et  $d'$  sécantes en A.

B et M sont deux points de  $d$ , distincts de A.

C et N sont deux points de  $d'$ , distincts de A.

Si  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  et si les points A, B, M et

A, N, C sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

### 3) Eigenschaft

$\alpha$  bezeichnet einen spitzen Winkel. Es gilt :

a)  $\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$

b)  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (\alpha \neq 90^\circ)$

c)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

### Entfernung zweier Punkte im Koordinatensystem

Das Koordinatensystem besteht aus zwei zueinander senkrechten Achsen. Für jede dieser Achsen wählt man die gleiche Längeneinheit.

In diesem Koordinatensystem sind die Punkte A ( $x_A$ ;  $y_A$ ) und B ( $x_B$ ;  $y_B$ ) gegeben.

Es gilt :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

### Strahlensatz

#### 1) Strahlensatz

Zwei Geraden  $g$  und  $g'$  schneiden sich im Punkt A.

Die Punkte B und M, verschieden von A, liegen auf der Geraden  $g$ .

Die Punkte C und N, verschieden von A, liegen auf der Geraden  $g'$ .

Wenn die Geraden (BC) und (MN) parallel zueinander sind, dann gilt :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

#### 2) Umkehrung des Strahlensatzes

Zwei Geraden  $g$  und  $g'$  schneiden sich im Punkt A.

Die Punkte B und M, verschieden von A, liegen auf der Geraden  $g$ .

Die Punkte C und N, verschieden von A, liegen auf der Geraden  $g'$ .

Die Punkte A, B, M und die Punkte A, C, N liegen in der selben Reihenfolge.

Wenn gilt :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ , dann sind die

Geraden (BC) und (MN) parallel zueinander.

## Vecteurs et translations

### 1) Définition

La translation qui transforme A en B est appelée translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

### 2) Vecteurs égaux

a)

① Si  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ , alors B est l'image de A par la translation qui transforme C en D.

② Si B est l'image de A par la translation qui transforme C en D, alors  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

b)

① Si :

- les droites (AB) et (CD) sont parallèles,  
- les demi-droites [AB) et [CD) ont le même sens,

- les segments [AB] et [CD] ont la même longueur,

alors les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont égaux.

② Si les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont égaux, alors :

- les droites (AB) et (CD) sont parallèles,  
- les demi-droites [AB) et [CD) ont le même sens,

- les segments [AB] et [CD] ont la même longueur.

c)

① Si les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont égaux, alors ABDC est un parallélogramme.

② Si ABDC est un parallélogramme, alors les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont égaux.

d)

① Si les segments [AD] et [BC] ont le même milieu, alors les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont égaux.

② Si les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont égaux, alors Si les segments [AD] et [BC] ont le même milieu.

## Vektoren und Verschiebungen

### 1) Definition

Eine Verschiebung, die A auf B abbildet, wird Verschiebung um den Vektor  $\overrightarrow{AB}$  genannt.

### 2) Gleiche Vektoren

a)

① Wenn  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  ist, dann ist B der Bildpunkt von A durch eine Verschiebung, die auch C auf D abbildet.

② Wenn B der Bildpunkt von A durch eine Verschiebung ist, die auch C auf D abbildet, dann gilt :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

b)

① Wenn :

- die Geraden (AB) und (CD) zueinander parallel sind,

- die Richtungen von A nach B und von C nach D gleich sind,

- die Strecken [AB] und [CD] die gleiche Länge haben,

dann sind die Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{CD}$  gleich.

② Wenn die Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{CD}$  gleich sind,

dann :

- sind die Geraden (AB) und (CD) zueinander parallel,

- sind die Richtungen von A nach B und von C nach D gleich,

- haben die Strecken [AB] und [CD] die gleiche Länge.

c)

① Wenn die Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{CD}$  gleich sind,

dann ist das Viereck ABDC ein Parallelogramm.

② Wenn das Viereck ABDC ein Parallelogramm ist,

dann sind die Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{CD}$  gleich.

d)

① Wenn sich die Strecken [AD] und [BC] halbieren, dann gilt :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

② Wenn  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  ist, dann halbieren sich die Strecken [AD] und [BC].

e)

- ① Si I est le milieu du segment [AB], alors  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ .
- ② si les vecteurs  $\overrightarrow{AI}$  et  $\overrightarrow{IB}$  sont égaux, alors I est le milieu du segment [AB].

### 3) Somme de deux vecteurs

#### a) Définition

La composée d'une translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$  et d'une translation de vecteur  $\overrightarrow{BC}$  est la translation de vecteur  $\overrightarrow{AC}$ .

Le vecteur  $\overrightarrow{AC}$  est appelé somme des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .

On écrit :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .

#### b) Remarques

① Si OAMB est un parallélogramme, alors :  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ .

② La somme  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$  est notée  $2\overrightarrow{AB}$ .  
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$ .

③  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$ .

Le vecteur  $\overrightarrow{AA}$  (ou  $\overrightarrow{BB}$ ,  $\overrightarrow{CC}$ , ...) est appelé vecteur nul.

d)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$ .

$\overrightarrow{BA}$  est le vecteur opposé du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

On écrit :  $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

### 4) Coordonnées d'un vecteur

#### a) Calcul des coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$

A et B sont des points tels que A ( $x_A$ ;  $y_A$ ) et B ( $x_B$ ;  $y_B$ ). Le couple des coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  est ( $x_B - x_A$ ;  $y_B - y_A$ ).

On écrit :  $\overrightarrow{AB}$  ( $x_B - x_A$ ;  $y_B - y_A$ ).

#### b) Vecteurs égaux

On considère les vecteurs

$\overrightarrow{u}$  ( $x$ ;  $y$ ) et  $\overrightarrow{u'}$  ( $x'$ ;  $y'$ ).

① Si les vecteurs  $\overrightarrow{u}$  ( $x$ ;  $y$ ) et  $\overrightarrow{u'}$  ( $x'$ ;  $y'$ ) sont égaux, alors  $x = x'$  et  $y = y'$ .

② Si  $x = x'$  et  $y = y'$ , alors les vecteurs  $\overrightarrow{u}$  ( $x$ ;  $y$ ) et  $\overrightarrow{u'}$  ( $x'$ ;  $y'$ ) sont égaux.

e)

① Ist I der Mittelpunkt der Strecke [AB], so gilt :  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ .

② Sind die Vektoren  $\overrightarrow{AI}$  und  $\overrightarrow{IB}$  gleich, so ist I der Mittelpunkt der Strecke [AB].

### 3) Summe aus Vektoren

#### a) Definition

Führt man eine Verschiebung um den Vektor  $\overrightarrow{AB}$  und danach eine Verschiebung um den Vektor  $\overrightarrow{BC}$  durch, so erhält man eine Verschiebung um den Vektor  $\overrightarrow{AC}$ .

Der Vektor  $\overrightarrow{AC}$  wird Summe der Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{BC}$  genannt.

Man schreibt :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .

#### b) Bemerkungen

① Ist das Viereck OAMB ein Parallelogramm, so gilt :  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ .

② Die Summe  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$  wird auch  $2\overrightarrow{AB}$  geschrieben.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$ .

③  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$ .

Der Vektor  $\overrightarrow{AA}$  (oder  $\overrightarrow{BB}$ ,  $\overrightarrow{CC}$ , ...) wird Nullvektor genannt.

d)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$ .

$\overrightarrow{BA}$  ist der Gegenvektor des Vektors  $\overrightarrow{AB}$ .

Man schreibt :  $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$ .

### 4) Koordinaten eines Vektors im Koordinatensystem

#### a) Berechnung der Koordinaten eines Vektors $\overrightarrow{AB}$

Sind zwei Punkte A ( $x_A$ ;  $y_A$ ) und B ( $x_B$ ;  $y_B$ ) in einem Koordinatensystem gegeben, so hat der Vektor  $\overrightarrow{AB}$

die Koordinaten ( $x_B - x_A$ ;  $y_B - y_A$ ).

Man schreibt :  $\overrightarrow{AB}$  ( $x_B - x_A$ ;  $y_B - y_A$ )

#### b) Gleiche Vektoren

Die Vektoren  $\overrightarrow{u}$  ( $x$ ;  $y$ ) und  $\overrightarrow{u'}$  ( $x'$ ;  $y'$ ) sind gegeben.

① Wenn die Vektoren  $\overrightarrow{u}$  und  $\overrightarrow{u'}$  gleich sind, so gilt :  $x = x'$  und  $y = y'$ .

② Wenn :  $x = x'$  ist und  $y = y'$ , dann sind die Vektoren  $\overrightarrow{u}$  und  $\overrightarrow{u'}$  gleich.

### c) Coordonnées du milieu d'un segment

A, I et B ont pour coordonnées :  
A ( $x_A$ ;  $y_A$ ), I ( $x_I$ ;  $y_I$ ), B ( $x_B$ ;  $y_B$ ).

① Si I est le milieu du segment [AB], alors :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

② Si les coordonnées des points A, I et B

$$\text{vérifient : } x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2},$$

alors I est le milieu du segment [AB].

### 5) Composition de deux symétries centrales

La composition d'une symétrie de centre A et d'une symétrie de centre B

( $A \neq B$ )

est la translation de vecteur  $2\overrightarrow{AB}$ .

La composition de deux symétries centrales est une translation.

#### Rotation

##### 1) Définition

une rotation est définie lorsqu'on connaît :  
son centre, son sens (le sens direct ou le sens contraire des aiguilles d'une montre, le sens indirect ou le sens des aiguilles d'une montre)  
et son angle  $\alpha$ .

##### 2) Propriétés et remarques

L'image d'une figure par une rotation est superposable à la figure initiale. On en déduit que :

- l'image d'un segment est un segment de même longueur,
- l'image d'une demi-droite est une demi-droite,
- l'image d'une droite est une droite,
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon,
- l'image d'un angle est un angle de même mesure.

Nous résumons en disant qu'une rotation conserve les longueurs, les alignements et les angles.

### c) Koordinaten des Mittelpunktes einer Strecke

Die Punkte A, B und I haben die folgenden Koordinaten :

A ( $x_A$ ;  $y_A$ ), B ( $x_B$ ;  $y_B$ ), I ( $x_I$ ;  $y_I$ ).

① Ist I der Mittelpunkt einer Strecke [AB],

$$\text{so gilt : } x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ und } y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

② Gilt für die Punkte A, I und B :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ und } y_I = \frac{y_A + y_B}{2},$$

so ist I der Mittelpunkt der Strecke [AB]

### 5) Verkettung zweier Punktspiegelungen

Führt man eine Spiegelung am Punkt A und danach eine Spiegelung am Punkt B ( $A \neq B$ ) durch, so erhält man eine Verschiebung um den Vektor  $2\overrightarrow{AB}$ .

Die Verkettung zweier Punktspiegelungen ist eine Verschiebung.

#### Drehung

##### 1) Definition

Eine Drehung ist durch Angabe des Drehzentrums, des Drehwinkels  $\alpha$  und des Drehsinnes (im Uhrzeigersinn oder gegen den Uhrzeigersinn) festgelegt.  
Das Drehzentrum Z ist der einzige Fixpunkt einer Drehung.

##### 2) Eigenschaften und Bemerkungen

Bei einer Drehung geht jede Figur in eine deckungsgleiche Figur über, daher folgt :

- das Bild einer Strecke ist wieder eine gleich lange Strecke,
- das Bild eines Strahls (oder einer Halbgeraden) ist wieder ein Strahl (oder eine Halbgerade),
- das Bild einer Geraden ist wieder eine Gerade,
- das Bild eines Kreises ist wieder ein Kreis mit gleichem Radius,
- das Bild eines Winkels ist wieder ein gleich großer Winkel.

Wir sagen, dass die Drehung längentreu und winkeltreu ist. Sie ändert auch nicht den Umlaufsinn einer Figur.

### Angle inscrit

#### 1) Définition

a) Un angle dont le sommet est sur un cercle et dont les côtés coupent ce cercle est appelé angle inscrit dans ce cercle.

b) Un angle dont le sommet est le centre d'un cercle est appelé angle au centre de ce cercle.

#### 2) Propriétés

a) Si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc alors ils ont la même mesure.

b) Si dans un cercle, un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc alors la mesure de l'angle au centre est le double de la mesure de l'angle inscrit.

### Polygones réguliers

1) Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure.

2) Un polygone est régulier lorsque tous ses côtés ont la même longueur et qu'il est inscrit dans un cercle.

### Umfangswinkel

#### 1) Definition

a) Ein Winkel, dessen Scheitelpunkt auf einem Kreis liegt und dessen Schenkel den Kreis schneiden, heißt Umfangswinkel (oder Peripheriewinkel) des Kreises.

b) Ein Winkel, dessen Scheitelpunkt der Mittelpunkt eines Kreises ist, heißt Mittelpunktswinkel (oder Zentriwinkel).

#### 2) Eigenschaften

a) Wenn zwei Umfangswinkel über demselben Bogen eines Kreises liegen, dann sind sie gleich groß. (Umfangswinkelsatz)

b) Wenn ein Mittelpunktswinkel und ein Umfangswinkel über demselben Bogen eines Kreises liegen, dann ist der Mittelpunktswinkel doppelt so groß wie der Umfangswinkel. (Mittelpunktswinkelsatz)

### Regelmäßige Vielecke

1) Ein Vieleck heißt regelmäßig, wenn alle seine Seiten gleich lang und alle seine Winkel gleich groß sind.

2) Ein Vieleck heißt regelmäßig, wenn alle seine Seiten gleich lang und alle seine Eckpunkte auf einem Kreis, dem Umkreis des Vielecks, liegen.