

En 3^e
&
En 2^{de}

TICE & mathématiques

en tant que discipline non linguistique



Académie de Strasbourg

SOMMAIRE

INTRODUCTION	4
G1 – Thalès et sa réciproque	5
3G1Ex01: La mangeoire à oiseaux  	6
Objectif : Utilisation du théorème de Thalès pour démontrer un résultat.....	6
G2 – Trigonométrie dans un triangle rectangle	8
3G2 Ex 01: le billard  	9
Objectif : Déterminer la mesure d'un angle par utilisation de la trigonométrie et d'une résolution d'équation	9
G3 – Fonction	11
3G3Ex01: Recherche d'antécédents éventuels  	12
Objectif : Recherche d'antécédents par lecture graphique et par le calcul....	12
3G3Ex02: la balle de tennis  	14
Objectif : Etude d'une fonction polynôme du 2° degré traduisant la chute d'un corps.	14
3G3Ex03: Fonction et équation  	16
Objectif : Conjecture du nombre d'antécédents d'un nombre a par une fonction	16
2G3EX01 Partage équitable  	18
Objectif : Trouver les positions de 2 points de manière à partager un carré en 3 parties d'aire égale.	18
G4 – Polygones réguliers et angles	20
G5 – Géométrie dans l'espace	21
G6 – Pythagore et compagnie	22
3G6Ex01: les oiseaux et le puits  	23
Objectif : Démontrer ce résultat à l'aide d'une équation utilisant le théorème de Pythagore et les identités remarquables.	23
G7 – Périmètres- Aires & Volumes	25
3G7Ex01 : Egalité d'aires  	26
Objectif : Trouver les positions d'un point correspondant à l'égalité de 2 aires.	26
3G7Ex02 : Disque et carré  	28
Objectif : Trouver une valeur approchée de la diagonale d'un carré pour qu'il ait la même aire qu'un disque.	28
3G7Ex03 : Point intérieur à un triangle  	30
Objectif : Calcul d'une distance à l'aide d'aires.	30
3G7Ex04 : Comparaison d'aires  	32
Objectif : comparaison d'aires dans un triangle (à l'aide de médianes).	32
3G7Ex05 : Der Dreikreis von Mohr  	34
Objectif : Conjecture et démonstration : périmètre constant de la figure composée de trois demi-cercles	34
3G7Ex06 : Un verre ... des billes  	36
Objectif : Comparaison de volumes de boules et cylindres grâce à un tableur.	36
3G7Ex07: Héritage  	38

Objectif : déterminer à l'aide d'un tableur les dimensions de terrains telles que les aires de part et d'autre du chemin soient égales.	38
3G7Ex08 : un quadrilatère fait le mur 	40
Objectif : trouver un lieu géométrique et démontrer le résultat en utilisant les formules d'aires.	40
G8 – Cercle et triangle	42
3G8Ex01 : Promenade sur un cercle 	43
Objectif : Trouver une valeur approchée de la diagonale d'un carré pour qu'il ait la même aire qu'un disque.	43
3G8Ex02 : Détermination d'un lieu géométrique 	45
Objectif : Déterminer un lieu géométrique	45
3G8Ex03 : Un angle droit dans un rectangle 	47
Objectif : Déterminer un lieu géométrique.	47
3G8Ex04 : Somme dans un triangle isocèle rectangle 	49
Objectif : Somme constante de deux longueurs	49
G9 – Distances	51
3G9Ex01 : longueur minimale et triangle rectangle 	52
Objectif : déterminer la position d'un point pour trouver une distance minimale, en utilisant la notion de distance d'un point à une droite.	52
G10 – Vecteurs	54
2G10Ex01 : le bon cadre : 	55
Objectif : Conjectures et démonstrations d'alignement de points.(Hyperbole 2009). Ce problème peut être également traité à l'aide du théorème de Thalès dès la 3°	55
N1 – PGCD et fractions irréductibles	57
3N1Ex01 : fractions irréductibles 1 : 	58
Objectif : Utiliser le PGCD de 2 nombres pour vérifier qu'une fraction est irréductible.	58
3N1Ex02 : fractions irréductibles 2 	60
Objectif :déterminer si une fraction est irréductible par le calcul de PGCD	60
N2 – Programmes de calculs	62
3N2Ex01 : Programmes de calcul 1 	63
Objectif : Programme de calcul sur tableur.....	63
3N2Ex02 : Programmes de calcul 2 	65
Objectif : Programme de calcul sur tableur.....	65
N3 – Probabilités et statistiques	67
3N3Ex01 : Pile ou face 2 	68
Objectif : Simuler à l'aide d'un tableur des lancers de pièce et calculer des fréquences.	68

INTRODUCTION

Ce travail sur les Tice en section bilingue a commencé lors d'un stage avec les professeurs bilingues de l'académie de Strasbourg sous la tutelle de M. Eric Sigward, inspecteur d'académie, inspecteur pédagogique régional en mathématiques. Le but de ce travail de traduction et de recherche est de créer une bibliothèque d'exercices en langues étrangère (à ce jour en français et en allemand, mais ce document pourrait s'enrichir à partir d'autres langues) disponible pour tous les professeurs enseignant en DNL.

Ce document est évolutif et pourra être complété au fur et à mesure par les enseignants eux-mêmes. Nous avons pour cette raison décidé de nommer tous les chapitres vus en classe de 3^e (les exercices spécifiques à la classe de 2^{de} sont notés 2G...), même s'ils sont pour le moment vides.

Bon nombre de ces exercices ont été traduits à partir des documents conçus par un autre groupe de recherche sur les Tice en mathématiques (en langue française) au niveau du collège et du lycée. Ce travail collaboratif enrichissant permet d'améliorer le travail de chacun. Les personnes membres de ce groupe de recherche sont :

Pour le collège :

Yvan Monka, Catherine Procureur, Ezechiël Renker, Isabelle Meyer, Jérémie Krieger, Rémi Regourd, Valérie Roth

Pour le lycée :

Anne Schreck, Christian Brucker, Christian Schultz, Didier Martin, Nadine Meyer, Youenn Glemarec, Hélène Tanoh

Les enseignants ayant fait les traductions en allemand et produit de nouveaux documents lors des stages bilingues sont :

Dominique Beringer, Sabine Caspar, Alain Galois, Fabrice Georges, Alain Kempf, Corinne Kesser, Sandrine Kopff, Benoit Lambert, Claude Lemaire, Nicolas Puccini, Nicolas Rolli, Sedjaï Leila, Philippe Steinmetz, Marie Thouvenin, Mickaël Voelkel, Gerard Werner, Fabrice Zerringer, Rauch Anne-Christine, Bill Bénédicte, Hoffmann christophe, Keller Marion, Laurence Amann, Mathieu Monnier, Henri Simon, Esther Suisse, Vidoni Marie, Henriët Elodie et Séverine Cearnau

Si vous voulez apporter des corrections ou nous fournir un fichier afin de l'intégrer à ce document, vous pouvez le faire en envoyant le tout à l'adresse académique suivante :

severine.cearnau-bertolo@ac-strasbourg.fr

Bonne lecture,

L'équipe des professeurs bilingues en mathématiques de l'académie de Strasbourg.

G1 – Thalès et sa réciproque

La mangeoire à oiseaux

Objectif : Utilisation du théorème de Thalès pour démontrer un résultat.

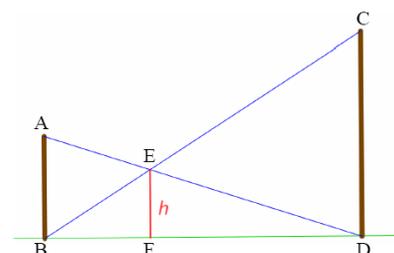


Énoncé :

Deux poteaux électriques de 4 m et 8 m respectivement sont plantés perpendiculairement au sol.

Du sommet de chacun au pied de l'autre, on tend un câble pour accrocher à l'intersection des câbles une mangeoire à oiseaux.

On fait varier la distance entre les deux poteaux et on s'intéresse à la hauteur h du point de fixation E de la mangeoire.



1. Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie.
Afficher la hauteur h du point de fixation.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

2. Que peut-on conjecturer sur la hauteur h , lorsque l'on fait varier la distance entre les points B et D ?

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

3. En utilisant deux fois le théorème de Thalès, montrer que : $\frac{h}{4} + \frac{h}{8} = 1$

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

4. Démontrer la conjecture émise à la question 2.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

Production demandée :

- Une figure dynamique permettant de faire une conjecture sur la hauteur h .
- La démonstration complète de la conjecture émise.

Das Vogelnäpfchen



Sachaufgabe :

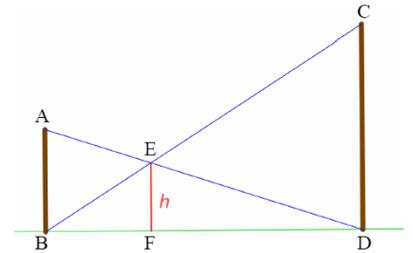
Zwei elektrische Pfosten von jeweils 4 m und 8 m hoch stehen senkrecht zum Boden.

Für jeden Pfosten zieht man ein Kabel von der Spitze von einem bis zum Fuß von dem Anderen.

Am Schnittpunkt von den zwei Kabeln hängt man ein Vogelnäpfchen.

Man ändert die Entfernung zwischen die zwei Pfosten.

Man interessiert sich an der Höhe h vom Fixpunkt E von dem Vogelnäpfchen.



1. Zeichne eine Figur mit Hilfe einer geometrischen Software.
Zeige die Höhe h von dem Fixpunkt.

Rufe den Prüfer auf, um zu überprüfen

2. Was kann man über die Höhe h vermuten wenn die Entfernung zwischen die Punkten B und D sich ändert.

Rufe den Prüfer auf, um die Vermutung zu bestätigen.

3. Benutze zwei mal den Strahlensatz und beweise dass : $\frac{h}{4} + \frac{h}{8} = 1$

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

4. Beweise die Vermutung von der Frage 2.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

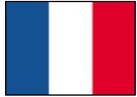
Erwartete Arbeit :

- Eine dynamische Figur die uns eine Vermutung über die Höhe h gibt.
- Die komplette Beweisführung der Vermutung.

G2 – Trigonométrie dans un triangle rectangle

Billard

Objectif : Déterminer la mesure d'un angle par utilisation de la trigonométrie et d'une résolution d'équation



Énoncé :

Le rectangle ci-dessous représente le tapis d'une table de billard dont les dimensions sont :

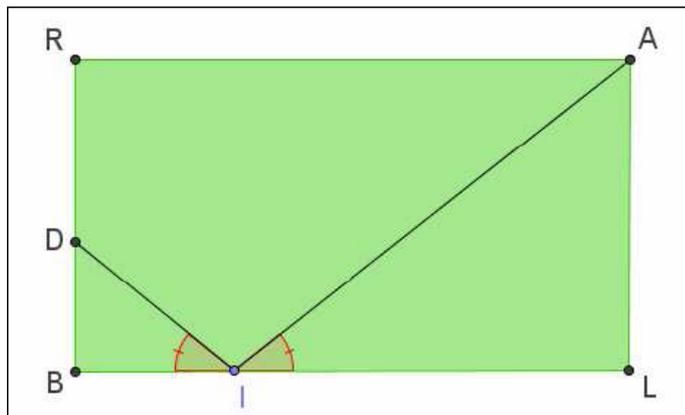
$BL = 2,10$ m et $AL = 1,20$ m.

On place une boule en D tel que $BD = 50$ cm. On veut envoyer la boule dans le trou en A en faisant

rebondir celle-ci sur la bande (*) [BL] en un point I. En rebondissant la boule suit une trajectoire

telle que $\widehat{DIB} = \widehat{LIA}$.

Le but de l'exercice est de déterminer la mesure de l'angle \widehat{BDI} pour réussir ce coup.



1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, faire une figure à l'échelle et conjecturer la position du point I.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure et de la conjecture.

2. Démontrer la conjecture sur la position du point I et en déduire la mesure de l'angle \widehat{BDI} .

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

(*) Une bande est un bord de la table de billard.

Production demandée

- Construction de la figure.
- Démonstration de la conjecture établie à la question 1.

Billard



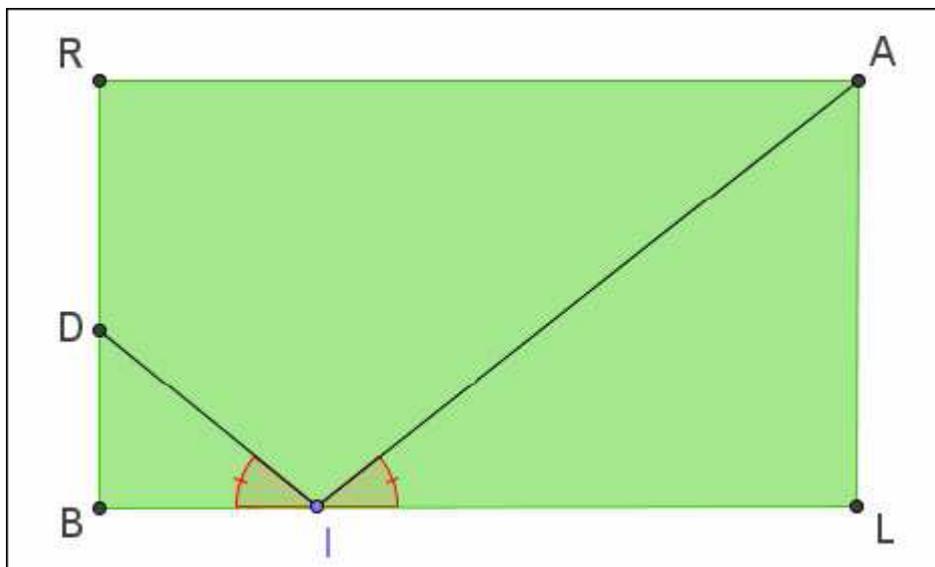
Sachaufgabe:

Das folgende Rechteck zeigt den Teppich von einem Billardtisch mit den Dimensionen :

$BL = 2,10$ m und $AL = 1,20$ m.

Man stellt eine Kugel auf dem Punkt D, so dass $BD = 50$ cm. Man möchte die Kugel in das Loch in A werfen, so dass sie auf dem Rand [BL] auf einem Punkt I zurückprallt. Die Kugel folgt beim Rückprall einen Weg, so dass $\widehat{DIB} = \widehat{LIA}$.

Das Ziel der Übung ist das Maß des Winkels \widehat{BDI} zu bestimmen, um den Zug zu bestehen.



1. Mit Hilfe einer geometrischen Software, zeichne eine Maßstabgerechte Figur und vermute die Stelle vom Punkt I.

Rufe den Prüfer auf, um die Figur und die Vermutung zu bestätigen.

2. Beweise die Vermutung über die Stelle vom Punkt I und schließe das Maß des Winkels \widehat{BDI} daraus.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

Erwartete Arbeit

- Konstruktion der Figur.
- Beweis der Vermutung der Frage 1.

G3 – Fonction

Recherche d'antécédents éventuels

Objectif : Recherche d'antécédents par lecture graphique et par le calcul.



Énoncé :

Soit f la fonction définie par $f : x \mapsto x^2 - 4x + 5$ pour tout nombre x .

1. À l'aide d'un logiciel, tracer la représentation graphique de la fonction f .
2. On s'intéresse aux antécédents de 5 par la fonction f .
 - (a) Déterminer les graphiquement.
 - (b) Démontrer les résultats de la question précédente.
3. (a) Par lecture graphique, déterminer les antécédents éventuels de 1 et de -3 par la fonction f .
 - (b) Montrer que, pour tout nombre x , $f(x) = (x - 2)^2 + 1$
 - (c) Démontrer les résultats observés à la question 3.(a).

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

Eventuelle Urbilder finden



Sachaufgabe :

Gegeben ist $f : x \mapsto x^2 - 4x + 5$ für jede Zahl x .

1. Mit Hilfe einer Software, zeichne den Graph von der Funktion f .
2. Man interessiert sich an den Urbildern von 5 an f .
 - (a) Bestimme sie zeichnerisch.
 - (b) Beweise die Resultaten der vorigen Frage.
3. (a) Bestimme zeichnerisch die eventuellen Urbilder von 1 und von -3 an der Funktion f .
 - (b) Beweise dass für jede Zahl x , $f(x) = (x - 2)^2 + 1$
 - (c) Beweise die an der Frage 3.(a) beobachteten Resultaten.

Rufe den Prüfer auf, um zu überprüfen

La balle de tennis

Objectif : Etude d'une fonction polynôme du 2° degré traduisant la chute d'un corps.



Énoncé :

Une machine lance une balle de tennis vers un joueur.

On note t le temps (en secondes) qui s'est écoulé depuis que la balle a été lancée.

On observe que la hauteur h (en mètres) de la balle est une fonction qui dépend de t telle que :

$$h(t) = -5t^2 + 30t$$

1. A l'aide d'un logiciel, trace la représentation graphique de la fonction h sur ta feuille.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

2. Déterminer à l'aide du graphique à quel instant t :
 - a) la balle retombe au sol.
 - b) la balle atteint une hauteur de 25m.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

3. Démontrer par calcul le résultat observé à la question 2a).

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

4.
 - a) Ecrire une équation permettant de démontrer les résultats observés à la question 2b).
 - b) Montrer que cette équation peut s'écrire sous la forme $(t-3)^2 - 4 = 0$
 - c) Résoudre l'équation et conclure.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

Production demandée :

- Construction de la courbe représentative.
- Lectures graphiques.
- Démonstration des résultats observés aux questions 2a) et 2b).

Der Tennisball



Textaufgaben:

Eine Maschine wirft einen Tennisball in die Richtung eines Spielers.
Die vergangene Zeit (in Sekunden) seit dem Wurf des Balls wird mit t bezeichnet.
Wir beobachten, dass die Höhe h des Balls in Meter eine Funktion folgender Form ist:

$$h(t) = -5t^2 + 30t$$

1. Mit Hilfe einer Software zeichne auf dein Blatt den Graphen der Funktion h .

Rufe den Prüfer auf, um den Graphen zu überprüfen

2. Beantworte mit Hilfe der Graphen.
 - a) Für welchen Wert von t fällt der Ball auf den Boden?
 - b) Für welchen Wert von t erreicht der Ball die Höhe 25m?

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

3. Beweise mit einer Rechnung das Ergebnis der Frage 2a).

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

4.
 - a) Schreibe eine Gleichung, die die Ergebnisse der Frage 2b) beweist.
 - b) Bestimme, dass diese Gleichung der Form $(t-3)^2 - 4 = 0$ ist.
 - c) Löse diese Gleichung und schließe ab.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

Erwartete Arbeit :

- Die Zeichnung der Graphen von h .
- Graphisch ablesen.
- Beweise der Ergebnisse der Fragen 2a) und 2b).

Fonction et équation

Objectif : Conjecture du nombre d'antécédents d'un nombre a par une fonction



Énoncé

Soit f la fonction définie par $f : x \rightarrow 4x^2 - 9$ pour tout nombre x .

1. A l'aide d'un logiciel, tracer la représentation graphique de la fonction f .

Appeler l'examineur pour une vérification.

2. On s'intéresse aux antécédents de 0 par la fonction f .

(a) Déterminer les graphiquement.

(b) Factoriser $f(x)$ puis démontrer les résultats de la question précédente.

Appeler l'examineur pour une aide éventuelle et une vérification.

3. On considère un nombre a .

(a) Par lecture graphique, conjecturer le nombre d'antécédents éventuels de a par la fonction f selon les valeurs de a .

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

(b) Démontrer cette conjecture.

Appeler l'examineur pour une vérification.

Production demandée

- La représentation graphique de la fonction f .
- La résolution d'une équation.
- La démonstration des conjectures établies aux questions 2 (a) et 3 (a).

D'après une épreuve pratique de l'académie de Versailles.

Funktion und Gleichung



Textaufgabe :

Gegeben ist die Funktion $f : x \rightarrow 4x^2 - 9$ für jede Zahl x .

1. Mit Hilfe einer Software, zeichne den Graph von der Funktion f

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen

2. Man interessiert sich an der Urbildern von 0 an f .
 - (a) Bestimme sie zeichnerisch.
 - (b) Faktorisiere $f(x)$ und begründe dann die Ergebnisse der vorherige Frage.

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen oder für eine Nachhilfe

3. Sei eine Zahl a .
 - (a) Bestimme zeichnerisch die Anzahl der eventuellen Urbilder von a an der Funktion f in Abhängigkeit mit dem Wert von a .

Rufe den Prüfer auf um deine Vermutung zu bestätigen.

- (b) Beweise deine Vermutung.

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen.

Erwartete Arbeit:

- Der Graph von f
- Die Auflösung der Gleichung
- Die Beweisführung der Vermutungen der Fragen 2(a) und 3(a)

Partage équitable –

Objectif : Trouver les positions de 2 points de manière à partager un carré en 3 parties d'aire égale.



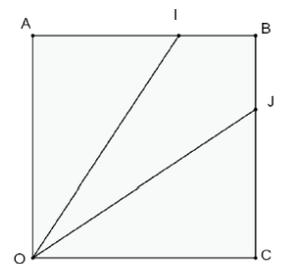
Énoncé :

Le but de l'activité est de couper un carré en trois parties de même aire.

$OABC$ est un carré.

I appartient au segment $[AB]$.

J appartient au segment $[BC]$.



1. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construire un carré $OABC$.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

2. Comment placer le point I sur le segment $[AB]$ et le point J sur le segment $[BC]$ pour que les trois zones aient la même aire ? Faire une conjecture.

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

3. Démontrer votre conjecture.

Appeler l'examineur pour une vérification.

Gleichmäßige Aufteilung



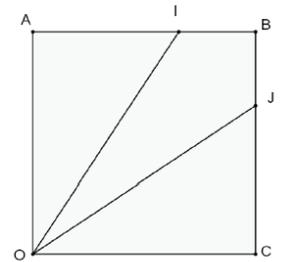
Textaufgabe :

Ein Quadrat soll in 3 Teile mit gleichwertigem Flächeninhalt geteilt werden.

OABC ist ein Quadrat.

I liegt auf [AB]

Und J liegt auf [CD].



1. Konstruiere mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software ein Quadrat OABC.

Rufe den Prüfer auf, um zu überprüfen

2. Wo sollen die Punkte I und J liegen, so dass die Aufteilung in 3 gleichwertige Flächeninhalte ergibt.

Rufe den Prüfer auf um deine Vermutung zu bestätigen.

3. Beweise deine Vermutung.

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen.

G4 – Polygones réguliers et angles

G5 – Géométrie dans l'espace

G6 – Pythagore et compagnie

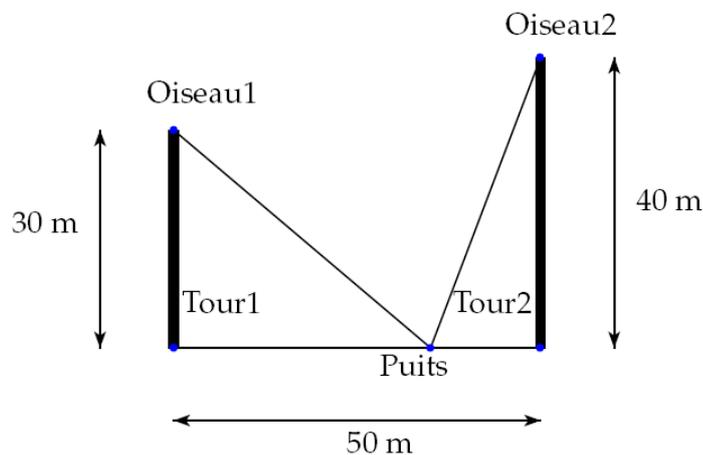
Les oiseaux et le puits

Objectif : Démontrer ce résultat à l'aide d'une équation utilisant le théorème de Pythagore et les identités remarquables.



Énoncé :

Deux tours verticales, hautes de 30m et de 40m, sont distantes l'une de l'autre de 50m. Un puits est situé entre les deux tours. Deux oiseaux s'envolent en même temps du sommet de chaque tour, en volant à la même vitesse, pour rejoindre le puits au même instant. L'objectif de l'exercice est de trouver la position du puits.



- 1) Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour une vérification.

- 2) Conjecturer la position du puits à l'aide de la figure.

Appeler l'examineur pour une vérification.

- 3) a) Écrire une équation à une inconnue permettant de résoudre ce problème.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

- b) Résoudre cette équation et conclure.

Production demandée :

- Construction d'une figure dynamique permettant d'émettre une conjecture sur la position du puits.
- Démonstration de la conjecture faite à la question 2.

Die Vögel und der Brunnen

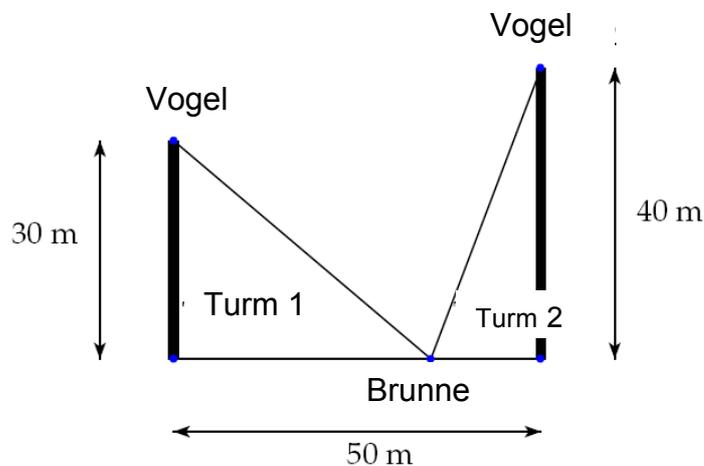


Textaufgabe :

Auf einem ebenen Feld stehen zwei Türme, einer 30 Meter hoch, der andere 40 Meter hoch. Ihr Abstand beträgt 50 Meter. Gleichzeitig fliegen zwei Vögel mit derselben Geschwindigkeit auf den beiden Türmen von der Turmspitze bis zu einem Brunnen zwischen den Türmen.

Ziel der Übung :

Wo befindet sich der Brunnen, wissend dass die Vögel im selben Moment landen ?



- 1) Zeichne eine Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

- 2) Vermute die Position des Brunnens mit Hilfe der Figur.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

- 3) a) Schreibe eine Gleichung mit einer Unbekannten auf, um deine Vermutung zu beweisen.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

- b) Löse diese Gleichung.

Schriftliche Arbeit :

- Konstruktion einer dynamischen Figur, mit derer man die Position des Brunnens vermuten kann.
- Beweis dieser Vermutung.

G7 – Périmètres- Aires & Volumes

Egalité d'aires

Objectif : Trouver les positions d'un point correspondant à l'égalité de 2 aires.



Énoncé :

On considère un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 8$ et $AD = 10$. Pour tout point M du segment $[AB]$, on considère le point J du segment $[AD]$ et le point I tels que $AMIJ$ soit un carré.

On appelle H le point d'intersection des droites (IJ) et (BC) et K le point d'intersection des droites (MI) et (CD) .

Le but de l'exercice est de chercher les positions du point M pour lesquelles la somme des aires des quadrilatères $AMIJ$ et $CKIH$ soit égale à la moitié de l'aire du rectangle $ABCD$.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, faire une figure.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

2. Faire afficher les distances AM , IH et IK ainsi que les aires des quadrilatères $AMIJ$ et $CKIH$.

Faire varier le point M sur le segment $[AB]$ et faire une conjecture sur les positions du point M qui semblent convenir au problème.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure et de la conjecture.

3. On note x la longueur du segment $[AM]$.

(a) Exprimer en fonction de x l'aire du carré $AMIJ$.

(b) Quelle est la nature du quadrilatère $CKIH$. Exprimer son aire en fonction de x .

(c) Traduire le problème par une équation d'inconnue x .

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

(d) Montrer que cette équation s'écrit $(x - 4)(x - 5) = 0$ et vérifier la conjecture faite au 2.

Production demandée

– Construction d'une figure dynamique permettant de réaliser une conjecture sur la position du point M .

– Mise en équation du problème.

– Résolution de l'équation de l'équation en 3 (d)

Flächengleichheit



Textaufgabe :

Sei ABCD ein Rechteck so, dass $AB=8$ und $AD=10$.

M ist ein beliebiger Punkt der Strecke [AB]. J liegt auf [AD] und I ist ein Punkt der Ebene so, dass AMIJ ein Quadrat bildet.

H ist der Schnittpunkt von den Geraden (IJ) und (BC).

K ist der Schnittpunkt von den Geraden (MI) und (CD).

Das Ziel dieser Übung ist die Lage des Punkts M herauszufinden so, dass die Summe der Flächeninhalte der Vierecke AMIJ und CKIH gleich die Hälfte des Flächeninhalts des Rechtecks ABCD ist.

1. Zeichne eine Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.

Rufe den Prüfer auf, um zu überprüfen

2. Zeige die Längen AM, IH und IK an, so wie die Flächeninhalte der Vierecke AMIJ und CKIH.

Bewege den Punkt M auf der Strecke [AB]. Was kannst du über die Lagen des Punktes M, die dem Ziel der Aufgabe entsprechen, vermuten?

Rufe den Prüfer auf, um zu überprüfen

3. Sei x die Länge der Strecke [AM].

- a. Drücke den Flächeninhalt des Quadrats AMIJ in Abhängigkeit von x aus.
- b. Was ist CKIH für ein Viereck? Drücke seinen Flächeninhalt in Abhängigkeit von x aus.
- c. Setze die Aufgabe in eine Gleichung mit der Unbekannten x um.

Rufe den Prüfer auf, um zu überprüfen

- d. Beweise, dass man diese Gleichung auch $(x - 4)(x - 5)=0$ schreiben kann.
Prüfe deine Vermutung nach

Disque et carré

Objectif : Trouver une valeur approchée de la diagonale d'un carré pour qu'il ait la même aire qu'un disque.



Énoncé :

Soit un segment $[AF]$ de 10 cm de longueur et un point C appartenant à ce segment. On construit un carré $ABCD$ et le disque de centre F et de rayon $[FC]$.

1. Faire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour une vérification

2. À l'aide du logiciel de géométrie dynamique, trouver une valeur approchée de AC pour laquelle le disque et le carré ont la même aire.

Appeler l'examineur pour une vérification

3. On pose $AC = x$.

- (a) Exprimer en fonction de x :
- L'aire du carré $ABCD$
 - L'aire du disque.

Appeler l'examineur pour une vérification

- (b) Vérifier que la valeur trouvée à la question 2 est une solution approchée convenable.

Appeler l'examineur pour une vérification

Kreisfläche und Quadrat



Textaufgabe :

Gegeben sind eine 10 cm lange Strecke $[AF]$ und einen Punkt C , der auf dieser Strecke liegt.

Das Quadrat $ABCD$ und der Kreis mit Mittelpunkt F und Radius $[FC]$ werden gezeichnet.

1. Zeichne die Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen

2. Mit Hilfe der dynamischen geometrischen Software, finde einen Näherungswert von AC , damit der Kreis und das Quadrat denselben Flächeninhalt betragen.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen

3. Man gibt : $AC = x$.

- (a) Drücke als Term mit der Variablen x aus :
- Den Flächeninhalt von $ABCD$
 - Den Flächeninhalt des Kreises.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen

- (b) Prüfe nach, dass der Näherungswert der zweiten Frage eine korrekte Lösung ist.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen

Point intérieur à un triangle

Objectif : Calcul d'une distance à l'aide d'aires.



Énoncé :

Soit ABC un triangle équilatéral de 6 cm de côté.

Soit un point M se trouvant à l'intérieur de ce triangle.

La perpendiculaire au segment $[AB]$ passant par M coupe $[AB]$ en E .

La perpendiculaire au segment $[AC]$ passant par M coupe $[AC]$ en F .

La perpendiculaire au segment $[BC]$ passant par M coupe $[BC]$ en G .

L'objectif de l'exercice est de calculer la somme $ME + MF + MG$.

1. Faire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour une vérification

2. Que peut-on conjecturer sur l'expression $ME + MF + MG$ lorsqu'on déplace le point M ?

Appeler l'examineur pour une vérification

3. (a) Démontrer que l'aire du triangle ABM peut s'écrire $3ME$.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle

- (b) Démontrer que l'aire du triangle ABC peut s'écrire $3 \times (ME + MF + MG)$.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle

- (c) Démontrer que $ME + MF + MG = 3\sqrt{3}$

Appeler l'examineur pour une vérification

Production demandée

- Réalisation du graphique et conjecture de la somme $ME + MF + MG$.
- Expression de l'aire du triangle ABC en fonction de $ME + MF + MG$.

Punkt innerhalb eines Dreiecks



Textaufgabe :

ABC ist ein gleichseitiges Dreieck mit 6 cm Seitenlänge.

M ist ein Punkt innerhalb des Dreiecks.

Die Senkrechte zur Strecke [AB] die durch M geht schneidet [AB] in E.

Die Senkrechte zur Strecke [AC] die durch M geht schneidet [AC] in F.

Die Senkrechte zur Strecke [BC] die durch M geht schneidet [BC] in G.

Das Ziel dieser Übung ist die Summe $ME + MF + MG$ zu berechnen.

1. Zeichne die Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

2. Was kann man über den Ausdruck $ME + MF + MG$ vermuten, wenn man den Punkt M verschiebt ?

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

3. (a) Beweise dass der Flächeninhalt vom Dreieck ABM sich $3ME$ schreiben kann.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

- (b) Beweise dass der Flächeninhalt vom Dreieck ABMC sich $3 \times (ME + MF + MG)$ schreiben kann.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

- (c) Beweise dass $ME + MF + MG = 3\sqrt{3}$

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

Erwartete Arbeit :

- Graphische Herstellung und Vermutung über die Summe $ME + MF + MG$.
- Ausdruck vom Flächeninhalt des Dreiecks ABC gemäß $ME + MF + MG$.

COMPARAISON D'AIRES

Objectif : comparaison d'aires dans un triangle (à l'aide de médianes).



Énoncé :

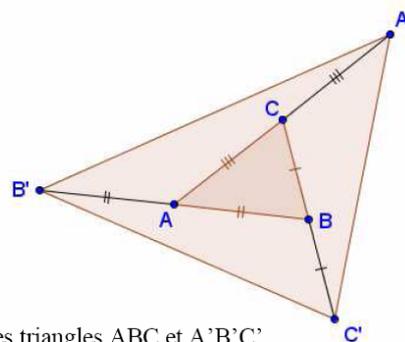
On considère un triangle ABC .

Soit A' le symétrique de A par rapport à C .

Soit B' le symétrique de B par rapport à A .

Soit C' le symétrique de C par rapport à B .

Dans cet exercice, nous allons comparer les aires des triangles ABC et $A'B'C'$.



1. (a) Réaliser une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle

(b) Afficher le rapport des aires des triangles ABC et $A'B'C'$ puis émettre une conjecture sur les aires de ces triangles.

2. Démontrer la propriété suivante :

La médiane d'un triangle partage un triangle en deux triangles de même aire.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle

3. (a) En utilisant cette propriété, démontrer que l'aire du triangle ACC' est le double de celle du triangle ABC puis que les triangles ABC' et $C'AB'$ ont la même aire.

(b) En déduire que les triangles ABC , ABC' et $C'AB'$ ont la même aire.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle

4. En procédant de la même façon, montrer que les triangles ABC , ABC' , $AC'B'$, $AB'C$, $A'B'C$, $A'CB$ et $A'BC'$ ont tous la même aire.

5. Démontrer la conjecture émise à la question 1.(b).

Appeler l'examineur pour une vérification

D'après une épreuve pratique de l'académie de Versailles.

FLÄCHENINHALTE VERGLEICHEN



Textaufgabe :

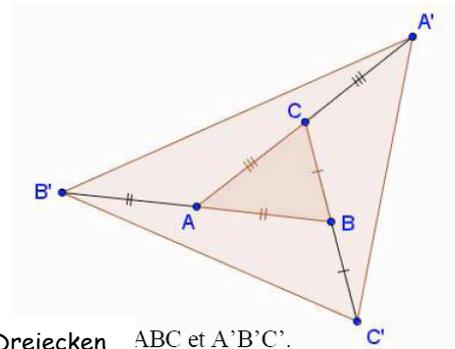
Gegeben ist ein Dreieck ABC.

A' ist der Bildpunkt von A bei der Punktsymmetrie am Punkt C.

B' ist der Bildpunkt von B bei der Punktsymmetrie am Punkt A.

C' ist der Bildpunkt von C bei der Punktsymmetrie am Punkt B.

In dieser Übung werden wir die Flächeninhalte der Dreiecke ABC und A'B'C' vergleichen.



1. (a) Zeichne eine Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

(b) Zeige den Quotient der Flächeninhalten der Dreiecke ABC und A'B'C' auf dem Bildschirm an. Welche Vermutung kann man über die Flächeninhalte dieser Dreiecke vorschlagen ?

2. Beweise die folgende Eigenschaft :

Die Seitenhalbierende eines Dreiecks teilt ein Dreieck in zwei Dreiecke mit dem gleichen Flächeninhalt.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

3. (a) Mit Hilfe dieser Eigenschaft, beweise, dass der Flächeninhalt des Dreiecks ACC' zwei Mal größer als der Flächeninhalt des Dreiecks ABC und, dass die Dreiecke ABC' und C'AB' den gleichen Flächeninhalt haben.

(b) Schließe daraus, dass die Dreiecke ABC, ABC' und C'AB' den gleichen Flächeninhalt haben.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

4. Mit dem gleichen Verfahren, beweise, dass alle Dreiecke ABC, ABC', AC'B', AB'C, A'B'C, A'CB und A'BC' den gleichen Flächeninhalten haben.

5. Beweise die Vermutung der Frage 1.(b).

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

Der « Dreikreis » von Mohr

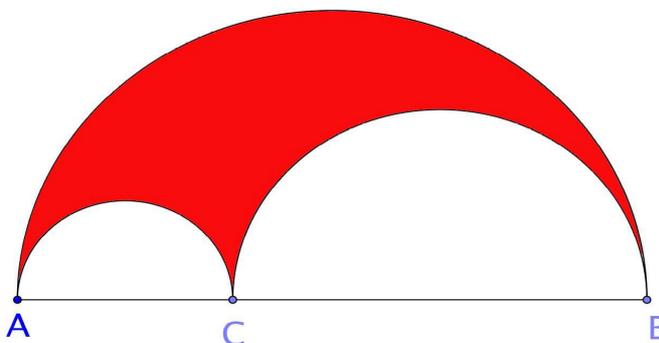
Objectif : Conjecture et démonstration : périmètre constant de la figure composée de trois demi-cercles



Énoncé :

On considère un segment $[AB]$ tel que $AB = 10$ cm et un point C quelconque du segment $[AB]$.

Soient C_1 le demi-cercle de diamètre $[AB]$, C_2 le demi-cercle de diamètre $[AC]$ et C_3 le demi-cercle de diamètre $[CB]$.



Dans cet exercice, nous nous intéresserons au périmètre de la figure coloriée.

1. Réaliser une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique et afficher le périmètre de la figure coloriée.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

2. Déplacer le point C puis faire une conjecture sur le périmètre de la figure coloriée.

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

3. Démontrer la conjecture émise.

Indication : On pourra poser $AC = x$.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

Production demandée :

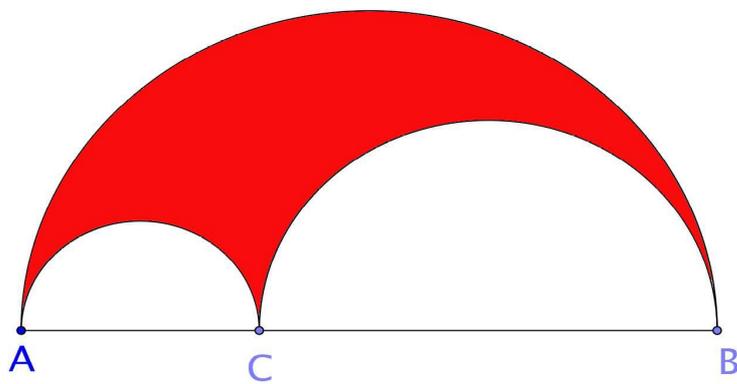
- Une figure dynamique permettant de faire une conjecture sur le périmètre de la figure.
- La démonstration complète de la conjecture émise.

Der « Dreikreis » von Mohr



Textaufgabe :

Sei $[AB]$ eine Strecke so dass $AB=10\text{cm}$ und C ein beliebiger Punkt auf $[AB]$. Sei K_1 der Halbkreis mit dem Durchmesser $[AB]$, K_2 der Halbkreis mit dem Durchmesser $[AC]$, K_3 der Halbkreis mit dem Durchmesser $[BC]$.



Wir interessieren uns an dem Umfang der gefärbten Figur.

- 1) Zeichne eine Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software und zeige den Umfang der gefärbten Figur an.

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen

- 2) Bewege den Punkt C . Was kannst du über den Umfang der gefärbten Figur vermuten?

Rufe den Prüfer auf um deine Vermutung zu überprüfen

- 3) Beweise deine Vermutung.

Hinweis: Wir nehmen an dass $AC = x$

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen oder für eine Nachhilfe

Erwartete Arbeit:

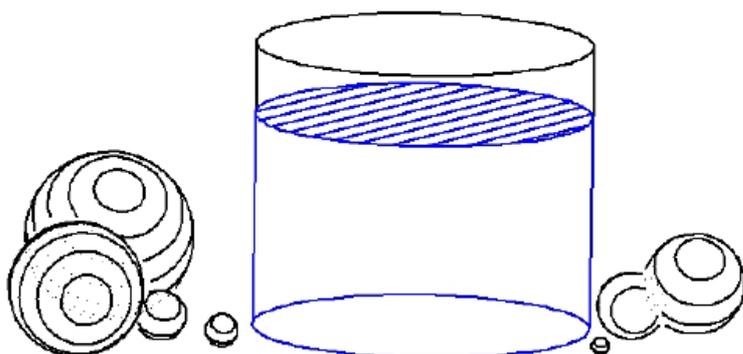
- eine dynamische Figur, die eine Vermutung über den Umfang der gefärbten Figur ermöglicht
- die ganze Beweisführung der Vermutung.

UN VERRE... DES BILLES

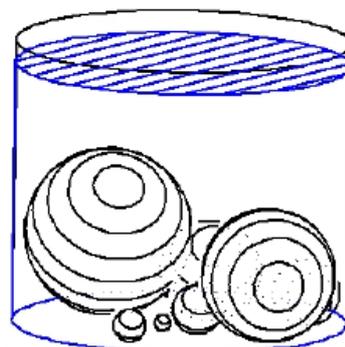
Objectif : Comparaison de volumes de boules et cylindres grâce à un tableur.



Énoncé :



Le verre cylindrique et quelques billes



Des billes dans le verre

On considère un récipient cylindrique de 30 mm de rayon et de 58 mm de hauteur.
On possède une série de 30 billes : la première bille a un rayon de 1 mm, la seconde de 2 mm, etc.

La dernière bille a un rayon 30 mm.

Le verre est rempli d'eau jusqu'à une hauteur de 50 mm.

1. À l'aide du tableur, calculer le volume de chacune des 30 billes.

Appeler l'examineur et lui montrer la formule saisie et les valeurs obtenues.

2. À partir du tableau de valeurs obtenu, trouver quelle est la plus grande bille que l'on peut mettre dans le verre sans faire déborder l'eau.

Appeler l'examineur pour vérification.

3. On dépose maintenant une par une les billes dans le verre, dans l'ordre croissant de leur rayon et on les laisse dans le verre. On suppose que les billes ne s'empilent pas à la verticale en une colonne mais qu'elles tombent au fond du verre en occupant l'espace disponible.
Trouver à l'aide du tableur, à partir de quelle bille l'eau devrait déborder du verre.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

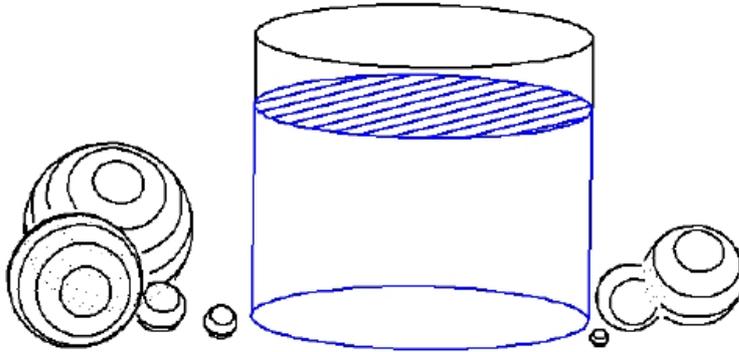
Production demandée

- Construction d'un tableau de valeurs.
- Raisonnement explicite.

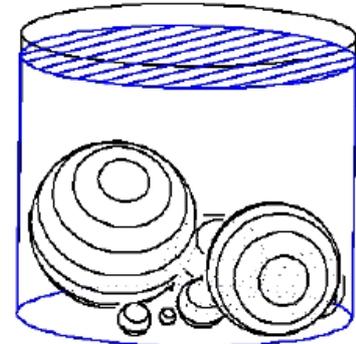
GLAS UND MURMELN



Sachaufgabe:



Das zylindrische Glas und einige Murmeln



Murmeln im Glas

Ein zylindrisches Glas ist 58 mm hoch und sein Radius ist 30 mm lang.
Wir besitzen 30 Murmeln: der Radius der Ersten ist 1 mm, der Radius der Zweiten ist 2 mm, usw.
Der Radius der letzten Murmel ist 30 mm.
Die Höhe des Wassers im Glas ist 50 mm.

1. Berechne mit Hilfe des Tabellenkalkulationsprogramms den Rauminhalt jeder der 30 Murmeln.

Rufe den Prüfer auf, zeige ihm die eingegebene Formel und die Werte, die du erhältst.

2. Finde die größte Murmel, die man in das Glas absetzen kann, ohne dass das Wasser über den Rand fließt. Benutze dafür die erhaltene Wertetabelle.

Rufe den Prüfer auf um zu überprüfen.

3. Man legt die Murmeln nacheinander in das Glas ihrer Größe nach, von der kleinsten zur größten und man lässt sie im Glas drin. Die Murmeln bleiben nicht aufeinander stehen. Man nimmt an, dass sie den ganzen leeren Raum benutzen.

Bestimme anhand des Tabellenkalkulationsprogramms, ab welcher Murmel das Wasser überfließen wird.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

Erwartete Arbeit

- Eine Wertetabelle herstellen.
- Lösungsweg erläutern.

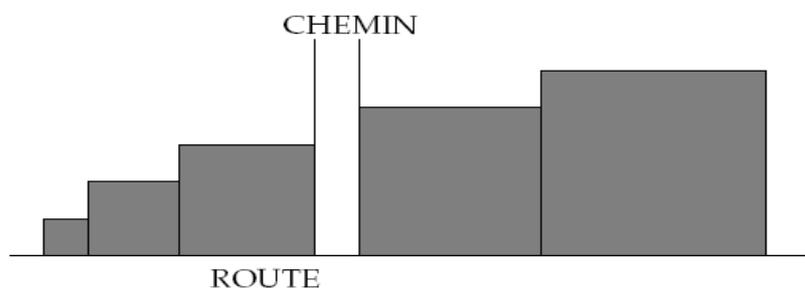
Héritage

Objectif : déterminer à l'aide d'un tableur les dimensions de terrains telles que les aires de part et d'autre du chemin soient égales.



Énoncé :

Deux frères ont hérité de cinq terrains carrés dont les côtés ont pour longueurs cinq nombres entiers consécutifs. Les terrains sont disposés le long d'une route en deux groupes : les trois plus « petits » d'un côté d'un chemin et les deux plus « grands » de l'autre côté du chemin comme sur la figure ci-dessous.



Le but de l'exercice est de déterminer les dimensions des terrains telles que les aires de part et d'autre du chemin soient égales.

1. On note n la longueur du côté du troisième carré. En utilisant un tableur, calculer les longueurs des côtés des terrains et leurs aires pour n variant de 3 à 20.

Appeler l'examineur pour une vérification des résultats obtenus

2. Pour chaque valeur de n , calculer, à l'aide du tableur, les aires qu'on veut rendre égales et faire une conjecture.

Appeler l'examineur pour une vérification des résultats obtenus et de la conjecture

3. (a) Exprimer, en fonction de n , les aires des terrains de part et d'autre du chemin.
(b) En déduire une équation que n doit vérifier pour que la condition d'égalité d'aires souhaitée soit réalisée.
(c) Résoudre cette équation et vérifier la conjecture émise au 2.

Appeler l'examineur pour une vérification des résultats obtenus

Production demandée

- Construction d'un tableau de valeurs.
- Résolution de l'équation à la question 3(b).

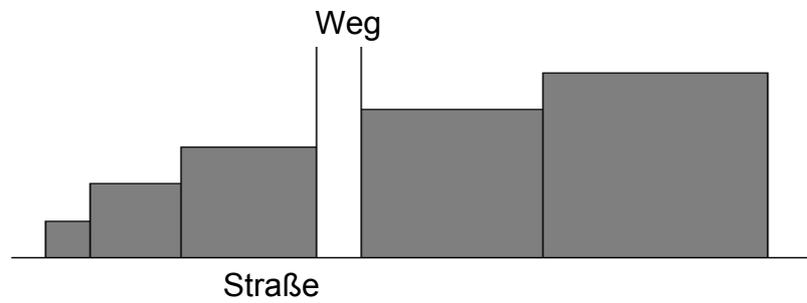
D'après une épreuve pratique de l'Académie de Versailles

Erbung



Textaufgabe :

Zwei Brüder haben fünf Quadratischen Grundstücke geerbt. Die Seitenlängen dieser Quadraten sind fünf aufeinanderfolgende ganze Zahlen. Die Grundstücke sind längs einer Straße in den zwei Gruppen geteilt: die drei "kleineren" auf einer Seite und zwei weitere "große" auf der anderen Seite des Wegs, wie unten gezeigt.



Der Zweck dieser Übung ist, die Dimensionen des Grundstücke zu bestimmen, so dass die Flächen beider Seiten des Wegs gleich sind.

1. Die variable n ist die Seitenlänge des dritten Quadrats. Verwende einen Tabellenkalkulationsprogramm, berechne die Seitenlänge und die Flächeninhalt der Grundstücke für n von 3 bis 20.

Rufe den Prüfer

2. Berechne (für jeden Wert von n) mit dem Tabellenkalkulationsprogramm, die Flächeninhalte die gleichwertig sein sollten. Schreibe eine Vermutung.

Rufe den Prüfer

3. a) Schreibe, für jede Seite des Wegs, die Flächeninhalte in Abhängigkeit von n .

b) Schreibe eine Gleichung in n so dass die Flächeninhalte beiderseits des Wegs gleich sind.

c) Löse diese Gleichung, und überprüfe die Vermutung der Frage 2.

Rufe den Prüfer

Verlangte Arbeit

- Eine Wertetabelle erstellen
- Lösung der Gleichung, Frage 3(b).

D'après une épreuve pratique de l'Académie de Versailles

Un quadrilatère fait le mur !

Objectif : trouver un lieu géométrique et démontrer le résultat en utilisant les formules d'aires.



Énoncé :

Sur un mur rectangulaire, on veut peindre un motif de la forme d'un quadrilatère. On souhaite que l'aire du motif soit égale à la moitié de l'aire du mur.

Le mur est représenté par un rectangle ABCD et le motif par un quadrilatère EMFN tel que :

- le point E est un point fixe du segment [AB], plus proche de A que de B ;
- le point M est un point du segment [BC] ;
- le point F est un point fixe du segment [CD], plus proche de C que de D ;
- le point N est un point du segment [DA].

1. Réaliser une figure en utilisant un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

2. Faire afficher l'aire du rectangle ABCD et l'aire du quadrilatère EMFN.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

3. En faisant varier la position des points M et N sur les côtés du rectangle ABCD, trouver une position pour ces deux points telle que l'aire du quadrilatère EMFN soit égale à la moitié de celle du rectangle ABCD.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

4. Démontrer le résultat conjecturé.

Production demandée

- Une figure dynamique permettant de faire une conjecture sur la position des points M et N.
- La démonstration de la conjecture établie à la question 3.

Ein Viereck will raus !



Énoncé :

Auf einer rechwinkligen Mauer möchten wir eine viereckige Figur malen. Der Flächeninhalt des Vierecks soll halb so groß wie den Flächeninhalt der Mauer sein. Die Mauer wird durch ein Rechteck ABCD bezeichnet und die gemalte Figur durch ein Viereck EMFN so, dass:

- der Punkt E ein Fixpunkt auf der Strecke [AB] ist, näher von A als von B;
- der Punkt M ein Fixpunkt der Strecke [BC] ist;
- der Punkt F ein Fixpunkt auf der Strecke [CD] ist, näher von C als von D;
- der Punkt N ein Fixpunkt der Strecke [DA] ist.

1. Konstruiere eine Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen oder um Hilfe zu bieten.

2. Zeige den Flächeninhalt des Rechtecks ABCD und den Flächeninhalt des Vierecks EMFN an.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen oder um Hilfe zu bieten.

3. Bewege die Punkte M und N auf den zugehörigen Seiten des Rechtecks ABCD. Finde eine Stelle für diese zwei Punkte so, dass der Flächeninhalt des Vierecks EMFN halb so groß wie der Flächeninhalt des Rechtecks ABCD ist.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen oder um Hilfe zu bieten.

4. Beweise diese Vermutung.

Erwartete Arbeit

- Konstruktion einer dynamischen Figur, mit deren man Stellen des Punktes M und N bestimmen kann.
- Beweis der Vermutung der Frage 3.

G8 – Cercle et triangle

Promenade sur un cercle

Objectif : Trouver une valeur approchée de la diagonale d'un carré pour qu'il ait la même aire qu'un disque.



Énoncé :

On considère un cercle C de diamètre $[AB]$ et de centre O . M est un point de ce cercle différent de A .

P est le symétrique de A par rapport à M .

La droite perpendiculaire à (AM) passant par P coupe (AB) en H .

1. Faire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour une vérification.

2. Que peut-on conjecturer sur la position de H lorsqu'on déplace le point M sur le cercle.
Sur quelle courbe semble être le point P lorsque le point M décrit le cercle C ?

Appeler l'examineur pour une vérification.

3. (a) Quelle est la nature du triangle ABM ?
(b) Démontrer les conjectures établies dans la question 2.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

Wanderung auf einem Kreis



Textaufgabe :

Gegeben ist ein Kreis C mit Durchmesser $[AB]$ und Mittelpunkt O . M liegt auf dem Kreis, verschieden von A .

P ist der Bildpunkt von A an M .

Die Senkrechte zu (AM) durch P schneidet (AB) in H .

1. Zeichne die Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

2. Was kann man für H vermuten, wenn M auf dem Kreis verschoben wird.
Auf welcher Kurve scheint P zu sein, wenn M den Kreis C beschreibt ?

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

3. (a) Wie sieht das Dreieck ABM aus ?
(b) Beweise die Vermutungen der zweiten Frage.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

Détermination d'un lieu géométrique

Objectif : Déterminer un lieu géométrique



Énoncé :

On considère un cercle C de centre O . On considère un point A situé à l'intérieur du cercle C . Soit B un point variable appartenant au cercle C . La corde d'extrémité B passant par A recoupe le cercle au point D . On appelle I le milieu du segment $[BD]$.

BUT : On souhaite préciser la figure F sur laquelle le point I se déplace lorsque le point B parcourt le cercle C .

1. Utiliser un logiciel de géométrie pour faire la figure.

Appeler l'examineur et lui montrer la figure.

2. Que peut-on conjecturer sur les droites (OI) et (AB) ?
3. Sur quelle courbe semble se déplacer le point I lorsque B se déplace sur le cercle C ?

Appeler l'examineur pour vérification des conjectures

4. a) Démontrer la conjecture faite dans la question 2.
b) Démontrer la conjecture faite dans la question 3.

Appeler l'examineur pour vérification.

Eine geometrische Ortlinie ermitteln



Textaufgabe :

Gegeben sind ein Kreis C mit Mittelpunkt O und ein Punkt A innerhalb des Kreises C . Sei B ein Punkt auf dem Kreis C . Die Sehne mit Endpunkt B durch A schneidet den Kreis in D . I ist der Mittelpunkt der Strecke $[BD]$.

Ziel : Was bezeichnet I , wenn B auf dem Kreis C verschoben wird ?

1. Zeichne die Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

2. Was kann man für die Geraden (OI) und (AB) vermuten ?
3. Auf welcher Kurve scheint I zu sein, wenn B auf dem Kreis C verschoben wird?

Rufe den Prüfer auf, um deine Vermutungen zu bestätigen.

4. a) Beweise die Vermutung der zweiten Frage.
b) Beweise die Vermutung der dritten Frage.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen

Un angle droit dans un rectangle

Objectif : Déterminer un lieu géométrique.



Énoncé :

On considère un rectangle ABCD tel que $AB = 2$ cm et $BC = 5$ cm.
M est un point appartenant au segment [BC].

Le but de cet exercice est de trouver des positions du point M pour que le triangle ADM soit rectangle.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, réaliser une figure et conjecturer des positions du point M pour que le triangle ADM soit rectangle.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure et de la conjecture.

2. Démontrer la conjecture émise à la question 1.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

Production demandée

- Construction de la figure.
 - Démonstration de la conjecture établie à la question 1.
-

Ein rechter Winkel in einem Rechteck



Énoncé :

Gegeben ist ein Rechteck ABCD so, dass $AB = 2 \text{ cm}$ und $BC = 5 \text{ cm}$.
Der Punkt M liegt auf der Strecke [BC].

Ziel der Übung : Wo befindet sich der Punkt M so, dass das Dreieck ADM rechtwinklig ist ?

1. Konstruiere eine Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.
Wo befindet sich der Punkt M so, dass das Dreieck ADM rechtwinklig ist.

Rufe der Prüfer auf, um zu bestätigen.

2. Beweise die Vermutung der Frage 1.

Rufe der Prüfer auf, um zu bestätigen oder um Hilfe zu bieten.

Erwartete Arbeit

- Konstruktion der Figur.
- Beweis der Vermutung der Frage 1.

Somme dans un triangle isocèle

Objectif : Somme constante de deux longueurs



Énoncé :

On considère un triangle ABC isocèle en C tel que : $AC=5$, $AB=6$.
Soit M un point appartenant au segment [AB].
La perpendiculaire au segment [AC] passant par M coupe [AC] en J.
La perpendiculaire au segment [BC] passant par M coupe [BC] en K.

L'objectif de l'exercice est de calculer la somme $MJ + MK$.

- 1) Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

- 2) Quelle conjecture peut-on faire sur l'expression $MJ + MK$ lorsqu'on déplace le point M ?

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

- 3) Démonstration de la conjecture :

- a) Calculer l'aire du triangle ABC.
- b) Exprimer l'aire des triangles ACM et BCM en fonction de MJ et MK.
- c) Dédire des deux questions précédentes que $MJ + MK = 4,8$.

Appeler l'examineur pour une vérification.

Längensumme im gleichschenkligen Dreieck



Textaufgabe :

Sei ABC ein Dreieck bei C gleichschenklig, so dass $AC = 5$ und $AB = 6$.

Sei M ein Punkt, der auf $[AB]$ liegt.

Die Senkrechte zu $[AC]$, die durch M verläuft schneidet $[AC]$ in J

Die Senkrechte zu $[BC]$, die durch M verläuft schneidet $[BC]$ in K

Der Ziel dieser Übung ist die Berechnung der Summe $MJ + MK$.

- 1) Zeichne die Figur mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software.

Rufe den Prüfer auf um deine Figur zu bestätigen.

- 2) Was kannst du über den Ausdruck $MJ + MK$ vermuten, wenn du M bewegst?

Rufe den Prüfer auf um deine Vermutung zu bestätigen.

- 3) Beweisführung der Vermutung:

- a) Berechne den Flächeninhalt von ABC
- b) Drücke einen Term auf für die Flächeninhalte von ACM und BCM in Abhängigkeit von MJ und MK .
- c) Schließe mit Hilfe der zwei vorherige Fragen dass $MJ + MK = 4,8$.

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen.

G9 – Distances

Longueur minimale – triangle rectangle

Objectif : déterminer la position d'un point pour trouver une distance minimale, en utilisant la notion de distance d'un point à une droite.



Énoncé :

On considère un triangle ABC rectangle en B et un point M de [AC].

La perpendiculaire à (BC) passant par M coupe [BC] en F.

La perpendiculaire à (BA) passant par M coupe [BA] en E.

Le but de cet exercice est de déterminer la position du point M afin que la longueur EF soit minimale.

1. Faire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie.
2. Faire une conjecture sur la position du point M afin que la longueur EF soit minimale.
3. (a) Que peut-on dire des longueurs EF et BM ? Démontrer ce résultat.
(b) Démontrer le résultat conjecturé à la question 2.

D'après une épreuve pratique de l'académie de Versailles.

Minimale Länge – rechtwinkliges Dreieck



Sachaufgabe :

Gegeben sind ein Dreieck ABC rechtwinklig bei B und ein Punkt M auf $[AC]$.
Die Senkrechte zu (BC) , die durch M geht, schneidet $[BC]$ in F .
Die Senkrechte zu (BA) , die durch M geht, schneidet $[BA]$ in E .
Das Ziel der Übung ist die Stelle vom Punkt M zu bestimmen, so dass die Länge EF minimal ist

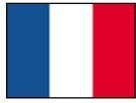
1. Zeichne eine Figur mit Hilfe einer geometrischen Software.
2. Vermute die Stelle vom Punkt M , so dass die Länge EF minimal ist.
3. (a) Was kann man über die Längen EF und BM sagen ? Beweise dieses Ergebnis.
(b) Beweise das vermutete Ergebnis der Frage 2.

Nach einer praktischen Prüfung aus der Académie de Versailles.

G10 – Vecteurs

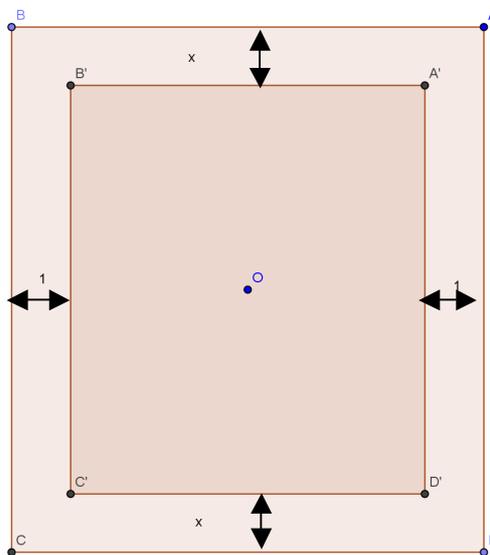
Le bon cadre

Objectif : Conjectures et démonstrations d'alignement de points. (Hyperbole 2009). Ce problème peut être également traité à l'aide du théorème de Thalès dès la 3^e.



Énoncé :

On considère un rectangle dont les cotés mesurent 8 cm et 9 cm. On construit un second rectangle à l'intérieur du premier selon les indications de la figure ci-dessous. O est le centre commun des 2 rectangles.



1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis une telle figure dans laquelle x peut varier.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure.

2. a) Un élève affirme qu'en prenant $x=1$, les points O, A et A' sont alignés. Est-ce vrai ?
b) Les points O, A et A' semblent-ils alignés pour une autre valeur de x ?

Appeler l'examineur pour une vérification.

3. Démontrer par calcul les conjectures faites à la question 2.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

Production demandée :

- Construction de la figure dynamique.
- Conjectures et démonstrations.

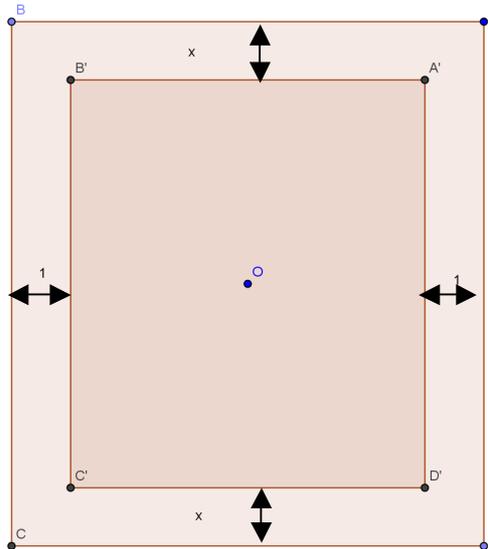
Der richtige Rahmen



Textaufgaben:

Sei $ABCD$ ein Rechteck mit $AB=8\text{cm}$ und $AD=9\text{cm}$.

Ein zweites Rechteck $A'B'C'D'$ wird innerhalb des Ersten gebaut, sodass O das Zentrum der beiden Rechtecke ist, wie auf der folgenden Figur gezeichnet.



1. Zeichne mit Hilfe einer dynamischen geometrischen Software eine solche Figur, wobei x eine Variable ist.

Rufe den Prüfer auf, um die Figur zu überprüfen.

2. a) Ein Schuler behauptet, dass die Punkte O , A und A' auf der selben Geraden liegen. Was hältst du davon?

b) Für welchen Wert von x scheinen die Punkte, auf der selben Geraden zu sein?

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen.

3. Beweise die Vermutungen der Frage 2.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

Erwartete Arbeit :

- Konstruktion der dynamischen Figur.
- Vermutungen und Beweise.

N1 – PGCD et fractions irréductibles

FRACTIONS IRREDUCTIBLES 1

Objectif : Utiliser le PGCD de 2 nombres pour vérifier qu'une fraction est irréductible.



Énoncé :

Dans tout l'énoncé, n est un entier positif ou nul.

1. On pose $A = 2n + 1$ et $B = 9n + 4$

- (a) A l'aide du tableur, effectuer le calcul des nombres A et B ainsi que celui de leur PGCD, pour tous les entiers n compris entre 0 et 50.

Appeler l'examineur pour une vérification du tableau de valeurs.

- b) Quelle conjecture peut-on émettre sur les nombres A et B ?

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

- (c) Que peut-on en déduire pour la fraction $Q_1 = \frac{2n + 1}{9n + 4}$?

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

2. On s'intéresse désormais à la fraction $Q_2 = \frac{n^2 + 6}{n + 1}$.

- (a) Modifier les expressions de A et B dans la feuille de calcul précédente, afin de lister les valeurs de n comprises entre 0 et 50 pour lesquelles la fraction Q_2 n'est pas irréductible.

- (b) Suivant les valeurs de n , par quels nombres la fraction Q_2 semble pouvoir se simplifier ?

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

3-Examiner le cas de la fraction $Q_3 = \frac{2n + 8}{3n + 15}$.

Appeler l'examineur pour une vérification.

vollständig gekürzter Bruch 1



Textaufgabe :

In der ganzen Übung ist n eine ganze Zahl, positiv oder gleich Null.

1. Gegeben sind $A = 2n + 1$ und $B = 9n + 4$

(a) Mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms, berechne für alle ganze Zahlen n zwischen 0 und 50, die Zahlen A, B und den ggT von A und B.

Rufe den Prüfer auf um deine Werttabelle zu überprüfen.

(b) Was kannst du über die Zahlen A und B vermuten ?

Rufe den Prüfer auf um deine Vermutung zu bestätigen.

(c) Was kannst du über den Bruch $Q_1 = \frac{2n + 1}{9n + 4}$ daraus schließen ?

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen oder für eine Nachhilfe

2. Jetzt wird der Bruch $Q_2 = \frac{n^2 + 6}{n + 1}$ gegeben.

(a) Ändere die Ausdrücke von A und B im vorigen Tabellenkalkulationsprogrammblatt, um die Werte von n zwischen 0 und 50 aufzulisten, damit der Bruch Q_2 nicht vollgekürzt ist.

(b) Je nach den Werte von n , mit welchen Zahlen kann man den Bruch Q_2 kürzen ?

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen oder für eine Nachhilfe

3-Studiere den Bruch $Q_3 = \frac{2n + 8}{3n + 15}$

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen

Fraction irréductible 2

Objectif : déterminer si une fraction est irréductible par le calcul de PGCD



Énoncé :

Dans tout l'énoncé, n est un entier supérieur ou égal à 2.

1. On pose $A = n^2 - 4$ et $B = n^2 + 2n$

(a) A l'aide du tableur, effectuer le calcul des nombres A et B ainsi que celui de leur PGCD, pour tous les entiers n compris entre 2 et 50.

Appeler l'examineur pour une vérification du tableau de valeurs.

(b) Les nombres A et B peuvent-ils être premiers entre eux ?

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

2 (a) Factoriser A et B.

(b) Démontrer la conjecture établie à la question 1 (b).

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

3. La fraction $\frac{n^2 - 4}{n^2 + 2n}$ est-elle irréductible ? Justifier.

Appeler l'examineur pour une vérification.

Production demandée

- La construction d'un tableau de valeurs.
- La démonstration de la conjecture de la question 1 (b).
- Une justification de la question 3.

vollständig gekürzter Bruch 2



Textaufgabe :

Für diese Aufgabe ist n eine Zahl die größer oder gleich 2 ist.

1. Sei $A = n^2 - 4$ und $B = n^2 + 2n$

(a) Mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms, berechne die Zahlen A und B und ihren GGT , für jede ganze Zahl zwischen 2 und 50.

Rufe den Prüfer auf um deine Werttabelle zu überprüfen.

(b) Können die Zahlen A und B Teilerfremde sein?

Rufe den Prüfer auf um deine Vermutung zu bestätigen.

2. (a) Faktorisiere A und B.

b) Beweise deine Vermutung der Frage 1(b).

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen oder für eine Nachhilfe

c) Ist $\frac{n^2 - 4}{n^2 + 2n}$ ein vollständig gekürzter Bruch? Begründe.

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen

Erwartete Arbeit:

- Das Stellen der Werttabelle
- Die Beweisführung der Vermutung der Frage 1.(b)
- Eine Begründung für die Frage (3)

N2 – Programmes de calculs

Programmes de calcul 1

Objectif : Programme de calcul sur tableur



Énoncé :

On considère les programmes de calcul suivants :

Le programme A :

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 2.
- Soustraire 10 au résultat.

Le programme B :

- Choisir un nombre
- Le multiplier par 30,4.
- Soustraire le résultat précédent au carré du nombre choisi au départ.
- Ajouter 127.

On cherche à savoir s'il existe des valeurs pour lesquelles ces deux programmes de calcul donnent le même résultat.

1- a) Quel résultat donne le programme A si le nombre choisi est 2 ?
Et le programme B ?

b) Mêmes questions si le nombre choisi est 3.

Appeler l'examineur pour une vérification et une aide éventuelle.

2- A l'aide du tableur, effectuer chacun des deux programmes A et B pour quelques valeurs entières différentes.
Ces résultats permettent-ils de donner une première réponse au problème ?
Expliquer.

Appeler l'examineur pour une vérification du tableau de valeurs.

3- a) Compléter le tableau en effectuant chacun des programmes A et B pour des nombres compris entre 0 et 50. En observant attentivement, conjecturer une deuxième valeur possible pour laquelle les programmes A et B donnent le même résultat.

b) Cette deuxième valeur est-elle une valeur exacte ou approchée au problème ?

Appeler l'examineur pour une vérification de la conjecture.

c) Vérifier par le calcul que les deux valeurs conjecturées donnent le même résultat pour les deux programmes A et B

Appeler l'examineur pour une vérification.

Rechenprogramm 1



Textaufgaben:

Hier sind zwei Rechenprogramme:

Rechenprogramm A :
- Denke dir eine Zahl.
- Multipliziere sie mit 2.
- Subtrahiere 10 vom Ergebnis.

Rechenprogramm B :
- Denke dir eine Zahl.
- Multipliziere sie mit 30,4.
- Subtrahiere dieses Ergebnis vom Quadrat der gedachten Zahl.
- Addiere 127 zum Ergebnis.

Wir stellen uns folgende Frage: „Gibt es Zahl, für die das Ergebnis der Rechenprogramme A und B das gleiche Ergebnis entsteht.“

- a) Führe das Rechenprogramm A für die Zahl 2 aus.
Führe das Rechenprogramm B für die Zahl 2 aus.
b) Führe jetzt die Rechenprogramme A und B für die Zahl 3 aus.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

- 2- Mit einem Tabellenkalkulationsprogramm, führe diese zwei Rechenprogramme für verschiedene ganze Zahlen aus.
Zum welchen Schluss kommst du mit diesen verschiedenen Ergebnisse?
Begründe deine Antwort.

Rufe den Prüfer auf um deine Werttabelle zu überprüfen.

- 3- a) Mit einem Tabellenkalkulationsprogramm, führe diese zwei Rechenprogrammen für jede ganze Zahl zwischen 0 und 50.
Beobachte und vermute eine zweite Lösung zu der Textaufgabe.

- b) Ist diese zweite Zahl eine genauere oder näherungsweise Lösung?

Rufe den Prüfer auf um deine Vermutung zu bestätigen.

- c) Beweise rechnerisch, dass die zwei gefundene Lösungen die gleiche Ergebnisse für die zwei Rechenprogramme geben.

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen

Programmes de calcul 2

Objectif : Programme de calcul sur tableur

Énoncé :

On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme A :

- Choisir un nombre
- Soustraire 5
- Calculer le carré du résultat obtenu
- Multiplier le tout par 2

Programme B :

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Multiplier le résultat par 2
- Soustraire au résultat le produit de 20 par le nombre de départ
- Ajouter cinquante

- 1- a) Quel résultat donne le programme A si le nombre choisi est 10 ? Même question pour le programme B ?
b) Mêmes questions si on choisit le nombre 50.
- 2- a) A l'aide d'un tableur, calculer les résultats donnés par le programme A pour tous les nombres entiers compris entre 0 et 50. Calculer pour ces mêmes nombres les résultats donnés par le programme B.

Appeler l'examineur pour une vérification de la feuille de calcul.

b) En observant les résultats des programmes A et B, quelle conjecture peut-on faire ?

- 3- Si on appelle x le nombre choisi au départ, exprimer en fonction de x le nombre obtenu à la fin du programme A. Faire de même pour le programme de calcul B.

Appeler l'examineur et lui montrer les formules trouvées.

- 4- Démontrer la conjecture établie à la question 2 b).

Appeler l'examineur pour une vérification.

Production demandée

- La réalisation de tableaux de valeurs.
- La démonstration de la conjecture établie à la question 2 b).

Rechenprogramm 2



Textaufgabe :

Wir betrachten folgende Rechnungsprogramme

Programm A :	Programm B :
<ul style="list-style-type: none">- Wähle eine Zahl aus- Subtrahiere 5- Berechne das Quadrat vom Ergebnis- Multipliziere das Ganze mit 2	<ul style="list-style-type: none">- Wähle eine Zahl aus- Berechne ihr Quadrat- Multipliziere das Ergebnis mit 2- Subtrahiere vom Ergebnis das Produkt von 20 mit deine ausgewählten Zahl,- Addiere fünfzig

1- a)) Führe das Rechenprogramm A für die Zahl 10 aus..
Selbe Frage mit dem Programm B?

b) Selbe Fragen wenn man die Zahl 50 auswählt.

2- a) Berechne, mit einem Tabellenkalkulationsprogramm, die Ergebnisse durch das Programm A für jede ganze Zahlen zwischen 0 und 50.
Berechne, für dieselben Zahlen die Ergebnisse durch das Programm B.

Rufe den Prüfer auf um deine Werttabelle zu überprüfen.

b) Beobachte die Ergebnisse der Programmen A und B. Welche Vermutung kannst du machen ?

3- Wenn x die erste ausgewählte Zahl ist, drücke das Ergebnis des Programms A in Abhängigkeit von x aus.
Die gleiche Frage mit dem Programm B.

Rufe den Prüfer auf, um zu bestätigen und für eine eventuelle Hilfe.

4- Beweise die Vermutung der Frage 2 (b).

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen

Verlangte Arbeit

- Eine Wertetabelle erstellen
- Der Beweis der Vermutung der Frage 2)b)

N3 – Probabilités et statistiques

Pile ou face

Objectif : Simuler à l'aide d'un tableur des lancers de pièce et calculer des fréquences.



Énoncé :

On se propose de simuler avec le tableur les lancers successifs d'une pièce de monnaie et de calculer les fréquences d'apparition de « Pile » et de « Face ». On considère que l'affichage par le tableur d'un « 0 » correspond à « Pile » et que l'affichage d'un « 1 » correspond à « Face ».

1. Dans la colonne A du tableur, simuler 20 lancers successifs d'une pièce de monnaie et calculer la fréquence d'apparition de « Face ».

Appeler l'examineur pour une vérification de la feuille de calcul.

2. Prolonger la colonne A pour simuler 70 lancers successifs d'une pièce de monnaie.
 - (a) Dans une colonne voisine, calculer l'effectif de l'apparition de « Face » puis la fréquence de l'apparition de « Face ».
 - (b) Effectuer plusieurs autres simulations de 70 lancers et noter les fréquences obtenues.

Appeler l'examineur pour une vérification de la feuille de calcul.

3. Prolonger la colonne A pour effectuer des nombres de plus en plus grands de lancers.
 - (a) Recopier et compléter un tableau du même type :

Nombre de lancers			...
Fréquence d'apparition de « Face »			...

- (b) Que constate-t-on lorsque le nombre de lancers augmente.
- (c) Expliquer pourquoi ce résultat était prévisible.

Appeler l'examineur pour une vérification.

Aides techniques :

- La formule ALEA.ENTRE.BORNES(0;1) affiche de façon aléatoire un « 0 » ou un « 1 ».
- Appuyer sur la touche F9 sous Excel (MAJ+Ctrl+F9 sous OpenOffice) permet d'effectuer une nouvelle simulation.

Kopf oder Zahl



Sachaufgabe:

Man möchte ein Münzwurfspiel mit dem Tabellenkalkulationsprogramm simulieren. Man wirft mehrmals eine Münze und berechnet die relative Häufigkeiten des Aufkommens von „Kopf“ und von „Zahl“.

Im Programm schreiben wir „0“ für „Zahl“ und „1“ für „Kopf“.

1. Eine Münze wird 20 Mal nacheinander geworfen. Simuliere in der Spalte A des Programms diese 20 Würfe und berechne die Aufkommenshäufigkeiten von „Kopf“.

Rufe den Prüfer auf um deine Werttabelle zu überprüfen.

2. Verlängere die Spalte A um diesmal 70 Münzwürfe zu simulieren.
 - (a) Berechne in eine andere Spalte die absolute Häufigkeit von „Kopf“, und dann die relative Häufigkeit von „Kopf“.
 - (b) Führe mehrere andere Simulationen von 70 Münzwürfe aus und schreibe die erhaltene relative Häufigkeiten auf.

Rufe den Prüfer auf um deine Werttabelle zu überprüfen.

3. Verlängere die Spalte A um größere Anzahl von Würfe zu simulieren.
 - (a) Schreibe folgende Tabelle ab und ergänze sie:

Anzahl der Münzwürfe			...
Relative Häufigkeit von „Kopf“			...

- (b) Was stellst du fest, wenn die Anzahl der Münzwürfe zahlreicher wird?
- (c) Erkläre, warum man dieses Ergebnis voraussehen konnte.

Rufe den Prüfer auf um zu bestätigen

Technische Hinweise:

- Die Formel `ALEA.ENTRE.BORNES(0;1)` zeigt zufällig eine „0“ oder eine „1“.
- Drücke in Excel auf die Taste F9 (in Openoffice auf `MAJ+Ctrl+F9`), damit du eine neue Simulation erhältst.

