

DER STRAHLENSATZ UND SEINE UMKEHRUNG

Beweisen, dass zwei Geraden parallel – oder nicht parallel – zueinander sind...

Erinnere dich...

1. Beispiel

Können die Geraden (PR) und (DE) parallel zueinander sein ?

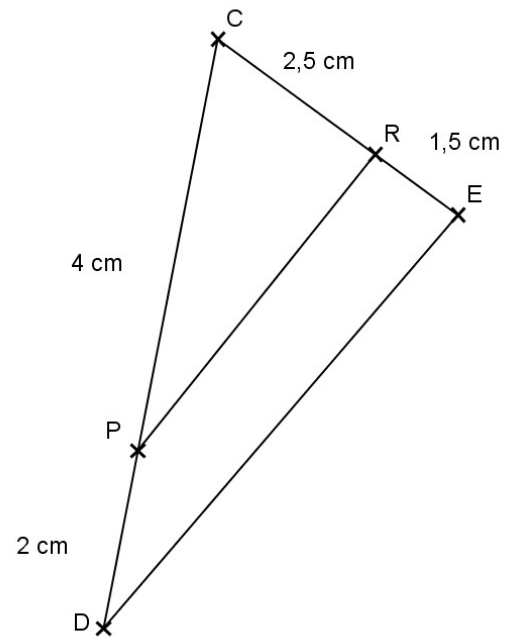
- Ich vergleiche :

$$\frac{CP}{CD} = \frac{4}{6} \quad \text{und} \quad \frac{CR}{CE} = \frac{2,5}{4}$$

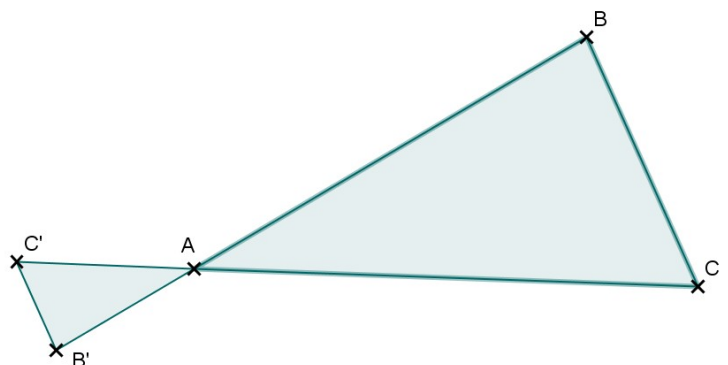
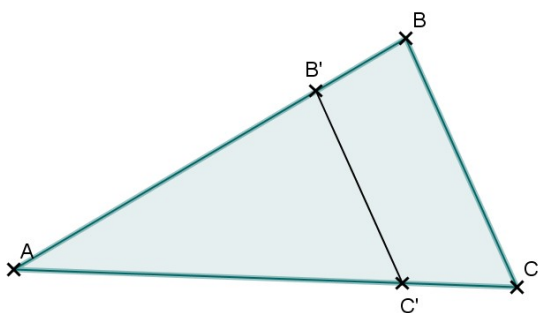
$$4 \times 4 = 16 \quad \text{und} \quad 6 \times 2,5 = 15$$

also sind die beiden Quotienten nicht gleich : $\frac{CP}{CD} \neq \frac{CR}{CE}$

- Nach dem Strahlensatz können die Geraden (PR) und (DE) also **nicht** parallel zueinander sein.



2. Die Umkehrung des Strahlensatzes



Wir interessieren uns für ein Dreieck ABC.

- Wenn $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$
- und wenn die Punkte A, B und C einerseits und die Punkte A, B', C' andererseits auf einer Geraden in der gleichen Reihenfolge liegen,

dann gilt : $(BC) \parallel (B'C')$



3. Beispiel

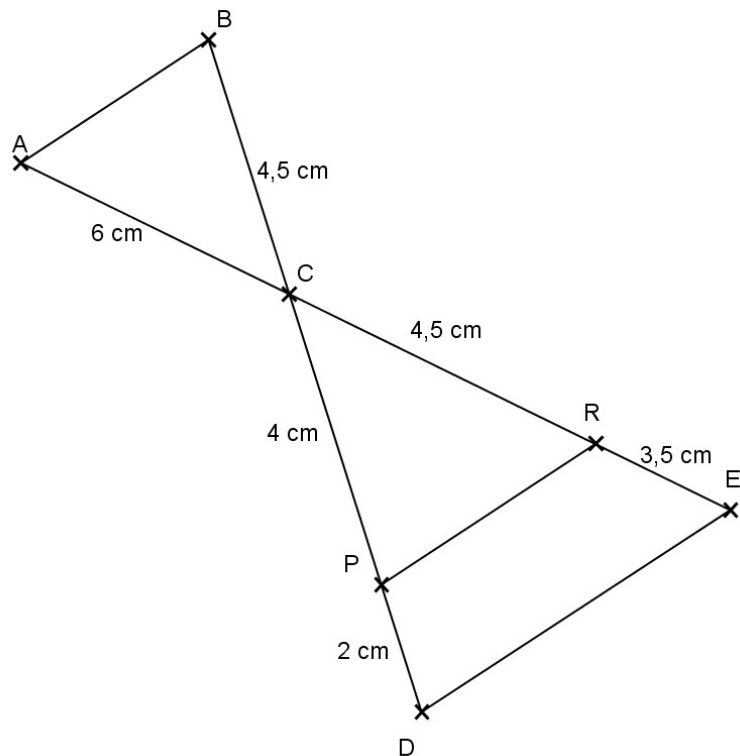
Sind (AB) und (DE) parallel zueinander ?

- Ich vergleiche :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{6}{8} \quad \text{und} \quad \frac{CB}{CD} = \frac{4,5}{6}$$

$$6 \times 6 = 36 \quad \text{und} \quad 8 \times 4,5 = 36$$

also gilt : $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD}$

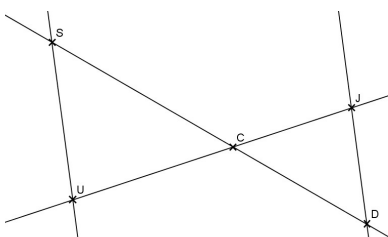
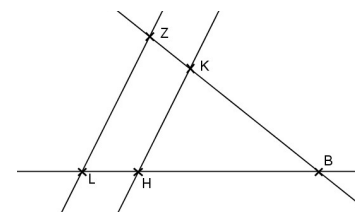


- Die Punkte C, B, D einerseits und die Punkte C, A, E andererseits liegen auf einer Geraden in der gleichen Reihenfolge.
- Nach der Umkehrung des Strahlensatzes gilt also : (AB) // (DE)

Ein paar Übungen...

Übung 1

1. Sind die Geraden (LZ) und (HK) parallel zueinander ?
Es gilt : BH = 4, BL = 6, BK = 3 und BZ = 4,5.
2. Sind die Geraden (LZ) und (HK) parallel zueinander ?
Es gilt : BL = 7, BH = 5, BK = 3 und BZ = 4.



3. Sind die Geraden (SU) und (DJ) parallel zueinander ?
Es gilt : CU = 5, CJ = 4, CS = 7 und CD = 6
4. Sind die Geraden (SU) und (DJ) parallel zueinander ?
Es gilt : CU = 5, CJ = 4, CS = 7,5 und CD = 6

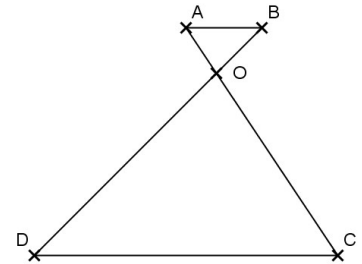
Übung 2

Zeichne eine Strecke $[BC]$, sodass : $BC = 8$ cm. Zeichne den Kreis mit Durchmesser $[BC]$. Der Punkt A liegt auf dem Kreis, sodass : $BA = 4$ cm.

1. Beweise, dass ABC ein rechtwinkliges Dreieck in A ist.
2. Der Punkt E liegt auf $[BA]$, sodass : $BE = 5,5$ cm und der Punkt F liegt auf $[BC]$, sodass : $BF = 11$ cm. Sind die Geraden (EF) und (AC) parallel zueinander ?
3. Berechne dann die Länge EF .

Übung 3

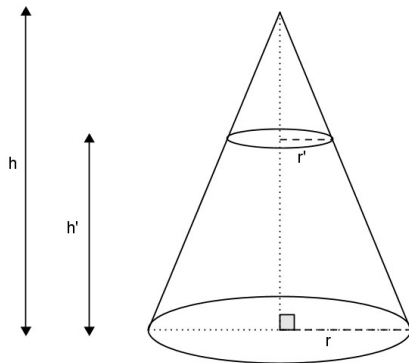
1. Zeichne ein Parallelogramm $ABCD$, sodass : $AB = 6$ cm, $BC = 9$ cm und $AC = 12$ cm. Zeichne dann auf $[AB]$ den Punkt E so ein, dass : $AE = 4$ cm. Die Parallele zu (BC) durch E schneidet (AC) in F. Wie lang ist $[AF]$?
2. Zeichne auf $[AD]$ den Punkt G so ein, dass : $AG = 5,8$ cm. Sind die Geraden (GF) und (DC) parallel zueinander ?



Übung 4

Es gilt : $OA = 3$ cm ; $OB = 2,4$ cm ; $OC = 5$ cm und $OD = 4$ cm. Die Geraden (AC) und (BD) schneiden sich in O.

1. Sind die Strecken $[AB]$ und $[CD]$ parallel zueinander ?
2. CD ist 4 cm länger als AB . Berechne AB und CD !



Übung 5

Gegeben ist ein Kegel mit dem Grundradius $r = 7,5$ cm und der Höhe $h = 18$ cm.

Dieser Kegel wird durch eine zur Grundfläche parallelen Ebene geschnitten.

In welcher Höhe h' (von der Grundfläche abgemessen) muss dieser Kegel abgeschnitten werden, damit der Radius der Schnittfläche 3 cm beträgt ?

Zum Knobeln...

Übung 6

1. Teile (ohne zu messen !) $[AB]$ in fünf gleich lange Teilstrecken :



2. Zeichne auf $[CD]$ (und ohne zu messen !) den Punkt M so ein, dass : $\frac{MC}{MD} = \frac{3}{5}$

