

## 5. BESCHREIBENDE STATISTIK.

Remarques préliminaires :

1) N'ayant pas trouvé, pour la version 2004 du CDROM, d'équivalence linguistique simple pour « **effectifs cumulés** » et « **fréquences cumulées** », cette notion se trouvant introduite en Allemagne sous forme de calculs de probabilité, nous les avons traduites (après consultation de collègues de mathématiques allemands) par « **Summe der absoluten Häufigkeiten** » und « **Summe der relativen Häufigkeiten** ». Entretiens, nous avons découvert dans « *Elemente der Stochastik* » les expressions « **kumulierte absolute Häufigkeiten** » und « **kumulierte relative Häufigkeiten** », nous les avons donc reprises dans cette version-ci.

2) La notion de moyenne pondérée, présente dans des exercices de manuels allemands mais sans appellation spécifique, a été désignée dans un livre de Gymnasium dans des pages « *Mathematische Exkursionen* » par « **Gewichtetes Mittel** ».

3) Dans cette nouvelle version du chapitre des statistiques, rien de ce qui était spécifique à l'ancien programme n'a été ôté, laissant ainsi la liberté à l'enseignant de traiter certaines thèmes en approfondissement. On trouvera, de plus, deux pages sur la notion « **d'indice des prix** », que nous avons choisi de rajouter à ce chapitre (et non pas au précédent sur la « *Proportionalität* » où avait été traité le calcul de pourcentages), permettant, de ce fait, de réviser le calcul de pourcentages, à travers le biais d'une nouvelle approche statistique.

### Lustige Statistik ...

Drei Brüder und drei Söhne sitzen an einem Tisch. « Da wir zu viert sind, können wir Karten spielen », sagt einer von ihnen. Kannst du das erklären ?



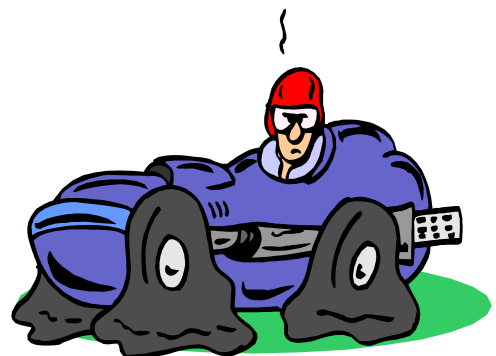
#### Objectifs visés :

- ☛ Savoir interpréter un graphique.
- ☛ Savoir calculer la moyenne d'une série statistique et une moyenne pondérée.
- ☛ Savoir calculer des effectifs cumulés et des fréquences cumulées.
- ☛ Appréhender la notion d'indice des prix.
- ☛ Savoir calculer une valeur approchée de la moyenne d'une série statistique regroupée en classe d'intervalles.

### Aufprall (crash) mit oder ohne Gurt ....

Verkehrsexperten schätzen : Der Anlegegurt im Auto kann mindestens 50 % der sonst zu erwartenden Todesfälle oder schweren Verletzungen verhindern. Der Anteil der Fälle , in denen der Gurt die Unfallfolgen verschlimmert, macht weniger als 1 % aus.

Solche Aussagen beruhen auf statistischen Erhebungen. Wie man diese durchführt und auswertet, wird in diesem Kapitel erklärt.



# I HÄUFIGKEITSTABELLEN UND DIAGRAMME

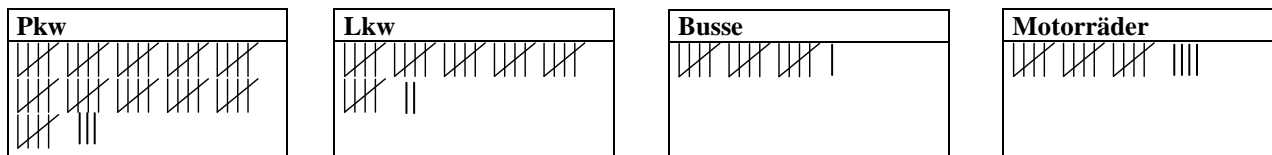
## Einstieg 1 Absolute und relative Häufigkeit wieder auffrischen

### Aufgabe 1 :

Objectif :  
Revoir les  
notions  
d'effectif et  
de fréquence  
étudiées en  
5ème

Da der Straßenlärm in den Klassenräumen fast unerträglich ist, beschließen die Eltern der Klasse « 4<sup>ème</sup> Goethe » eine Bürgerinitiative. Die Schüler dieser Klasse führen dazu eine Verkehrszählung durch. Die Klasse teilt sich in vier Gruppen auf. Die erste Gruppe zählt während einer Stunde die Pkw, die zweite die Lkw, die dritte die Busse und die vierte die Motorräder.

Die Gruppen halten ihre Ergebnisse in einer **Strichliste** fest :



- Übertrage die Ergebnisse der Verkehrszählung in eine Tabelle. Wie viele Fahrzeuge sind insgesamt erfasst worden ? Wie häufig kamen Pkw vor ?
- Berechne den Anteil der Pkw an der Gesamtzahl. Gib diesen Anteil auch in Prozent an. Verfahre ebenso mit den anderen Fahrzeugarten.
- Berechne die Summe der prozentualen Anteile.

### Lösung :

- Um die Gesamtzahl zu erhalten, addieren wir die jeweiligen Anzahlen :  
 $58 + 32 + 16 + 19 = 125$   
Man berechnet es am besten mit der Tabelle.

- Der Anteil der Pkw an der Gesamtzahl ist 58 von 125, also  $\frac{58}{125} = 0,464 = \frac{46,4}{100}$ .

Der Anteil beträgt also 46,4 %. Entsprechend erhalten wir auch die anderen Anteile.

- Um die Summe der Anteile zu erhalten, addieren wir die Werte in den Spalten. Die Summe der prozentualen Anteile ist 100 %.

Merkmal	Anzahl	Anteil	
<b>Pkw</b>	58	0,464	46,4 %
<b>Lkw</b>	32	0,256	25,6 %
<b>Busse</b>	16	0,128	12,8 %
<b>Motorräder</b>	19	0,152	15,2 %
<b>Summe</b>	125	1,000	100,0 %

Cet exercice résolu peut servir de « méthode » ou de « savoir-faire » aux élèves

### Aufgabe 2 :

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse einer Klassenarbeit in Mathematik.

Bestimme die relativen Häufigkeiten für die einzelnen Noten. Berechne auch die Summe der relativen Häufigkeiten.

Anmerkung : Wenn die relativen Häufigkeiten gerundet angegeben werden, dann kann die Summe der relativen Häufigkeiten etwas von 1 bzw. von 100 % abweichen.

Note (Merkmal)	1	2	3	4	5	6
<b>Absolute Häufigkeit</b>	1	5	11	8	5	0

### Aufgabe 3 :

Die 28 Schüler einer Klasse wurden gefragt, welche Fernsehsendungen sie gerne sehen. Nebenstehend ist das Ergebnis der statistischen Erhebung aufgeführt. Bestimme die relativen Häufigkeiten. Warum ist hier die Summe der relativen Häufigkeiten nicht gleich 1 ?

Sport/Fußball	16
Zeichentrickfilme	5
Musik/Schlager	13
Unterhaltungsserien	8

Les notes des élèves ont été volontairement données sous "forme allemande" de 1 à 6 : cela peut permettre un échange sur le système de notation allemand

## Zur Information



1) Zählungen von Fahrzeugen und Befragungen von Personen sind Beispiele für **statistische Erhebungen**. Die Anzahl der gezählten Fahrzeuge bzw. die Anzahl der befragten Personen gibt den **Umfang** der statistischen Erhebung an.

2) Die Anzahl der Fahrzeuge in der statistischen Erhebung der Klasse « 4<sup>ème</sup> Goethe » gibt an, wie häufig Fahrzeuge dieser Art vorbeifahren. In der Statistik spricht man daher statt von Anzahl von **absoluter Häufigkeit** und statt von Anteil von **relativer Häufigkeit**. Es gilt :

$$\text{Relative Häufigkeit} = \frac{\text{Absolute Häufigkeit}}{\text{Umfang der statistischen Erhebung}} = \frac{\text{Absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$$

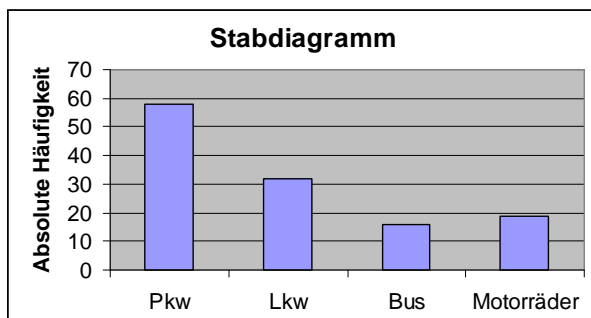
Die relative Häufigkeit kann als gewöhnlicher Bruch, als Dezimalbruch oder in Prozent angegeben werden.

3 ) Die Summe der relativen Häufigkeiten ist 1 bzw. 100 %, denn die Summe aller Anteile muss das Ganze ergeben. Dies wird häufig zur Kontrolle (**Summenprobe**) benutzt. Dadurch kann man feststellen, ob Rechenfehler vorliegen oder ob die statistische Erhebung unvollständig ist.

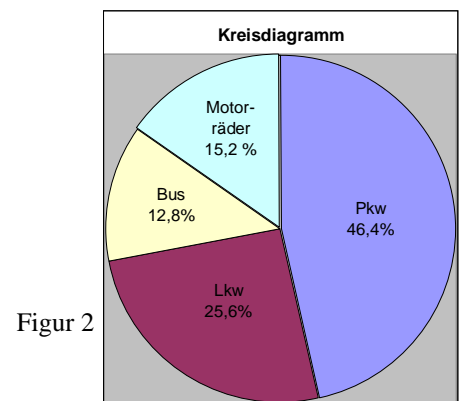
4) Das Ergebnis einer statistischen Erhebung, z. B. einer Verkehrszählung, kann durch ein **Stabdiagramm** (siehe Figur 1) veranschaulicht werden. Die Höhe der Stäbe gibt die jeweilige absolute oder die relative Häufigkeit an.

5) Oft wird das Ergebnis einer statistischen Erhebung auch durch ein **Kreisdiagramm** (siehe Figur 2) veranschaulicht. Das Kreisdiagramm zeigt die relativen Häufigkeiten der Verkehrszählung.

Objectif :  
Revoir deux sortes de graphiques fréquemment utilisés en statistiques



Figur 1



Figur 2

## Einstieg 2

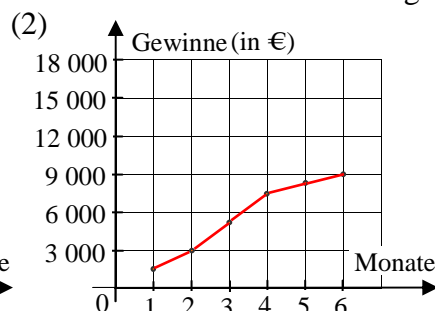
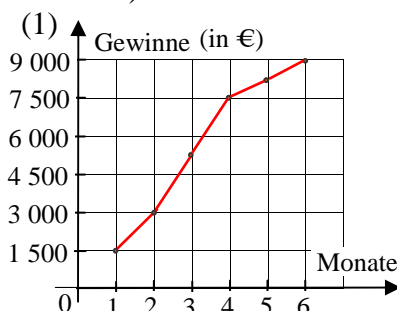
### Bildliche Darstellung und ihre Wirkung auf einen Betrachter

**Aufgabe 1 :** Der Leiter einer Firma möchte einen Händler davon überzeugen, dass sich sein Produkt gut verkaufen lässt. In der folgenden Tabelle stehen die Gewinne, die die Firma im letzten halben Jahr gemacht hat.

Objectif :  
Examiner la pertinence du choix d'un graphique pour l'illustration d'une situation

Monat N <sup>r</sup>	1	2	3	4	5	6
Gewinn (in €)	1 500	3 000	5 250	7 500	8 250	9 000

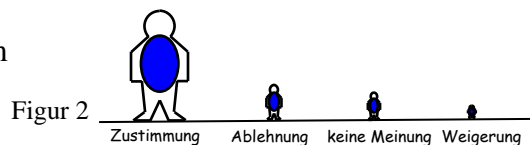
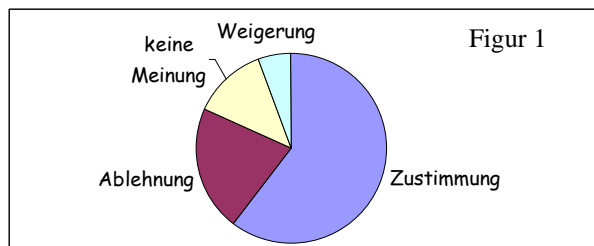
a) Befinden sich die Werte dieser Tabelle in den folgenden Schaubildern ?



b) Welches Schaubild wird, deiner Meinung nach, den Händler am meisten beeindrucken ?

## Aufgabe 2

Das Ergebnis einer Umfrage ist in einem Kreisdiagramm festgehalten worden. (Figur 1)



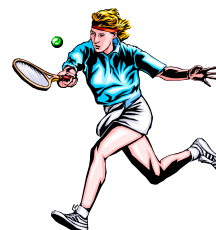
Es kann auch durch sogenannte **Piktogramme** veranschaulicht werden (Figur 2 und Figur 3).

- Welche Darstellungsart ist dem Problem angemessen ?
- Welche Eindrücke werden durch die verschiedenen Darstellungsarten erweckt ?

Durch die Art der graphischen Darstellung kann man einen gewünschten Eindruck bei dem Betrachter hervorrufen. Man sagt daher (etwas ungenau) : durch die Art der graphischen Darstellung von Häufigkeiten können Betrachter « manipuliert » werden.

## Aufgabe 3 :

Reporter Kamera fragt bei dem Tennis-Open in Roland Garros 100 Zuschauer, woher sie kommen. 60 davon antworten : "Aus Strasbourg !" Er schreibt in der Sport-Zeitung : "60 % der Zuschauer kamen vom Elsass nach Paris !" Die Kartenverkaufstellen schätzen jedoch, dass nur etwa 5 000 der 50 000 Zuschauer aus Strasbourg oder Umgebung kamen. Was hat der Reporter falsch gemacht ?



## II ABSOLUTE UND RELATIVE HÄUFIGKEITEN KUMULIEREN

### Einstieg 3 Tabellen mit Klasseneinteilung

**Aufgabe 1 :** **Urliste** (Größe in cm) :

182, 169, 165, 174, 179, 178, 172, 183, 148, 173, 179, 155, 173, 177, 158, 160, 159, 163, 171, 170, 162, 166, 170, 170, 161, 152, 174, 176, 159, 154

Figur 1

**Tabelle mit Klasseneinteilung**

Größe in cm	145-154	155-164	165-174	175-184
Absolute Häufigkeit	3			

1. Klasse

Figur 2

- In einer Schülergruppe wurde bei allen Schülern die Körpergröße in cm gemessen. Figur 1 zeigt die notierten Werte in der sogenannten **Urliste**. In Figur 2 werden Werte zu **Klassen** zusammengefasst, da es zu viele verschiedene Einzelwerte gibt. Fülle die Tabelle vollständig aus.
- Wie viele Schüler sind es insgesamt ?
- Welche der vier Klassen hat die größte absolute Häufigkeit ? Von ..... cm bis .... cm .  
Wie viel Prozent der Schüler enthält sie ?

**Aufgabe 2 :** 40 Schüler wurden gefragt, wie viele Stunden sie schätzungsweise täglich fernsehen (Figur 3).

- Berechne die relativen Häufigkeiten.
- Wie viel Prozent der Schüler schätzen, dass sie von 1 bis 3 Stunden täglich fernsehen ?
- Wie viel Prozent der Schüler schätzen, dass sie höchstens 2 Stunden täglich fernsehen ?

Figur 3

Zeit (Stunden)	unter 1	1 – 2	2 – 3	über 3
Absolute Häufigkeit	3	15	12	10
Relative Häufigkeit (in %)				

## Einstieg 4 Absolute und relative Häufigkeiten kumulieren

Objectif : « cumuler » des effectifs sans en donner encore de définition explicite.

**Aufgabe 1 :** Um einen Überblick über die Zusammensetzung von jüngeren Familien zu erhalten, wurden bei zufällig ausgewählten Familien die Anzahl der Jungen und in einer anderen Stichprobe die Anzahl der Mädchen ermittelt.

Anzahl der Jungen	Anzahl der Familien
0	3 586
1	2 948
2	1 234
3	298
4	61
5	17
6	2
7	1

Anzahl der Mädchen	Anzahl der Familien
0	2 458
1	2 975
2	1 278
3	359
4	72
5	21
6	2
7	0

**Beachte :**

In den oberen Tabellen kann also eine Familie mit 1 Jungen außerdem noch 0 oder 1 oder 2 usw. Mädchen haben und sinngemäß umgekehrt.

- Stelle Häufigkeitstabellen auf und zeichne zum Vergleich geeignete Stabdiagramme.
- Übertrage die Resultate der beiden Stichproben auf die Grundmenge (etwa 20,5 Millionen Familien) ; gib an, wie viele Familien bestehen aus:



- einer Familie mit **genau** 2 Jungen,
- einer Familie mit **genau** 3 Mädchen,
- einer Familie mit **mindestens** 1 Jungen
- einer Familie mit **mindestens** 2 Mädchen,
- einer Familie mit **mehr als** 2 Jungen,
- einer Familie mit **mehr als** 1 Mädchen,
- einer Familie mit **weniger als** 3 Mädchen,
- einer Familie mit **weniger als** 2 Jungen.

- Wie groß ist die Anzahl der Kinder pro Familie ?

**Aufgabe 2 :** Wie alt sind die Schüler aus der « quatrième » ?

In der folgenden Tabelle sind die französischen Schüler aus der “quatrième” ihrem Alter nach eingeteilt.

Quelle : “Ministère de l’éducation nationale” (Frankreich)

Objectif :  
Savoir calculer des effectifs cumulés croissants ou décroissants

Alter	12 Jahre und jünger	13 Jahre	14 Jahre	15 Jahre und älter
<b>absolute Häufigkeit</b>	23 114	425 195	180 845	51 341
<b>kumulierte absolute Häufigkeiten, in aufsteigender Reihenfolge</b>				680 495
<b>kumulierte absolute Häufigkeiten, in absteigender Reihenfolge</b>	680 495			

- Wie viele Schüler aus der “ quatrième ” sind jünger als 13 Jahre ? Jünger als 14 Jahre ? Jünger als 15 Jahre ?
- Die Antworten zur Frage a) werden “ **kumulierte absolute Häufigkeiten, in aufsteigender Reihenfolge** ” genannt. Ergänze die zugehörige Zeile in der Tabelle.
- Wie viele Schüler aus der “ quatrième ” sind älter als 12 Jahre ? Älter als 13 Jahre ? Älter als 14 Jahre ?
- Die Antworten zur Frage c) werden “ **kumulierte absolute Häufigkeiten, in absteigender Reihenfolge** ” genannt. Ergänze die zugehörige Zeile in der Tabelle.

**Aufgabe 3 :** Eine Tabelle verstehen

Objectif :  
Comprendre le sens du cumul des effectifs pour en retrouver la valeur

Für einen Mathematiktest haben die 31 Schüler einer « quatrième » folgende Noten erhalten. Insgesamt waren 20 Punkte zu erreichen.

Note	4	7	9	10	11	12	13	15	17
<b>kumulierte absolute Häufigkeiten, in aufsteigender Reihenfolge</b>	2	3	8	15	21	26	28	30	31

- Wie viele Schüler erhalten weniger als 11 ? Weniger als 10 ? Weniger als 13 ?
- Berechne zu den Noten 4 ; 7 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 15 und 17 die zugehörigen absoluten Häufigkeiten.

#### Aufgabe 4 : Welche Schule hat besser abgeschnitten ?

In zwei Schulen A und B wurde in allen « quatrièmes » derselbe Mathematiktest durchgeführt. Insgesamt waren 20 Punkte zu erreichen. Bei mindestens 14 Punkten galt der Test als gut bestanden.

Schule A	<b>Punktzahl</b>	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	<b>Zahl der Schüler</b>	2	6	19	21	31	45	37	34	25	14	12	3

Schule B	<b>Punktzahl</b>	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	<b>Zahl der Schüler</b>	2	6	5	10	9	8	13	21	28	42	40	31

Objectif :  
Donner du sens aux fréquences cumulées croissantes ou décroissantes

- Berechne für jede der beiden Schulen getrennt die mittlere Punktzahl ; also den Mittelwert\* (siehe Einstieg 5 !).
- Zeichne ein Stabdiagramm für jede der beiden Schulen.
- Welche Schule hat deiner Meinung nach besser abgeschnitten ?
- Beantworte für jede der beiden Schulen : **Wie viel Prozent** aller Schüler haben

- genau 18 Punkte erreicht ;
- mehr als 18 Punkte erreicht ;
- wenigstens 16 Punkte erreicht ;
- weniger als 8 Punkte erreicht ;
- weniger als 12 Punkte erreicht ;
- höchstens 10 Punkte erreicht ;
- mehr als 12 und weniger als 16 Punkte erreicht ;
- höchstens 17, mindestens 11 Punkte erreicht ?

Diese **Prozentzahl** heißt **kumulierte absolute Häufigkeit, in absteigender Reihenfolge !**

Diese **Prozentzahlen** heißen **kumulierte absolute Häufigkeiten, in aufsteigender Reihenfolge !**

### III MITTELWERT UND GEWICHTETES MITTEL

#### Einstieg 5 Mittelwert (oder Arithmetisches Mittel oder Durchschnitt)

Objectif :  
Revoir la notion de moyenne arithmétique déjà introduite à travers des exercices en 6<sup>ème</sup> dans le chapitre Statistiques

Aufgabe 1 : Eine Schule hat vier « quatrièmes » mit den Schülerzahlen 25, 23, 27 und 22.

- Berechne den Mittelwert \* der Schülerzahlen.
- Warum können die Klassen nicht gleich groß gemacht werden ?

Aufgabe 2 : Ein Mieter hat eine Woche lang die erreichten Tagestemperaturen im Wohnzimmer notiert :

Temperaturen in °C : So 17, Mo 23, Di 24, Mi 18, Do 21, Fr 23, Sa 21.

Als er sich beim Hauswirt beschwert, sagt dieser : “Im Mittel hatten Sie doch 21°C !”

- Rechne nach, ob die Behauptung des Hauswirts stimmt.
- Warum interessiert den Mieter der Mittelwert überhaupt nicht ?

Aufgabe 3 : Was bedeuten die folgenden Angaben ?

- Durchschnittlich kamen 35 000 Zuschauer zu den Heimspielen.
- Eine deutsche Durchschnittsfamilie hat 1,7 Kinder.
- Der Notendurchschnitt lag bei 10,8/20.
- Der Benzinverbrauch beträgt im Durchschnitt 7,6 l für 100 km.
- Durchschnittlich wurden im Diktat 7 Fehler gemacht.



\* Es gilt:

$$\text{Mittelwert} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl aller Werte}}$$

## Einstieg 6 Falsche und irreführende Anwendung des Mittelwertes

Die Bildung des Mittelwertes ist einfach und bei vielen Anwendungen sinnvoll. Aber es gibt auch Beispiele, bei denen es nicht sinnvoll ist, den Mittelwert zu bilden.

Objectif :  
Comprendre  
qu'une moyenne  
n'a de sens que  
sur un  
échantillonnage  
conséquent

### Aufgabe 1 : Falsche Anwendung des Mittelwertes

Ein Bettler und ein Euro-Millionär werden zufällig nacheinander nach ihrem Vermögen gefragt. Dann wird die statistische Erhebung abgebrochen, und der Befrager erklärt :  
"Die Stichprobe hat ergeben, dass das durchschnittliche Vermögen 500 000 € beträgt."  
Was hältst du davon ? Warum ist hier der Mittelwert nicht sinnvoll ?

### Aufgabe 2 : Ausreißer

Gelegentlich treten in Messreihen oder Stichproben sogenannte "Ausreißer" auf. Ihre Werte unterscheiden sich stark von den übrigen Werten. Beispiel : ein Fahrschüler hat die Zeit gestoppt, die sein Bus von zu Hause bis zur Schule benötigt (bei Fahrt Nr. 5 gab es Stau).

Fahrt Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Fahrzeit (in min)	36	39	37	40	79	38	37	35	36	39	37	36	40

- Berechne die durchschnittliche Fahrzeit mit und ohne den "Ausreißer".
- Ist es hier sinnvoll, den Ausreißer mit zu berücksichtigen ?

Bei der Berechnung des Mittelwertes ist es oft sinnvoll, diese « Ausreißer » nicht mit zu berücksichtigen.

### Aufgabe 3 : Mittelwert von Mittelwerten

Objectif :  
Constater la  
différence  
entre la  
moyenne  
semestrielle  
des notes d'un  
élève calculée  
à partir des  
notes du  
semestre ou à  
partir de la  
moyenne des  
moyennes des  
différents  
contrôles

Rechts findest du die Noten von Brigitte und Thomas in den Mathematikarbeiten des letzten Vierteljahres.

<b>Thomas</b>	4	2	2	1
<b>Brigitte</b>	5	4	2	1

Thomas sagt : "Meine Durchschnittsnote liegt bei 2,25, denn  $\frac{4 + 2 + 2 + 1}{4} = 2,25$ ."

Brigitte sagt : "Mein Durchschnitt liegt sogar bei 2,125." Sie begründet es so :

Durchschnitt nach der 2. Arbeit :  $\frac{5 + 4}{2} = 4,5$

Durchschnitt nach der 3. Arbeit :  $\frac{4,5 + 2}{2} = 3,25$

Durchschnitt nach der 4. Arbeit :  $\frac{3,25 + 1}{2} = 2,125$

Was hältst du davon ? Wer hat richtig gerechnet ?



Les notes ont été volontairement laissées dans le « système allemand »

## Einstieg 7 Gewichtetes Mittel

**Zur Information :** Normalerweise ist der Durchschnitt zweier Klassenarbeiten, z. B. der Noten 16 und 10, das arithmetische Mittel  $\frac{16 + 10}{2}$ , also 13. Wird die 16 doppelt gewichtet, so verbessert sich der Durchschnitt auf  $\frac{2 \times 16 + 10}{3}$ , also auf 14.

Objectif :  
Découvrir la  
notion de  
moyenne  
pondérée

**Es ist dann so, als ob drei Arbeiten mit den Noten 16 ; 16 ; und 10 geschrieben worden wären.**



Aufgabe 1 : Bei einem Examen erhält Claudia die Note 8/20 im Fach Französisch, 13/20 in Mathematik und 9/20 in Englisch. Die Kandidaten bestehen das Examen, wenn sie durchschnittlich mindestens die Note 10 erhalten.

- a) Claudia glaubt das Examen bestanden zu haben. Und was meinst du ?  
 b) Claudia hatte die Anweisungen des Examens nicht richtig gelesen. Die Noten werden nämlich folgender Weise gewichtet : 5mal für Französisch, 3mal für Mathematik und 2mal für Englisch. Besteht sie nun ihre Prüfung ?

Aufgabe 2 :

Der Gesangsverein "Polyphonie" hat 42 Mitglieder mit einem Durchschnittsalter von 65 Jahren.  
 Der Gesangsverein möchte sich verjüngern.  
 Mehrere etwa 30jährige sangesfreudige Personen wollen beitreten.  
 Wie viele 30jährige Mitglieder muss der Verein mindestens aufnehmen, um ein Durchschnittsalter von 60 Jahren zu erreichen ?



Exercice partiellement résolu : cette mise en équation peut être proposée aux plus rapides !

Lösung :

Es sei x die gesuchte Anzahl der 30jährigen Mitglieder : die Bruchgleichung :  

$$\frac{42 \times 65 + x \times 30}{42 + x} = 60$$
 führt auf  $x = 7$  (Die Etappen der Lösung sind nicht gegeben !)  
 Der Verein muss also mindestens 7 junge Leute aufnehmen.

Aufgabe 3 : a) Die Mathelehrerin sagt zu Beginn eines Schuljahres, wie sie am Ende des Schuljahres die Mathenote bildet : das Schriftliche zählt vierfach, das Mündliche einfach. Welche Durchschnittsnote ergibt sich, wenn Jessica im Schriftlichen 13 und im Mündlichen 12 erhält ?

b) Welche Note müsste sie im Mündlichen erhalten, wenn sie auf eine Durchschnittsnote von 14 kommen will ?

c) Christian erhält im Mündlichen eine 19. Welchen Notendurchschnitt könnte er sich im Schriftlichen leisten, um insgesamt auf einen Durchschnitt von besser als 15 zu kommen ?

Einstieg 8 **Klassierte Stichprobe**

**Zur Information :**

Die Zahl n gehört zum **Intervall**  $[0 ; 5[$  wenn gilt :  $0 \leq n < 5$ .  
 Die Zahlen 0 und 4 gehören z. B. zu diesem Intervall aber die Zahlen 5 und 6 nicht.



Aufgabe 1 :

- a) Gehört 8 zum Intervall  $[2 ; 10[$  ?  
 b) Gehört 2 zum Intervall  $[2 ; 10[$  ?  
 c) Gehört 2 zum Intervall  $[0,5 ; 2[$  ?  
 d) Gehört 12 zum Intervall  $[10 ; 11,9[$  ?

Aufgabe 2 :

Bei dem letzten Mathematiktest erhielten die 25 Schüler einer Klasse folgende Noten :  
 10 – 14 – 11 – 9 – 7 – 18 – 11 – 8 – 10,5 – 5 – 11 – 13 – 12,5 – 14 – 13 – 11 – 3 – 10 – 7 – 17 – 11 – 12 – 9 – 11 – 16,5.

- a) Was ist die relative Häufigkeit des Aufhebens der Note 11 in Prozent ?  
 b) Stelle eine Tabelle der absoluten Häufigkeiten auf, in der du die Noten in Klassen (oder Intervallen) der Breite 5 einleitest. Beginne mit  $[0 ; 5[$ .  
 c) Berechne die relativen Häufigkeiten jeder Klasse in Prozent.  
 d) Zeichne ein Histogramm (oder Blockdiagramm) mit den relativen Häufigkeiten.

Objectif : Regrouper les éléments d'une série statistique en classes d'intervalles



### Aufgabe 3 :

Bei einem Sportfest mehrerer Schulen erreichten 40 Schüler der Altersgruppe 12 bis 14 Jahre beim Weitsprung die in der folgenden **Urliste** angeführten Messwerte (in m) :

Objectif :  
A partir d'une série statistique dont les éléments ont été regroupés en classes, calculer selon le cas :  
- la moyenne de la série (cas de classes de valeurs)  
- une valeur approchée de la moyenne (cas de classes d'intervalles)

3,91	4,32	4,44	3,46	3,95	3,48	4,07	3,78	3,25	3,94
4,16	3,29	4,39	4,24	3,87	3,79	4,52	4,27	4,05	3,63
3,90	4,69	4,79	4,70	3,33	3,10	4,34	4,20	3,75	4,28
4,25	3,61	3,64	4,26	3,53	3,07	4,06	3,86	4,15	3,93

- Berechne den Mittelwert aus der Urliste.
- Teile die Messwerte in Klassen gleicher Breite ein :  
 $3,00 \text{ m} \leq x < 3,40 \text{ m}$  ;  $3,40 \text{ m} \leq x < 3,80 \text{ m}$  usw. (Klassenbreite : 0,40 m).  
 Bestimme jeweils die **Klassenmitte**. Gib die absoluten und die relativen Häufigkeiten der einzelnen Klassen an.
- Zeichne ein Schaubild nach Art des Stabdiagramms mit nebeneinanderliegenden Rechtecken. Die Rechtecksbreite soll gleich der Klassenbreite sein.
- Bestimme aus den Klassenmitten und den jeweiligen absoluten Häufigkeiten einen **Näherungswert** für den Mittelwert.

### Lösung :

a) Man berechnet den Mittelwert :  $M = \frac{3,91 + 4,32 + \dots + 4,15 + 3,93}{40} = 3,96$

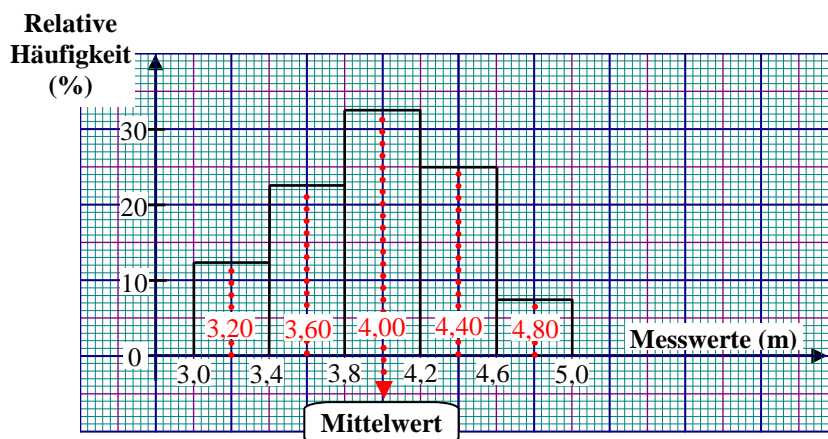
Cet exercice résolu peut à nouveau servir de « méthode »

Der Mittelwert beträgt 3,96 m.

b)

Klassenbereich	[3,00 ; 3,40[	[3,40 ; 3,80[	[3,80 ; 4,20[	[4,20 ; 4,60[	[4,60 ; 5,00[
Klassenmitte	3,20	3,60	4,00	4,40	4,80
Absolute Häufigkeit	5	9	13	10	3
Relative Häufigkeit	12,5 %	22,5 %	32,5 %	25 %	7,5 %

c) Die Darstellung rechts heißt **Histogramm** oder **Staffeldiagramm**. Die Klasseneinteilung bringt Gewinn an Übersichtlichkeit, aber auch Verlust an Einzelinformation.



**Histogramm oder Staffeldiagramm**

d) Wir berechnen den Mittelwert aus den Klassenmitten und den absoluten Häufigkeiten :

$$\text{Mittelwert } M = \frac{3,20 \times 5 + 3,60 \times 9 + 4,00 \times 13 + 4,40 \times 10 + 4,80 \times 3}{40} = \frac{158,8}{40} = 3,97.$$

Der mit **Hilfe der Klassenmitten** berechnete **praktische Mittelwert** ist 3,97 m. Er unterscheidet sich kaum von dem in a) berechneten Mittelwert.

## IV PREISINDEX (oder PREISINDIZ)

### Einstieg 9 Preisindex und Originalbasis

#### Zur Information



Ein **Preisindex** ist ein statistisches Konstrukt, das eine Aussage über **die Höhe der Inflation**, bzw. **Deflation** in einem **volkswirtschaftlichen Bereich** machen soll. Dazu wird ermittelt, wie sich die Preise der Güter eines für diesen Wirtschaftsbereich repräsentativen **Warenkorbes** im Durchschnitt über die Zeit geändert haben.

#### **Beispiel :**

Gegeben : **Originalwert des Preisindex** (oder **Basis**) im Jahr 2001 = **100**

[Man sagt auch : das **Basisjahr** (oder die **Originalbasis**) ist 2001].

**Preisindex** im Jahr 2005 = **107**

Das bedeutet, dass **die Preise**, zwischen den Jahren 2001 und 2005, **um 7% gestiegen sind**.

#### Aufgabe 1 :

Die folgende Tabelle zeigt an, wie sich der Preis einer Ware zwischen den Jahren 1995 und 2005 geändert hat.

<b>Jahr</b>	1995	2000	2005
<b>Preis (in €)</b>	165	184,80	207,90



(1) Ist die folgende Behauptung richtig oder falsch :

„Wenn das Basisjahr 1995 ist, dann gilt : Preisindex im Jahr 2000 = 112.“

(2) Berechne den Preisindex im Jahr 2005, wenn das Basisjahr 1995 ist.

(3) Berechne den Preisindex im Jahr 2005, wenn das Basisjahr 2000 ist.

#### Aufgabe 2 :

Die folgende Tabelle gibt die Preisindexe einer Ware zwischen den Jahren 1999 und 2002 an.

<b>Jahr</b>	1999	2000	2001	2002
<b>Preisindex</b>	100	95	110	121

(1) Welches ist das Basisjahr ?

(2) Um wie viel Prozent wurden die Preisindexe erhöht :

a) zwischen den Jahren 1999 und 2001,

b) zwischen den Jahren 1999 und 2002 ?

(3) Um wie viel Prozent wurden die Preisindexe ermäßigt zwischen den Jahren 1999 und 2000 ?

(4) Ist die folgende Behauptung richtig oder falsch :

„Zwischen den Jahren 2000 und 2001 wurden die Preisindexe um 15 % erhöht.“

Le professeur trouvera ci-dessous deux extraits de documents authentiques, en langue allemande, sur la notion d'indice des prix. Il s'en servira, à sa convenance, pour enrichir la „culture statistique“ de ses élèves.

**Sites internet consultés le 6 octobre 2009 :**

(1) <http://www.statistik.bayern.de/daten/bayern/preise/00183/index.php>

#### **Preisindex für Wohngebäude in Bayern im August 2009**

**Preissteigerung gegenüber dem Vorjahr um 0,4% niedriger.**

**Der Preisindex** für Wohngebäude in Bayern **erreichte** im August 2009 **einen Stand von 112,9 (Basis 2005 = 100)** und blieb somit gegenüber dem letzten Erhebungsmonat Mai 2009 unverändert. Im Vergleich zu August 2008 ergab sich ein Rückgang um 0,4%.

Im Bereich der Rohbauarbeiten **sanken die Preise** im Vorjahresvergleich um 1,5%; dabei war die **Preisentwicklung** der einzelnen Bauarbeiten sehr unterschiedlich. So fielen die Preise für Betonarbeiten um 5,2% sowie für Stahlbauarbeiten um 5,0%, während sich Dachdeckungs- und Dachabdichtungsarbeiten (+ 1,9%) und Verbauarbeiten (+ 0,7%) verteuerten.

Bei den Ausbauarbeiten war eine **Preiszunahme** um 0,8% gegenüber August 2008 festzustellen. Dabei waren die deutlichsten **Steigerungen** bei Dämmarbeiten an technischen Anlagen (+ 4,3%), Arbeiten an raumlufttechnischen Anlagen (+ 3,8%) und bei Fassadenarbeiten (+ 2,6%) zu verzeichnen. [...]

(2) <http://www.statistik.baden-wuerttemberg.de/Konjunkturspiegel/bauPub.asp>

#### **Preisindex für Bauwerke**

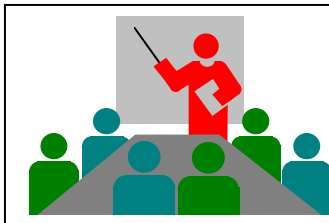
##### **Änderung der Veröffentlichungspraxis**

**Der Preisindex** für Bauleistungen an Bauwerken **wurde** im August 2008 **auf das neue Preisbasisjahr 2005 umgestellt**. Eine solche Umbasierung findet in der Regel alle 5 Jahre statt. Dabei werden für die neue Basis die an die veränderten Strukturen im Baugewerbe angepassten neu berechneten Gewichte für die einzelnen Bauleistungen zu Grunde gelegt. Im Zuge dieser Neustrukturierung wird die **Indexberechnung** für gemischt genutzte Gebäude eingestellt, da dieser Index an Bedeutung verloren hat.

Nach **der Umstellung werden die Baupreisindizes** nur noch für das jeweils aktuelle **Basisjahr (die sogenannte Originalbasis)** ausgewiesen. Das ist zur Zeit das Basisjahr 2005.

**Indexwerte** alter Basisjahre können mit Hilfe von Umrechnungsfaktoren berechnet werden. Dabei ist aber zu beachten, dass diese Faktoren immer nur für den jeweiligen Preisbasisbereich, das heißt im Fall der Preisbasis 2005 = 100, für die Zeiträume beginnend mit Berichtsmonat Februar 2005 genutzt werden können.[...]

Der Preisindex für Bauwerke in Baden-Württemberg auf Basis 2005 = 100 wurde erstmalig für August 2008 berechnet. Dabei werden die Baupreisindizes für Bauleistungen an Wohngebäuden auf der Basis 2005 bis zum Jahr 1949 zurückgerechnet.



## ERINNERE DICH ...

*Remarque préalable : nous ne proposons pas de cours sur les notions d'effectifs cumulés et de fréquences cumulées puisqu'en Allemagne on rencontre la notion de fréquence cumulée dans la « Wahrscheinlichkeitstheorie » et elle porte alors le nom de « Wahrscheinlichkeitssumme ». Nous ne parlerons donc dans ce cours que de « Mittelwert » et de « Gewichtetes Mittel ».*

### MITTELWERT oder DURCHSCHNITT oder ARITHMETISCHES MITTEL

$$\text{Mittelwert} = \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl aller Werte}}$$

#### Beispiele :

a) Der Mittelwert der Noten 5, 9, 13 und 14 lässt sich so berechnen :  $\frac{5 + 9 + 13 + 14}{4} = 10,25$ .

b) Herr Lang ist 1,78 m groß, Marion 1,52 m und der kleine Johann 1,15 m.

Aus  $\frac{1,78 + 1,52 + 1,15}{3} \approx 1,483333\dots$

ergibt sich gerundet eine durchschnittliche Größe von 1,48 m für die drei.



**Bemerkung :** Bevor der Mittelwert berechnet wird, müssen alle Größen in dieselbe Maßeinheit umgewandelt werden :

c) Das Durchschnittsgewicht von 850 kg und 1,7 t ergibt sich aus :

$$\frac{850 + 1700}{2} = 1\,275 \text{ und beträgt also } 1\,275 \text{ kg.}$$

### GEWICHTETES MITTEL

**Beispiel :** Wenn in einer Klasse mit 20 Schülern 8 Schüler je 10 € Taschengeld, 5 Schüler je 15 € und 7 Schüler je 30 € pro Monat bekommen, dann bekommt ein Schüler im Durchschnitt :

$$\frac{8 \times 10 + 5 \times 15 + 7 \times 30}{20} = 18,25 \quad \text{also pro Monat } 18,25 \text{ € Taschengeld.}$$

Man sagt auch : Die in der Klasse vorkommenden Taschengeldbeträge 10 €, 15 € und 30 € werden mit den « **Gewichten** » 8 ; 5 und 7 versehen. Den Betrag 18,25 € nennt man dann das (mit diesen Zahlen) « **gewichtete Mittel** » der Beträge 10 €, 15 € und 30 €. Das arithmetische Mittel der Taschengeldbeträge aller Schüler wird als gewichtetes Mittel der drei Beträge 10 €, 15 € und 30 € aufgefasst.

**Entsprechend** hat man oft Veranlassung, gegebene Zahlen  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  mit "Gewichten"  $g_1, g_2, \dots, g_n$  zu versehen. Man nennt dann :

$$\frac{g_1 \times Z_1 + g_2 \times Z_2 + \dots + g_n \times Z_n}{g_1 + g_2 + \dots + g_n} \text{ das (mit } g_1, g_2, \dots, g_n) \text{ gewichtete Mittel der Zahlen } Z_1, Z_2, Z_n.$$

### MITTELWERT UND KLASSENEINTEILUNG

Die Einteilung einer Stichprobe in Klassen heißt **Klassieren einer Stichprobe**. Man berechnet den **praktischen Mittelwert**, indem man alle Messwerte durch die zugehörigen Klassenmitten ersetzt und hiervon den Mittelwert berechnet.

# ÜBUNGEN ZUR FESTIGUNG UND ZUM WEITERARBEITEN

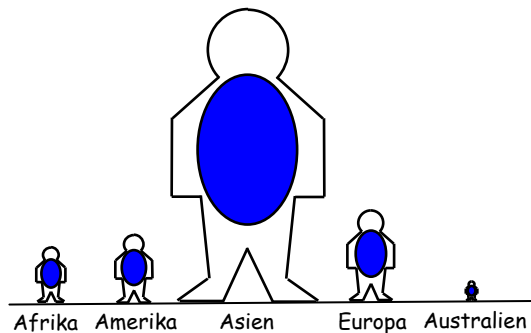
*Remarque :* Nous ne proposons que des exercices inspirés de manuels allemands étant entendu, qu'il vaut mieux traiter en français les exercices sur les notions qui n'ont pas de véritable "équivalence" en Allemagne, à savoir, "effectifs cumulés et fréquences cumulées". On trouve néanmoins quelques exercices allemands faisant intervenir la notion de cumul !

## A) HÄUFIGKEITSTABELLEN UND DIAGRAMME

A1) Die Bevölkerungszahl der Erde betrug 1985 :

<b>Afrika</b>	420 000 000
<b>Amerika</b>	575 000 000
<b>Asien</b>	2 345 000 000
<b>Europa</b>	670 000 000
<b>Australien und Ozeanien</b>	23 000 000

Welcher Eindruck entsteht durch das Bild ?  
Zeichne zum Vergleich ein Kreisdiagramm.



A2) Die Schüler eines Gymnasiums werden gebeten, ihre Meinung zu der neuen Schülerzeitung zu sagen.

- Wie viele Schüler haben jeweils ihre Meinung gesagt ?
- Berechne die relativen Häufigkeiten und zeichne Staffebilder.
- Mache die Summenkontrolle !

Ergebnis	absolute Häufigkeit	
	nach der ersten Auflage der Zeitung	nach der zweiten Auflage der Zeitung
<b>sehr gut</b>	169	92
<b>gut</b>	255	147
<b>mittelmäßig</b>	73	229
<b>schlecht</b>	38	66
<b>sehr schlecht</b>	51	25

A3) Kindern und Jugendlichen unter 16 Jahren ist das Rauchen in der Öffentlichkeit nicht gestattet. Eine Umfrage der Schulleitung hat ergeben :



- 29 von 50 Schülern haben schon geraucht, obwohl sie noch keine 16 Jahre alt sind. Wie groß ist die relative Häufigkeit von Schülern unter 16 Jahren, die schon einmal geraucht (nicht geraucht) haben ?
- Mache gemeinsam mit deinen Mitschülern eine statistische Erhebung : wie groß ist die relative Häufigkeit der Schüler der "quatrième" deiner Schule, die schon geraucht haben ?

A4) Eine Psychologin befragte die Schüler einer "quatrième" nach der Zeit, die sie täglich etwa vor dem Fernseher sitzen und Sendungen oder Videos ansehen.

Zeit für Fernsehen (in min)	0 bis 29	30 bis 59	60 bis 89	90 bis 119	120 bis 149	150 bis 179	180 bis 209	210 bis 239	240 und mehr
<b>Anzahl der Schüler (absolute Häufigkeit)</b>	1	3	5	7	4	3	2	1	0

Bestimme die jeweiligen relativen Häufigkeiten. Zeichne ein Stabdiagramm.

A5) Im Jahre 1985 waren in Deutschland an Hauptschulen 1 665 600, an Gymnasien 1 115 900, an Realschulen 1 033 400 und an Gesamtschulen 186 500 Schüler. Zeichne ein Kreisdiagramm.

Bei einer statistischen Erhebung kann man zwei verschiedene Verfahren benutzen :

- Man untersucht die **Grundmenge**, also **alle** Personen, Dinge usw., über die man etwas wissen möchte. Ein Beispiel hierfür ist die Volkszählung.
- Man untersucht eine **Stichprobe** aus der Grundmenge. Hierzu wählt man eine Untermenge aus der Grundmenge aus und untersucht nur diese. Ein Beispiel hierfür ist die Befragung von 1 000 Fernsehzuschauern statt von allen Fernsehzuschauern.

Wenn der Umfang der Stichprobe genügend groß ist, dann kann man annehmen, dass die relativen Häufigkeiten der Stichprobe und der Grundgesamtheit ungefähr gleich sind.

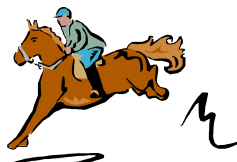
Finden 30 % der befragten 1000 Fernsehzuschauer eine Sendung gut, dann kann man annehmen, dass auch (ungefähr) 30 % aller Fernsehzuschauer die Sendung gut finden.

**A6)** Von den 956 Schülern einer Schule kamen 568 regelmäßig zu Fuß, 209 mit öffentlichen Verkehrsmitteln, 92 mit dem Fahrrad und der Rest mit einem eigenen Motorfahrzeug in die Schule. Bei einer Stichprobe von 100 Schülern hatte man folgende Zahlen :

Zu Fuß : 59 ; öffentliche Verkehrsmittel : 22 ; Fahrrad ; 10 ; eigenes Motorfahrzeug : 9.

Vergleiche die Häufigkeiten der Stichprobe mit denen der Grundmenge.

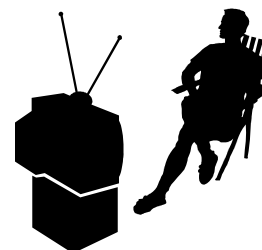
**A7)** 120 befragte Schüler gaben ihre Hobbys an. Bestimme die relativen Häufigkeiten. Die Schule hat 1 100 Schüler. Wie viele von diesen Schülern haben voraussichtlich den Umgang mit einem Computer als Hobby ?



Sport/Reiten :	86
Musik :	78
Computer :	10
Schach :	17
Handarbeiten/Basteln :	31

**A8)** Die Schüler einer “quatrième” wurden befragt, wie lange sie am letzten Wochenende ferngesehen hatten. Es gab folgende Ergebnisse :

0 h	40 min							
1 h	30 min	20 min						
2 h	15 min	20 min	45 min					
3 h	30 min	45 min	25 min	50 min	20 min			
4 h	20 min	10 min	30 min	15 min	30 min	20 min	30 min	
5 h	20 min	50 min	10 min	0 min	15 min			
6 h	30 min							



- Wie viele Schüler verbrachten weniger als 1 Stunde vor dem Fernseher ? Wie viele Schüler verbrachten zwischen 1 Stunde (einschließlich) und 2 Stunden vor dem Fernseher ? Gib auch die anderen absoluten Häufigkeiten an. Wie viele Schüler wurden insgesamt befragt ?
- Berechne die relativen Häufigkeiten.
- Zeichne ein Streckendiagramm.
- Welche sind die relativen Häufigkeiten für die folgenden Ergebnisse :
  - \* weniger als zwei Stunden vor dem Fernseher verbringen,
  - \* mehr als vier Stunden vor dem Fernseher verbringen ?

**A9)** In einer Siedlung wurden die Familien nach der Anzahl ihrer Kinder befragt :

<b>Anzahl der Kinder in einer Familie</b>	0	1	2	3	4	5	6
<b>Anzahl der Familien</b>	20	36	54	43	26	12	9

- Wie viele Familien wohnen in der Siedlung ?
- Wie viele Kinder wohnen in der Siedlung ?
- Wie viel Prozent der Familien haben :
  - genau 2 Kinder,
  - weniger als 2 Kinder,
  - mindestens 2 Kinder,
  - mehr als 2 Kinder ?

## B) MITTELWERT UND GEWICHTETES MITTEL

### Mittelwert

**B1)** Berechne das arithmetische Mittel folgender Zahlen.

a) 3,48 ; 7,49 ; 11,63

b) 17,5 ; 28,7 ; 23,3 ; 15,7

c) 1,75 ; 6,27 ; 8,96 ; 2,66 ; 5,5 ; 7,2

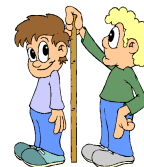
**B2)** Marion und Sabine haben eine viertätige Radtour unternommen. Am ersten Tag haben sie 68,1 km zurückgelegt, am zweiten Tag 56,3 km, am dritten Tag 53,5 km, am vierten Tag 75,7 km.

Wie viel km sind sie durchschnittlich an einem Tag gefahren ?



**B3)** Die Messung der Körpergröße in einer "quatrième" hat ergeben (in cm) :

156 ; 162 ; 157 ; 149 ; 174 ; 153 ; 161 ; 155 ; 157 ; 154 ; 163 ; 166 ; 155 ;  
151 ; 169 ; 154 ; 161 ; 149 ; 162 ; 157 ; 149 ; 163 ; 149 ; 151 175



Berechne die mittlere Größe der Schüler.

**B4)** Marion spart für ihre Ferien. Wie viel Geld hat sie durchschnittlich je Woche gespart ?

Woche	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Betrag (in €)	0,90	1,05	0,95	1,25	0,80	1,00	0,95	1,10	1,05	0,85

**B5)** In den letzten 12 Jahren wurden für eine Stadt die durchschnittlichen Januartemperaturen ermittelt :  $-3,1^\circ$  ;  $-2,4^\circ$  ;  $0,7^\circ$  ;  $-0,3^\circ$  ;  $-1,8^\circ$  ;  $0,7^\circ$  ;  $-4,9^\circ$  ;  $-1,7^\circ$  ;  $0,9^\circ$  ;  $-1,6^\circ$  ;  $0,2^\circ$  ;  $-0,1^\circ$   
Berechne den Mittelwert.

**B6)** Berechne die mittlere Temperatur aus den drei Ablesungen :

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
7 Uhr	$8^\circ\text{C}$	$-2^\circ\text{C}$	$-8^\circ\text{C}$	$-12^\circ\text{C}$	$2,5^\circ\text{C}$	$-4,6^\circ\text{C}$
14 Uhr	$18^\circ\text{C}$	$1^\circ\text{C}$	$2^\circ\text{C}$	$-5^\circ\text{C}$	$4,3^\circ\text{C}$	$+0,3^\circ\text{C}$
21 Uhr	$6^\circ\text{C}$	$1^\circ\text{C}$	$-3^\circ\text{C}$	$-8^\circ\text{C}$	$6,8^\circ\text{C}$	$-2,7^\circ\text{C}$

**B7)** Thomas Mutter hatte in einer Woche folgende Ausgaben :

Montag	6,22 €	Mittwoch	9,20 €	Freitag	44,67€
Dienstag	17,76 €	Donnerstag	19,29 €	Samstag	35,8 €

a) Wie viel € gab Thomas Mutter im Durchschnitt an jedem Wochentag (außer Sonntag) aus ?

b) An welchen Tagen lagen die Ausgaben über dem Durchschnitt, an welchen Tagen unter dem Durchschnitt ? Um wie viel € jeweils ?

### Falsche und irreführende Anwendung des Mittelwertes

**B8)** Claudia hat die Postleitzahlen ihrer Brieffreundinnen aufgeschrieben :

Susanne	Brigitte	Stefanie	Nadia	Martina	Regina	Catharina	Nathalie
4630	46000	43000	35070	10000	80000	23000	48300

Kann man hier den Mittelwert sinnvoll bilden ?

**B9)** Der Lehrer Herr ZUFRIEDEN sagt : "Die Klassenarbeit ist normal ausgefallen, denn der Mittelwert der Noten liegt über 3,3."

Der Notenspiegel sah wie nebenstehend aus.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	6	4	0	0	7	3

Was "verschleiert" hier der Mittelwert ? Was meinst du von der Aussage des Lehrers ?

**B10)** In einem Test konnten 37 Punkte erreicht werden.

Punktzahlen der 8 Jungen : 31 32 14 30 37 28 35 31.

Punktzahlen der 16 Mädchen : 36 29 35 34 33 23 37 37  
27 37 24 32 30 6 24 37

a) Berechne den Punktdurchschnitt der Jungen.

Wie viele Jungen lagen über dem Durchschnitt, wie viele darunter ?

b) Berechne den Punktdurchschnitt der Mädchen.

c) Berechne den Punktdurchschnitt der gesamten Klasse. Warum darf man für den Gesamtdurchschnitt nicht den Mittelwert der vorher berechneten Durchschnittswerte der Jungen und der Mädchen nehmen ?





## Mittelwert der Mittelwerte

**B11)** Irina und Michael vergleichen ihre Noten in den letzten Mathematikarbeiten.

	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4
<b>Irina</b>	2	2	3	3
<b>Michael</b>	4	3	2	1

Michael sagt :

**Ich habe meine Durchschnittsnote so berechnet**

Nach Arbeit Nr. 2 :  $\frac{4+3}{2} = 3,5$

Nach Arbeit Nr. 3 :  $\frac{3,5+2}{2} = 2,75$

Nach Arbeit Nr. 4 :  $\frac{2,75+1}{2} = 1,88$

Irina rechnet nun ebenso :  $\frac{\frac{2+2}{2} + 3}{2} = \frac{5,5}{2} = 2,75$ .

Damit ist sie gar nicht zufrieden :

**Lass uns mal « normal » rechnen !**

Irina :  $\frac{2+2+3+3}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$

Michael :  $\frac{4+3+2+1}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$

“Na siehst du !” freut sich Irina.

- a) Wodurch unterscheidet sich Michaels Rechnung von der “normalen” Mittelwertbildung ? Warum führt sie nicht zum gleichen Ergebnis ?
- b) Wann ist das Ergebnis bei Michaels Rechnung größer, wann kleiner als der Mittelwert ?

## Mittelwert und Bruchzahlen

**B12)** Katia meint : “Der Mittelwert von 5 und 9 ist 7, also ist der Mittelwert von  $\frac{1}{5}$  und  $\frac{1}{9}$  gleich  $\frac{1}{7}$ ”.  
Überprüfe diese Aussage von Katia. Welcher ist der genaue Mittelwert ?

**B13)** Berechne den Mittelwert von folgenden Brüchen :

a)  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{1}{3}$ ; b)  $\frac{1}{3}$  und  $\frac{1}{4}$ ; c)  $\frac{1}{4}$  und  $\frac{1}{5}$ ; d)  $\frac{1}{5}$  und  $\frac{1}{6}$ ; e)  $\frac{1}{6}$  und  $\frac{1}{7}$ ; f)  $\frac{1}{7}$  und  $\frac{1}{8}$ .

## Gewichtetes Mittel

**B14)** Die Schüler von verschiedenen “quatrièmes” wurden nach ihrem monatlichen Taschengeld befragt :

<b>Taschengeld (in €)</b>	4	5	6	7,50	10	12,50	15
<b>Jeweilige Anzahl der Schüler</b>	1	4	1	8	8	6	1

- a) Wie viele Schüler wurden befragt ?
- b) Berechne die relativen Häufigkeiten für die verschiedenen Taschengeldbeträge und zeichne ein Staffeldiagramm.
- c) Berechne den Mittelwert. Runde sinnvoll.

**B15)** Die Schüler einer Klasse fahren mit dem Schulbus folgende Strecken :

5 Schüler je 12,4 km ; 5 Schüler je 11,2 km ; 6 Schüler je 8,0 km ;  
6 Schüler je 6,5 km ; 8 Schüler je 5,0 km ; 5 Schüler je 12,4 km.



Berechne die Entfernung, die von diesen Schülern durchschnittlich mit dem Schulbus zurückgelegt wird.

**B16)** Ein Theater gibt für eine Sondervorstellung verbilligte Preise auf alle Plätzen.



- 1. Parkett 125 Karten zu 4,75 €
- 2. Parkett 180 Karten zu 4,25 €
- 3. Parkett 90 Karten zu 3,75 €
- 1. Rang 225 Karten zu 4,50 €
- 2. Rang 270 Karten zu 3,50 €

- a) Berechne die Gesamteinnahme, wenn alle Plätze ausverkauft sind.
- b) Berechne den Durchschnittswert pro Eintrittskarte.
- c) Im normalen Verkauf sind die Preise im Parkett um 1,25 € und im Rang um 1,75 € teurer. Berechne den durchschnittlichen Preis pro Karte im normalen Verkauf.

### Klassierte Stichproben

**B17)** In einer Fabrik für Verpackungsmaterial wurde eine neue Art von Brothülle auf Verdunstungssicherheit geprüft. Bei 50 Exemplaren fand man nach einer zweitägigen Lagerung bei 40 °C bei den verpackten Broten folgende Gewichts-minderung (in g).

5,6	1,0	4,6	8,1	2,7	2,6	13,0	9,8	11,9	2,0
3,4	12,4	1,8	4,5	6,3	5,0	8,3	8,0	8,2	3,1
3,0	3,8	5,8	1,8	11,8	4,0	5,7	2,6	8,2	4,7
3,8	5,9	1,8	2,4	2,6	2,5	4,0	1,4	3,5	6,0
5,9	1,7	10,4	6,0	8,1	3,2	9,8	7,7	2,0	8,1

- a) Klassiere diese Stichprobe für die Klassenbereiche 1,0 g bis 3,5 g ; 3,5 g bis 6,0 g ; 6,0 g bis 8,5 g ; 8,5 g bis 11,0 g ; 11,0 g bis 13,5 g.
- b) Zeichne das Staffeldiagramm. Berechne dann : - die Klassenmitten ; - den Mittelwert.

**B18)** Beim Kugelstoßen wurden diese Leistungen erzielt : (siehe Tabelle rechts)



Weite (in m)	Anzahl der Leichtathleten
4,26 – 5,75	3
5,76 – 7,25	21
7,26 – 8,75	27
8,76 – 10,25	14
10,26 – 11,75	6

- a) Zeichne das Staffeldiagramm.
- b) Bestimme einen Näherungswert für den Mittelwert.

**B19)** Peter und Daniela sollen von einem Bindfaden nach Augenmaß jeder 100 möglichst genau 10 cm lange Stücke abschneiden. Die Nachmessung ergab :

Länge (in cm)	[8,6 ; 9,0[	[9,0 ; 9,4[	[9,4 ; 9,8[	[9,8 ; 10,2[	[10,2 ; 10,6[	[10,6 ; 11,0[	[11,0 ; 11,4[
<b>Peter</b>	1	7	26	31	23	10	2
<b>Daniela</b>	0	2	24	49	23	1	1

- a) Berechne einen Näherungswert für den Mittelwert beider Stichproben ; zeichne jeweils ein Staffeldiagramm. Vergleiche die beiden Stichproben.
- a) Führe den Versuch selber durch ; vergleiche deine Stichprobe mit der von Peter und Daniela.

### Mittelwert und Gleichung

**B20)** Der Mittelwert zweier Zahlen ist 4. Die eine Zahl ist 3. Wie lautet die andere Zahl ?

**B21)** Ein Motorschiff macht Rundfahrten auf einem See. An den ersten Wochenenden der Saison gab es folgende Fahrgastzahlen : 142, 118, 169, 172, 107, 175, 183, 134, 153. Durch die Teilnehmerzahl des zehnten Wochenendes wurde die mittlere Teilnehmerzahl nicht geändert.

Wie viele Fahrgäste gab es am zehnten Wochenende ?

**B22)** Auf einer Hühnerfarm werden die Eier nach dem Gewicht sortiert. Durch lange Erfahrung ergab sich folgende Häufigkeitstabelle :

Gewicht (in g)	40 bis 45	45 bis 50	50 bis 55	55 bis 60	60 bis 65	65 bis 70
prozentualer Anteil	5 %	16 %	26 %	28 %	17 %	8 %

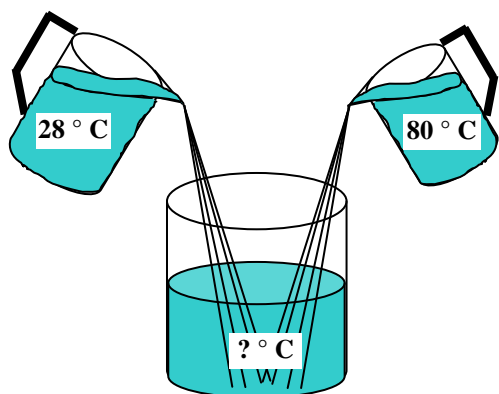
- Berechne das mittlere Gewicht der Eier.
- Wie viele Eier kann man in den verschiedenen Klassen erwarten, wenn die Tagesproduktion 5 600 Eier beträgt ? Mit welchem Gesamtgewicht muss man rechnen ?

### C) ZUM KNOBELN UND WEITERARBEITEN

**C1)** Messing ist eine Mischung (Legierung) aus Kupfer und Zink. Der Kupferanteil beträgt in der Regel zwischen 60 % und 70 %.

- Wie viel kg Kupfer muss man 50 kg Messing mit einem Kupferanteil von 62 % beimischen, um Messing mit einem Kupferanteil von 68 % zu bekommen ?
- Herr HALBSOREICH hat 1,5 kg reines Kupfer. Wie viel kg Messing mit 62 % Kupferanteil muss er dem reinen Kupfer beimischen, um 68-prozentiges Messing zu erhalten (um 70-prozentiges Messing zu erhalten) ?

**C2)**



Paul mischt 500 ml lauwarmes Wasser (28 °C) mit 800 ml heißem Wasser (80 °C).

- Welche Mischungstemperatur ergibt sich ? (Anleitung : « Gewichte » die Temperaturen mit den zugehörigen Wassermengen.)
- Wie viel Wasser von 80 °C muss er 500 ml des 28 °C warmen Wassers beimischen, um zu einer Mischungstemperatur von 48 °C zu kommen ?

**C3)** a) Land A hat einen Ausländeranteil von 8 %, Land B einen Ausländeranteil von 6,4 %. Land A hat 2,5mal so viele Einwohner wie Land B. Wie hoch ist der Ausländeranteil in beiden Ländern zusammen ?

- In einem dritten Land C ist der Ausländeranteil 10,5 %, wobei das Land C so viel Einwohner wie A und B zusammen hat. Wie hoch ist der Ausländeranteil in den drei Ländern zusammen ?



### **EXERCICES COMPLEMENTAIRES EN FRANÇAIS.**

*Nous ne proposons pas dans ce chapitre d'exercices particuliers en français pour compléter ceux donnés en langue allemande mais, nous conseillons aux professeurs de travailler en français essentiellement les notions d'effectifs cumulés et de fréquences cumulées ainsi que des mises en diagrammes pour que les élèves se familiarisent avec le vocabulaire correspondant !*