Thema Nr.21 :

LINEARE FUNKTIONEN

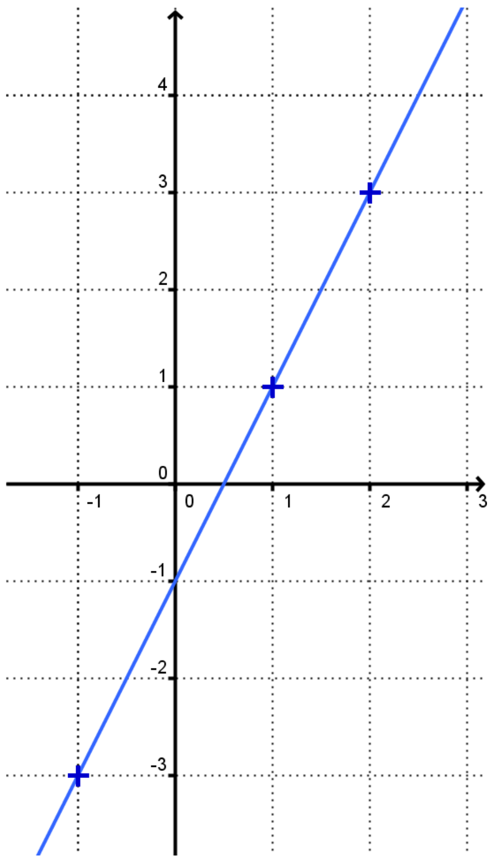
Erinnere dich...

Eine lineare Funktion ist eine Funktion mit der Zuordnungsvorschrift $x \to a\,x+b$, wo a und b feste Zahlen sind.

Beispiel :

Ergänze die Wertetabelle für die Funktion $f : x \to 2\,x-1$

x	-1	1	2	x
$f(x)$	-3	1	3	y



Die Koordinaten (x ; y) eines Punktes der Geraden erfüllen die Gleichung $y=2\,x-1$, die Geradengleichung genannt wird.

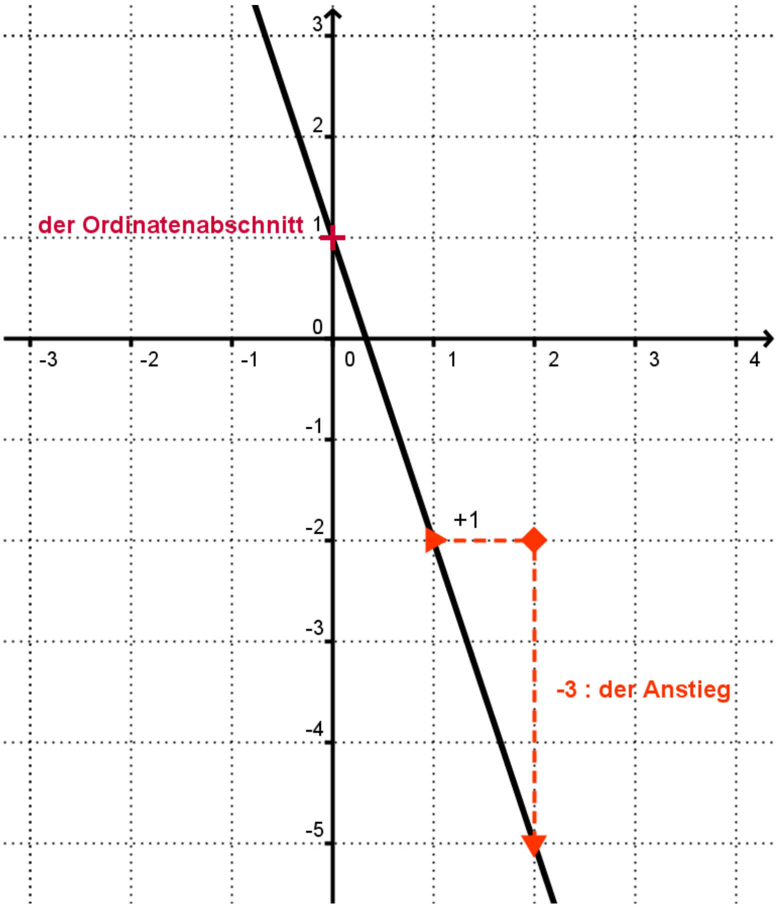
Anstieg und Ordinatenabschnitt

Die Gerade (d), die die lineare Funktion mit der Zuordnungsvorschrift $x \to a\,x+b$ darstellt hat den Anstieg a und den Ordinatenabschnitt b

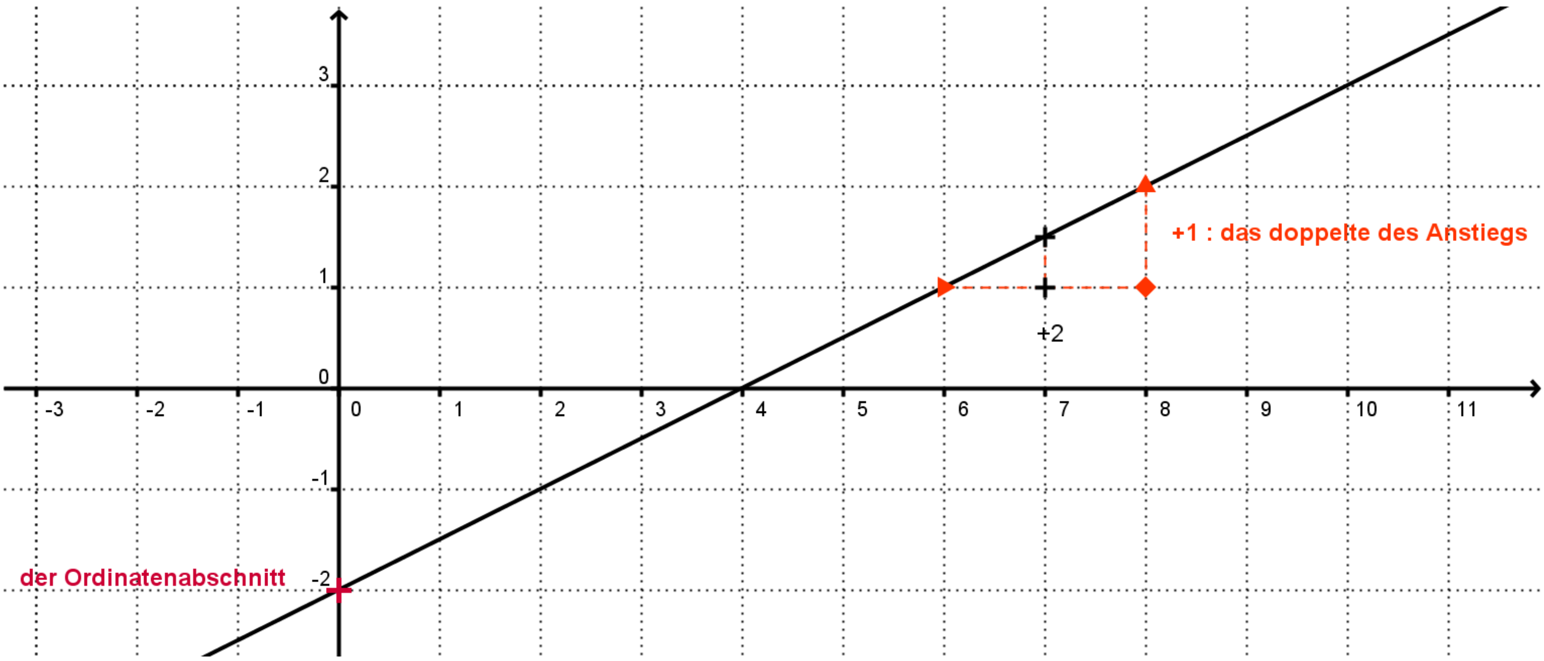
- Der Anstieg einer Geraden gibt ihre Steigung an : je größer der Anstieg, desto steiler die Gerade
- Der Ordinatenabschnitt einer Geraden gibt an, in welchem Punkt die Gerade die y - Achse schneidet

Beispiele :

Grafische Darstellung der linearen Funktion $f(x) = -3x+1$:

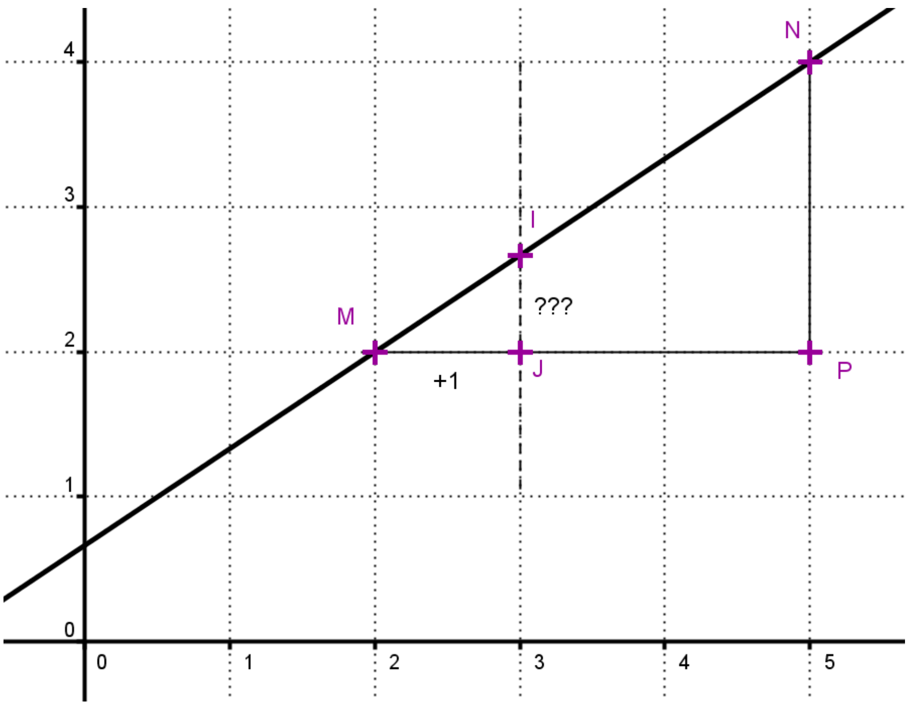


Grafishe Darstellung der linearen Funktion $g(x) = \frac{1}{2}x - 2$



Den Anstieg bestimmen

Achtung, dahinter steckt der Strahlensatz !



Die eingezeichneten rechtwinklige Dreiecke MJI und MPN nennt man Anstiegsdreiecke (Steigungsdreiecke)

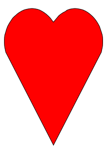
M (2 ; 2) und N (5 : 4) sind Punkte von denen wir wissen, dass sie zur Geraden gehören.
Wir suchen IJ.

Die Längen der Anstiegsdreiecke MIJ und MNP sind proportional zueinander :

	Differenz der Abszissen	Differenz der Ordinaten
Dreieck MNP	MP = 3	PN = 2
Dreieck MIJ	MJ = 1	JI = ?

Die Längen des Dreiecks MIJ sind drei mal kleiner als die Längen des Dreiecks MNP, daher folgt, dass : IJ = $\frac{2}{3}$

Formel :



Gehören M (x ; y) und N (x' ; y') zu einer Geraden, so gilt für ihren Anstieg :
$$a=\frac{y-y'}{x-x'}$$

Merke dir, das ist eigentlich der Quotient $\frac{\text{Differenz der Ordinaten von } M \text{ und } N}{\text{Differenz der Abszissen von } M \text{ und } N}$

Beispiele

- Berechne den Anstieg der linearen Funktion f , sodass :
  $f(2)=3$ und $f(5)=4$.

	M	N		
x	2	5	x	Differenz der Abszissen : 5 – 2 = 3
$f(x)$	3	4	y	Differenz der Ordinaten : 4 – 3 = 1

$$a=\frac{4-3}{5-2}$$
$$a=\frac{1}{3}$$

- Bestimme die Zuordnungsvorschrift der linearen Funktion g , sodass :
  $g(2)=4$ und $g(5)=1$.

g hat die Zuordnungsvorschrift $g(x)=ax+b$

– Zuerst berechnen wir den Anstieg :

	M	N		
x	2	5	x	Differenz der Abszissen : 2 – 5 = -3
$g(x)$	4	1	y	Differenz der Ordinaten : 4 – 1 = 3

$$a=\frac{4-1}{2-5}$$
$$a=\frac{3}{-3}$$
$$a=-1$$

– Dann berechnen wir den Ordinatenabschnitt :

$$g(x)=-x+b$$

also gilt :

$$g(2)=-2+b=4$$
$$b=6$$

Die gesuchte Zuordnungsvorschrift lautet also : $g(x)=-x+6$

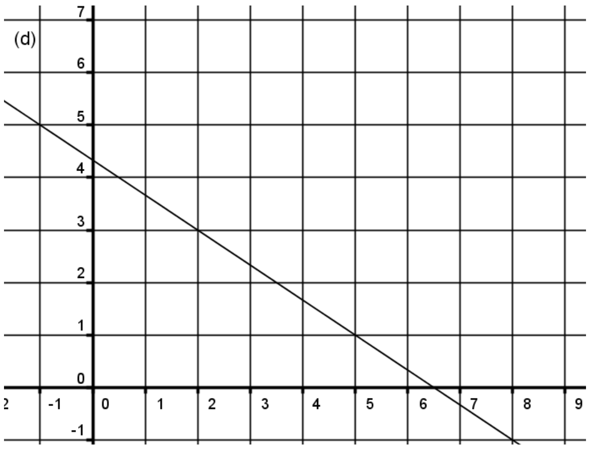
Ein paar Übungen...

Übung 1

1) Uns interessiert die lineare Funktion f , sodass : $f(x)=-7x+2$

a) Berechne das Bild von -3 bei der Funktion f

b) Bestimme das Urbild von 6 bei der Funktion f



2) Die grafische Darstellung der Funktion g wurde hierneben gezeichnet :

a) Bestimme grafisch das Bild von 2 bei der Funktion g

b) Bestimme grafisch das Urbild von 1 bei der Funktion g

Übung 2

f und g sind zwei lineare Funktionen.

1) Es gilt : $f(2)=4$ und $f(5)=13$. Bestimme f
2) Es gilt : $g(1)=-4$ und $g(3)=-10$. Bestimme g

Übung 3

Uns interessiert eine lineare Funktion, für die folgende Wertetabelle mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erstellt wurde :

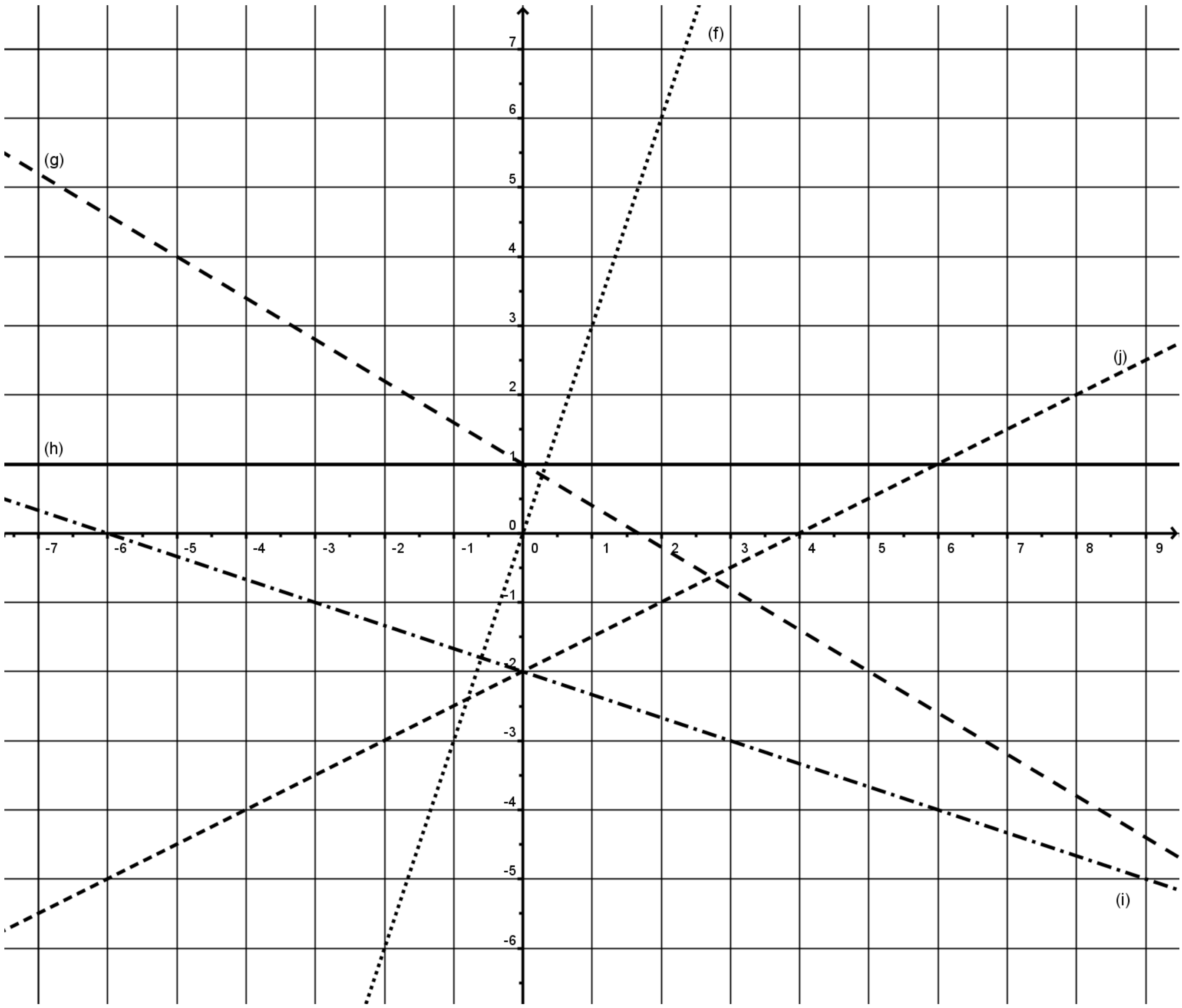
B4

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-2	-1	0	1	2	
2	$f(x)$	-7	-2	3	8	13	
3							
4							

1) Wie lautet die Funktionsgleichung ?
2) Welche Formel wurde in die Zelle B2 getippt ?

Übung 4

Bestimme mit Hilfe des Graphen die Funktionsgleichungen von f , g , h , i und j :



Übung 5

Zeichne in folgendem Koordinatensystem die grafischen Darstellungen der Funktionen :

a) $f(x)=\frac{x}{2}-1$

b) $g(x)=-x$

c) $h(x)=-3+2x$

d) $i(x)=-4$