

Thema Nr.9

WAHRSCHEINLICHKEIT

Erinnere dich...

Zufallsexperiment

Ein Experiment, bei dem verschiedene Ergebnisse möglich sind und bei dem das Ergebnis nur vom Zufall abhängt heißt Zufallsexperiment.

Beispiele :

- Werfen einer Münze mit den möglichen Ergebnissen « Wappen » oder « Zahl »
Merke : in Süddeutschland heißt es «Kopf» oder « Zahl »
- Würfeln eines Würfels mit den möglichen Ergebnissen « Augenzahl 1 » bis « Augenzahl 6 »
- Ziehen von 10 Karten aus einem Kartenspiel und Notieren der Anzahl der Asse.

Absolute Häufigkeit – relative Häufigkeit – Wahrscheinlichkeit

Beispiel :

- 1) Jeder Schüler wirft 100 mal einen Würfel und fasst die Ergebnisse in einer Tabelle zusammen :

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Absolute Häufigkeit						
Relative Häufigkeit						

- 2) Jetzt werden die Ergebnisse der gesamten Klasse in einer Tabelle zusammengefasst. Was fällt dir auf ?

Der Ausgang jeder einzelnen Durchführung eines Zufallsexperimentes ist rein zufällig und nicht vorhersehbar.
Jedoch nähern sich (bei jeder Erneuerung des Zufallsexperimentes mehr) die relativen Häufigkeiten einem festen Wert, der Wahrscheinlichkeit genannt wird.

Zum Knobeln und Staunen :

Der Lehrer steckt in einen Beutel mehrere Murmeln zweier verschiedenener Farben, die blind nicht voneinander zu unterscheiden sind.

Er gibt den Schülern nur die gesamte Anzahl der Murmeln an.

Jeder Schüler muss dann mehrmals aus dem Beutel eine Murmel blind ziehen.

Die Ergebnisse der gesamten Klasse werden in einer Tabelle zusammengefasst.

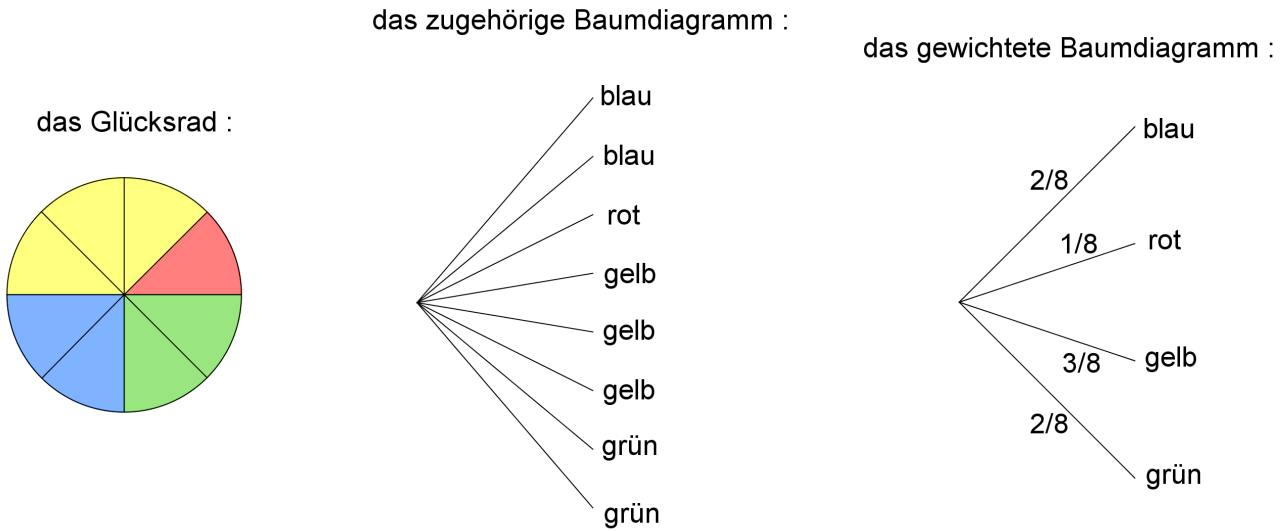
Findest du die Zusammensetzung des Murmelbeutels ?

Baumdiagramm

Ergebnisse kann man in **Baumdiagrammen** übersichtlich zusammenfassen und auswerten.

Beispiel :

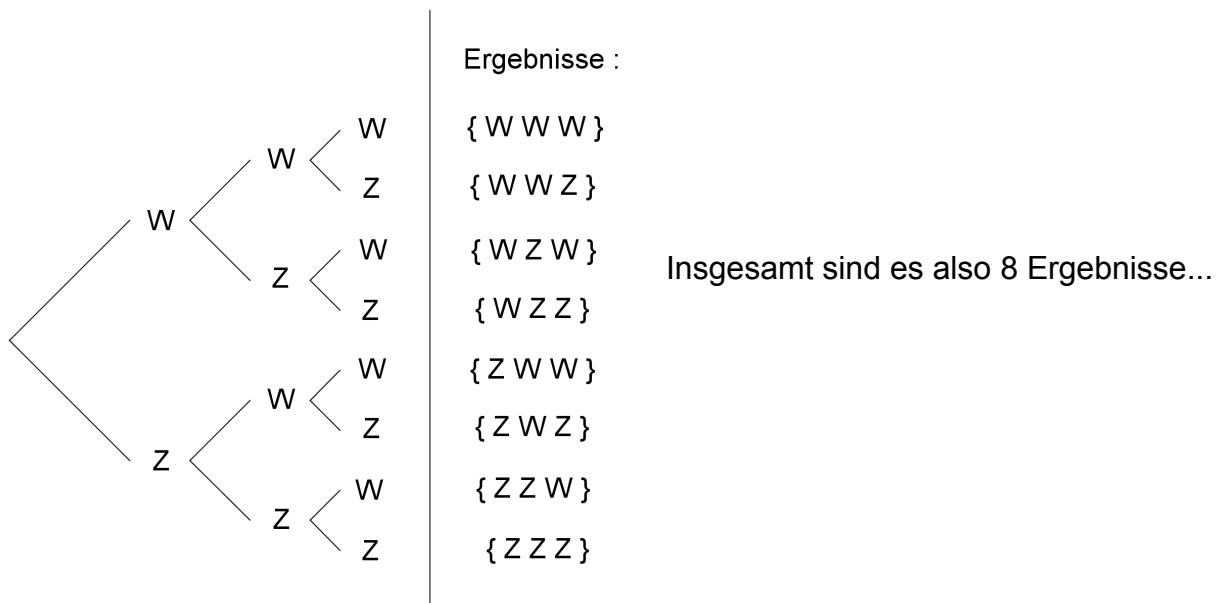
Beim Drehen des Glücksrads gibt es 4 mögliche Ergebnisse :



Ein **Baumdiagramm** ermöglicht es, alle Ergebnisse eines Zufallsexperimentes übersichtlich zusammenzufassen : in einem Baumdiagramm findet man alle Ergebnisse, indem man alle Pfade durchläuft.

Beispiel :

Beim dreimaligen Münzwurf, kann man die Ergebnisse folgendermaße erfassen (das Ergebnis « Zahl » wird mit Z und das Ergebnis « Wappen » wird mit W bezeichnet) :



Ereignis

Ein Ereignis besteht aus mehreren Ergebnissen eines Zufallsexperiment

Beispiel :

Es wird ein Würfel geworfen.

Uns interessiert das Ereignis E : « die Augenzahl ist eine Primzahl »

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit P(E) ?

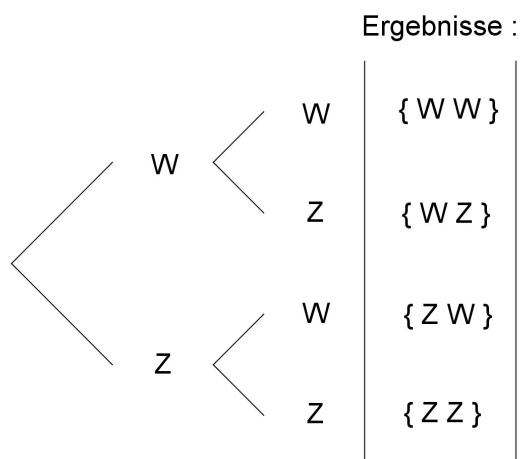
$$P(E) = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Zweistufiges Zufallsexperiment

Eine Münze wird zwei Mal nacheinander geworfen.

Uns interessiert das Ereignis E : « Wappen kommt mindestens ein Mal vor »

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit P(E) ?



Die Wahrscheinlichkeiten sind folgende :

$$P(WW) = P(W) \times P(W) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(WZ) = P(W) \times P(Z) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(ZW) = P(Z) \times P(W) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(ZZ) = P(Z) \times P(Z) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Also gilt } P(E) = P(WW) + P(WZ) + P(ZW) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Ein paar Übungen...

Übung 1

Gib für folgende Ereignisse die Ergebnisse an, die sie erfüllen!

Zufallsexperiment	Ereignis	Ergebnisse
Ziehen von einer Karte aus einem Kartenspiel	« es wird ein Ass gezogen »	
Würfeln mit einem Würfel	« eine durch 3 teilbare Zahl erhalten »	
Würfeln mit zwei Würfeln	« die Augensumme ist 6 »	

Übung 2

Beim „Mensch-ärgere-dich-nicht“ Spiel, darf man zu Beginn dreimal würfeln, um eine Sechs zu bekommen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine Sechs zu würfeln beim:

ersten Wurf ?

zweiten Wurf ?

dritten Wurf ?



Ein Schaltjahr hat 366 Tage !

Übung 3

Nimm an, dass alle Tage des Jahres als mögliche Geburtstage gleich wahrscheinlich sind. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass jemand, der nicht in einem Schaltjahr geboren ist,

- am 12. Januar,
- im März,
- am 29. Februar, Geburtstag hat

Übung 4

Sophie würfelt mit einem (regelmäßigen) Ikosaeder, dessen Seitenflächen mit den Zahlen 1 bis 20 beschriftet sind. Bestimme in jedem Fall die Wahrscheinlichkeit dafür

- eine 3 zu werfen,
- keine 3 zu werfen,
- eine durch 3 teilbare Zahl zu werfen,
- keine Primzahl zu werfen.

Übung 5

Auf jede Fläche eines gewöhnlichen Würfels schreibt man einen Buchstaben des Worts "ORANGE". Gib die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse an:

- 1) Man erhält den Buchstaben R.
- 2) Man erhält einen Buchstaben von dem Wort "ORANGE".
- 3) Man erhält einen Buchstaben von dem Wort "ZITRONE".
- 4) Man erhält einen Buchstaben von dem Wort "KIWI".
- 5) Man erhält einen Vokal.

Übung 6

Man zieht blind eine Karte aus einem Spiel von 32 Karten.

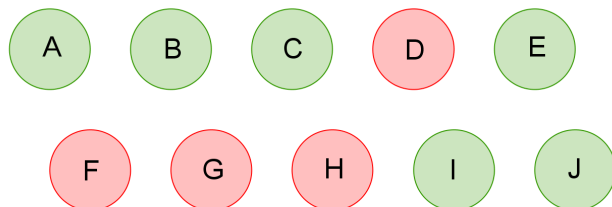
- 1) Wie viele Ergebnisse hat dieses Zufallsexperiment? Sind sie alle gleichwahrscheinlich?
- 2) Gib die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse an :
 - a. die gezogene Karte ist der Herz-Bube.
 - b. die gezogene Karte ist ein Bube.
 - c. die gezogene Karte ist eine Kreuz-Karte.
 - d. die gezogene Karte ist eine rote Karte

Übung 7

Eine Urne enthält folgende Kugeln:

D, F, G und I sind rote Kugeln, die anderen Kugeln sind grün.

Es wird eine Kugel blind gezogen.



1. Fall 1 : man beachtet den Buchstaben, der auf der gezogenen Kugel steht.
 - a. Wie viele Ergebnisse sind es ?
 - b. Sind die Ergebnisse gleichwahrscheinlich ?
 - c. Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse :
 - „die Kugel ist mit C beschriftet“
 - „die Kugel ist mit J beschriftet“
 - „die Kugel ist mit einem Vokal beschriftet“
2. Fall 2 : man beachtet die Farbe der gezogenen Kugel
 - a. Wie viele Ergebnisse sind es ?
 - b. Sind die Ergebnisse gleichwahrscheinlich ?
 - c. Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse :
 - „die Kugel ist rot“
 - „die Kugel ist grün“

Übung 8

Die Schüler der Klasse 9a können als 2. Fremdsprache Englisch, Spanisch oder Russisch lernen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler der Klasse als 2. Fremdsprache Englisch lernt beträgt $\frac{1}{5}$.

1. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler als 2. Fremdsprache eine andere Sprache als Englisch gewählt hat?
2. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler als 2. Fremdsprache Spanisch lernt beträgt $\frac{7}{10}$. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler als 2. Fremdsprache Russisch lernt?
3. In der Klasse 9a sind 30 Schüler. Wie viele Schüler lernen als 2. Fremdsprache Englisch? Spanisch ? Russisch ?

Mit einem Baumdiagramm... mehrstufiges Zufallsexperiment !

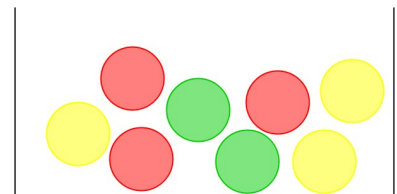
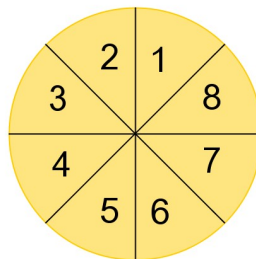
Übung 9

An einer Losbude wird folgendes Spiel vorgeschlagen:

Man dreht ein Glücksrad und wenn der Zeiger auf einer geraden Zahl stehen bleibt, dann darf man aus einer Urne eine Kugel ziehen.

Wenn die Kugel gelb ist, wird gewonnen.

Ermittle die Wahrscheinlichkeit, an diesem Spiel zu gewinnen.



Übung 10

Wirft man Reißnägeln einer bestimmten Sorte, dann tritt Lage "Spitze nach oben" mit Wahrscheinlichkeit 0,4 und Lage "Spitze zur Seite" mit Wahrscheinlichkeit 0,6 auf.

Ein Reißnagel wird dreimal geworfen.



- a) Zeichne das zugehörige Baumdiagramm.
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt das Ergebnis "Kopf / Kopf / Seite" auf ?
- c) Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis "Kopf kommt öfter als Seite" ?
- d) Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis "Nur Kopf oder nur Seite" ?