15. Flächeninhalte

Remarques : Par choix, nous avons laissé l'activité : « *Einstieg 4 Flächeninhalt eines Kreises* ». Cette activité de découverte permet de connaître et d'utiliser la formule donnant l'aire d'un disque, thème à présent au programme de la classe de 6$^{\text{ème}}$, mais pouvant être redonné en révision/approfondissement en classe de 5$^{\text{ème}}$. Par contre, est rajoutée dans de chapitre une activité permettant de découvrir que « la médiane d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire ».

Objectifs visés :
- *calcul de l'aire du parallélogramme en la reliant à celle du rectangle ;*
- *calcul de l'aire du triangle à partir d'un côté et de sa hauteur associée ; lien avec l'aire du parallélogramme ;*
- *révision de l'aire du disque, déjà étudiée en classe de 6ème ;*
- *aire de figures plus complexes.*

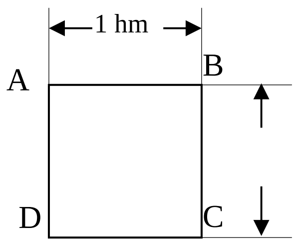
Introduction
*Cette leçon ne présente pas de différence notable par rapport à la conception allemande sur l'apprentissage des mesures de surfaces. Tout au plus, convient-il de noter le peu de place accordé à l'aire du disque (*Flächeninhalt eines Kreises oder Flächeninhalt einer Kreisscheibe*).*

Einstieg

Einstieg 1 Erinnere dich !

Aufgabe 1
Objectif : réviser les notions fondamentales sur les unités d'aire

Übung 1



1) Wie heißt der Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge 1 m?
2) Welches ist der Flächeninhalt des Quadrats ABCD?
3) Verfasse die Definition der folgenden Flächeneinheiten:
a) ein Quadratzentimeter b) ein Quadratdekameter
c) ein Quadratmillimeter d) ein Ar e) ein Hektar

Übung 2

Ergänze:
1) Ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 m enthält …... Quadrate von 1 dm^2 Flächeninhalt.
2) Ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 cm enthält 100 Quadrate von 1 …... Flächeninhalt.
3) a) 1 m^2 = …… dm^2 ; 1 dm^2 = …… m^2 b) 1 m^2 = ……… cm^2 ; 1cm^2 = ……… m^2

Übung 3
Objectif : calculs sur des unités d'aire.

Übertrage diese Tabelle in dein Heft und ergänze sie:

8 cm = … mm^2	4000 dm^2 = … m^2	1m^2 = …. cm^2	1 a = … dam^2	45 ca = … m^2
120 mm^2 … cm^2	3,5 hm^2 = … dam^2	0,5 dam^2 = …. dm^2	1 a = … m^2	3,6 a = … m^2
1,5 m^2 = … dam^2	1800 dm^2 … dam^2	2,7 m^2 = …… hm^2	1 ha = … hm^2	6 ha = … hm^2

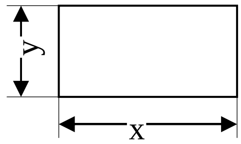
Aufgabe 2
<u>Objectif :</u> rappel de quelques formules

<u>Übung 1</u>

Ergänze :
1) Für den Flächeninhalt A eines Rechtecks, mit den Seitenlängen a und b gilt: A = ………
2) Für den Umfang P eines Rechtecks, mit den Seitenlängen a und b gilt: P = ………………
3) Für den Flächeninhalt F eines Quadrats, mit der Seitenlänge x gilt: F = ………………
4) Für den Flächeninhalt U eines Quadrats, mit der Seitenlänge y gilt: U = ……………..

<u>Übung 2</u>
<u>Objectif</u> : périmètre et aire du rectangle
Gib den Umfang und den Flächeninhalt für die folgenden Rechtecke an.

Länge x	Breite y	Umfang U	Flächeninhalt F
5,70 m	3,80 m		
8 m		27 m	
6,30 m			25,2 m²



<u>Übung 3</u>
<u>Objectif</u> : périmètre et aire du carré

a	Umfang U	Flächeninhalt F
7 m		
	59,2 m	
		100 m²
		64 cm²

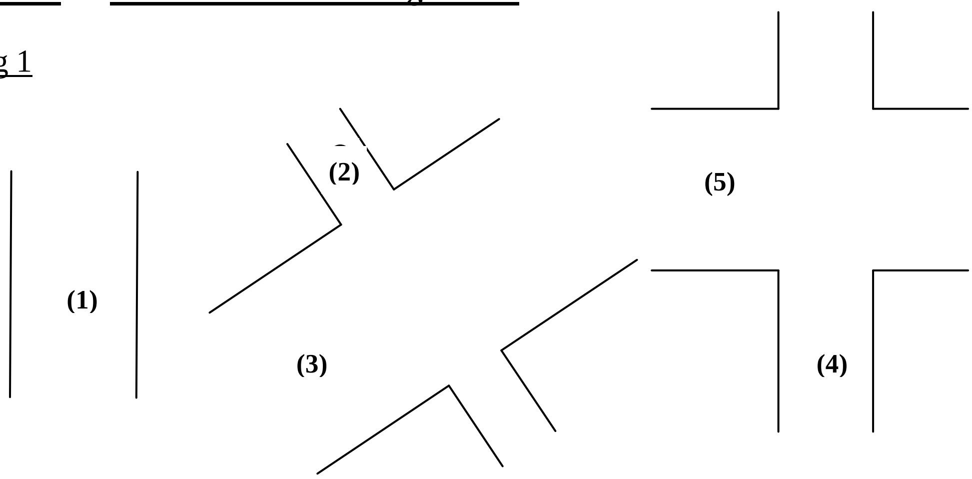
a bezeichnet die Seitenlänge eines Quadrats.

Ergänze die nebenstehende Tabelle.

<u>Einstieg 2</u> **<u>Flächeninhalt eines Parallelogramms</u>**

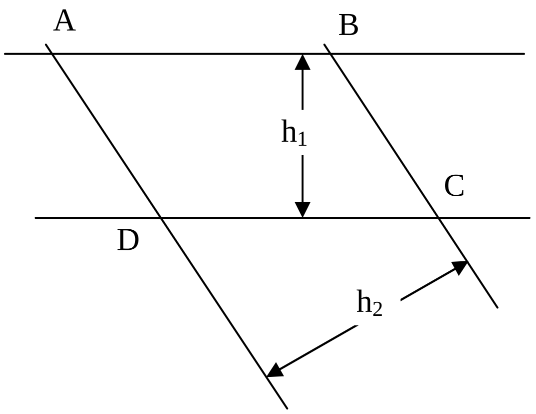
<u>Aufgabe 1</u> **<u>Höhen eines Parallelogramms</u>**

<u>Übung 1</u>



Diese Figur stellt fünf verschiedene Straßen mit dem **Maßstab 1 : 500** dar. Man will die Breite der Straßen **(1), (2), (3), (4)** und **(5)** bestimmen. Dafür musst du jeweils eine Strecke zeichnen, die zu den zueinander parallelen Seiten senkrecht ist.
Wie breit sind dann diese Straßen? Gib die Antworten in Meter an.

Übung 2

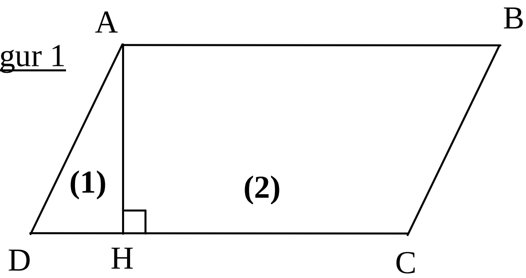


1) Der Abstand der zueinander parallelen Seiten (AB) und (CD) bezeichnet die Höhe h_1 des Parallelogramms ABCD.
Wie könnte man dann die Höhe h_2 definieren ?
2) Eine gewählte Seite des Parallelogramms heißt Grundseite. Welche Höhe gehört zu der Grundseite [AB] ? Welche Höhe gehört zu der Grundseite [BC] ?
3) a) Konstruiere ein Parallelogramm ABCD so, dass : AB = 7 cm ; BC = 4 cm ; $\widehat{ABC}$ = 130°
b) Konstruiere die Höhen h_1 und h_2, die jeweils zu den Grundseiten [AB] und [BD] gehören. Wie lang sind sie jeweils ?

Aufgabe 2 Inhaltsberechnung von Parallelogrammen

Übung 1
Objectif : aire du parallélogramme

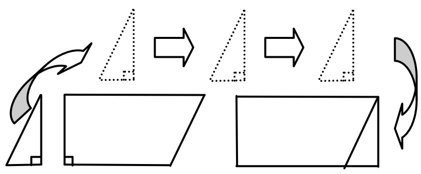
Figur 1



1) Konstruiere ein Parallelogramm ABCD so, dass : AB = 5 cm, AH = 2,5 cm, $\widehat{ABC}$ = 65° (siehe Figur 1).

2) Zerschneide dann das Parallelogramm in zwei Teilstücke **(1)** und **(2)** wie auf der Figur 1 angegeben.

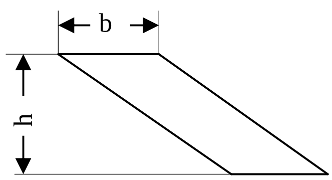
Figur 2



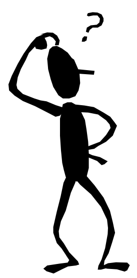
3)
a) Setze diese Teilflächen zu einem Rechteck zusammen (siehe Figur 2).
b) Was kannst du von den Flächeninhalten des Parallelogramms und des Rechtecks sagen?
c) Schließe dann daraus den Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD.

Figur 3

A = b × h



4) Fasse eine Eigenschaft mit den folgenden Teilstücken dieser Eigenschaft zusammen.



multipliziert man die Länge

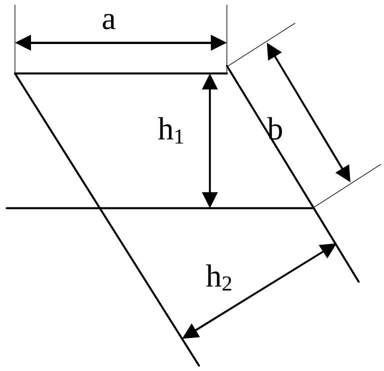
einer Parallelogrammseite (Grundseite) mit

zu berechnen,

der zugehörigen Höhe

Um den Flächeninhalt eines Parallelogramms

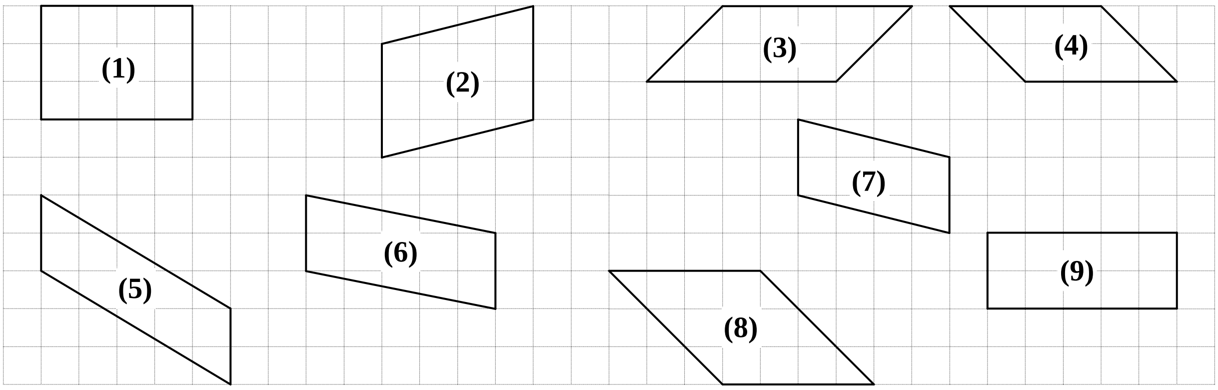
Übung 2
Objectif : exprimer l'aire d'un parallélogramme de deux façons différentes



1) Bestimme den Flächeninhalt des nebenstehenden Parallelogramms auf zwei verschiedene Arten in Abhängigkeit der Längen a, b, h_1, h_2.

2) Berechne für dieses Parallelogramm die Größe b, wenn gegeben ist : a = 8 cm, h_1 = 4 cm, h_2 = 4,8 cm.

Übung 3



1) a) Welche Parallelogramme haben denselben Flächeninhalt wie das Rechteck **(1)**?

b) Welche Parallelogramme haben denselben Flächeninhalt wie das Rechteck **(9)**?

c) Bestimme jeweils diesen Flächeninhalt.

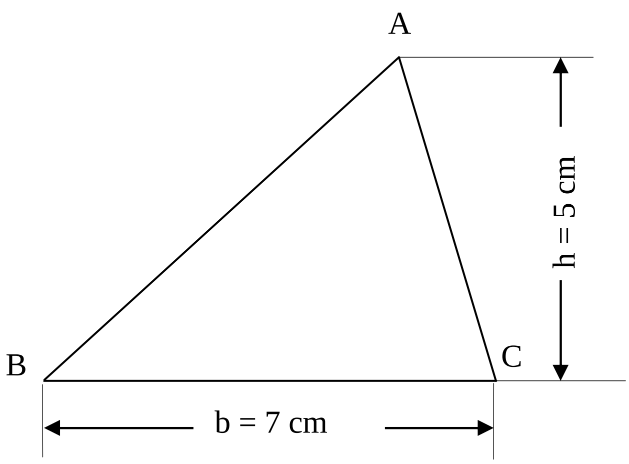
2) Bestimme den Flächeninhalt der übrigen Parallelogramme.

Einstieg 3 Flächeninhalt eines Dreiecks

Introduction
Nous avons proposé une méthode expérimentale pour déterminer l'aire d'un parallélogramme. Pour déterminer celle d'un triangle, nous faisons appel à un raisonnement déductif utilisant les propriétés de la symétrie centrale.

Aufgabe 1 Dreiecke und Parallelogramme

Übung 1
Objectif : raisonnement déductif pour comparer l'aire d'un triangle et d'un parallélogramme.



Konstruiere auf der nebenstehenden Figur den Mittelpunkt M der Strecke [AC].
Spiegle den Punkt B an M : du erhältst den Bildpunkt E.

1) Welches sind jeweils die Bildpunkte der Punkte A und C bei dieser Punktspiegelung?

2) a) Welches ist nun die Bildfigur des Dreiecks ABC bei der Punktspiegelung an M?

b) Ergänze die folgende Tabelle. Es handelt sich immer um die obige Punktspiegelung.

Punkt oder Figur	A	B	C	[AB]	[BC]	Dreieck ABC
Bildpunkt oder Bildfigur						

3) Warum sind die Geraden (AB) und (CE), (BC) und (AE) jeweils zueinander parallel?

4) Beweise, dass ABCE ein Parallelogramm ist.

5) Warum haben die Dreiecke ABC und ACE denselben Flächeninhalt?

Anleitung :

Du musst, beim Beantworten der obigen Fragen, die folgenden Eigenschaften benutzen. Sie sind aber in einer falschen Anordnung angegeben.

(1) Zwei deckungsgleiche Figuren haben den gleichen Flächeninhalt.

(2)Ein Viereck, in dem die gegenüberliegenden Seiten parallel sind, heißt Parallelogramm.

(3) Eine Figur und ihre Bildfigur sind deckungsgleich.

(4) Eine Gerade und ihre Bildgerade sind zueinander parallel.

(5) Der Mittelpunkt einer Strecke ist das Symmetriezentrum dieser Strecke.

6) Welcher Anteil des Flächeninhalts des Parallelogramms repräsentiert der Flächeninhalt des Dreiecks ABC?

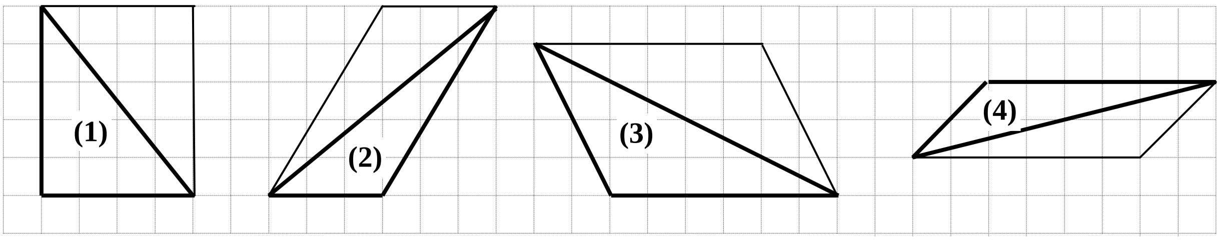
7) Berechne :

a) Den Flächeninhalt des Parallelogramms ABCE.
b) Den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

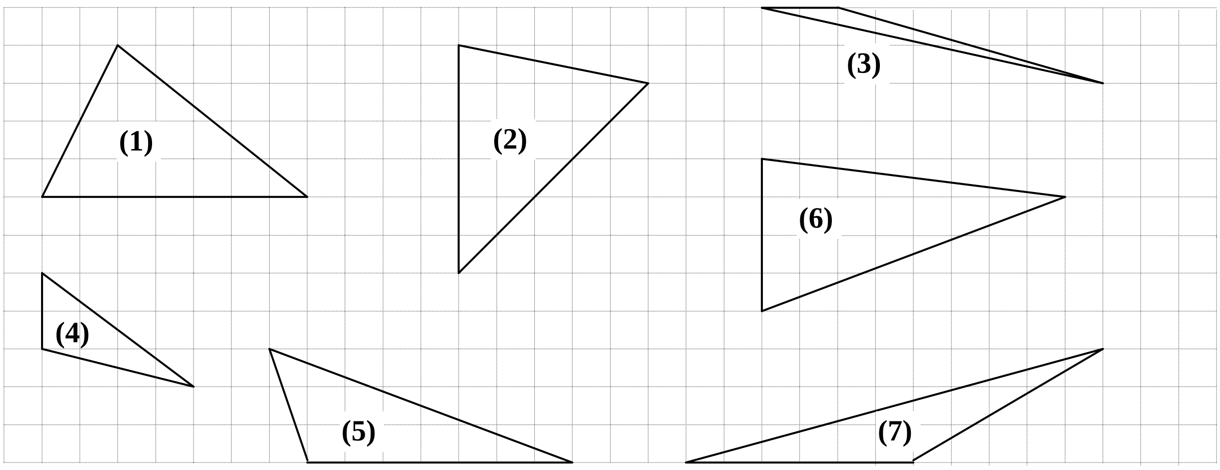
Übung 2
Objectif : application du résultat précédent

Wie groß ist jeweils der Flächeninhalt der fettgedruckten Dreiecke **(1)**, **(2)**, **(3)**, und **(4)**?

Hinweis : wir haben in der vorigen Übung gesehen, dass der Flächeninhalt eines Dreiecks halb so groß wie der Flächeninhalt des zugehörigen Parallelogramms ist.



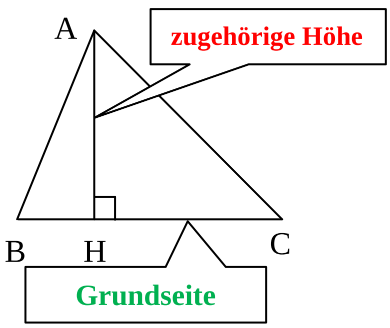
Übung 3



1) Übertrage jedes Dreieck auf kariertes Papier und ergänze es zu einem Parallelogramm.
2) Bestimme dann eine Grundseite und die zugehörige Höhe des erhaltenen Parallelogramms.
3) Berechne zum Schluß den Flächeninhalt des Parallelogramms und schließe daraus den Flächeninhalt des Dreiecks.

Aufgabe 2 Berechnung des Flächeninhalts eines Dreiecks

Übung 1 Höhe eines Dreiecks
Objectif : notion de hauteur d'un triangle



1) Man kann jede Seite eines Dreiecks als Grundseite betrachten. Die zugehörige Höhe ist dann die Senkrechte zu dieser Seite durch den gegenüberliegenden Eckpunkt.

2) a) Ergänze :
« Sei [BC] die gewählte Grundseite des Dreiecks ABC. Die zugehörige Höhe ist die Senkrechte zu der Geraden …… durch den Punkt ……… »

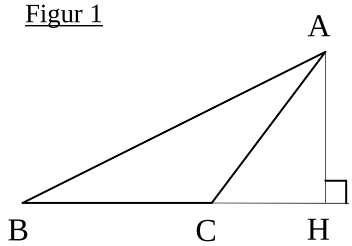
b) Definiere die zugehörigen Höhen, wenn die gewählten Grundseiten jeweils [AB] und [AC] sind.

Übung 2

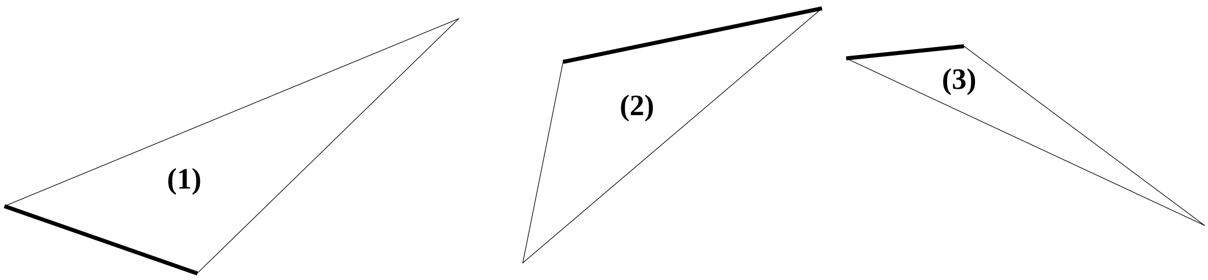
1) Zeichne, für jedes der folgenden Dreiecke (Figur 2), die **Höhe h**, die zu der fettgedruckten **Grundseite g** gehört.

Bemerkung
Wenn die Seite [BC] als Grundseite gewählt wird (Figur 1), muss man sie verlängern, um die zugehörige Höhe zeichnen zu können.

Figur 1



Figur 2

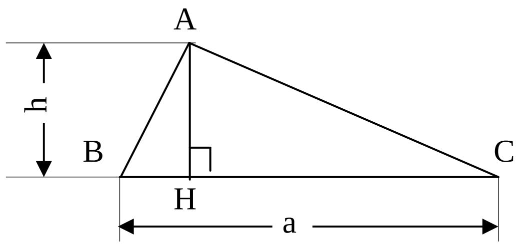


2) Welche Besonderheit haben diese Dreiecke ?

3) Bestimme jeweils h und g und berechne den Flächeninhalt der Dreiecke.

Übung 3

Objectif : mise en place du résultat



1) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks ABC in Abhängigkeit der Längen a und h.

2) Ergänze diesen Satz :

Flächeninhalt eines Dreiecks $= \frac{1}{2} \times$ **Grundseite** $\times$ **……………………………….**

Übung 4

Bemerkung :
Für ein beliebiges Dreieck ABC benutzen wir die folgenden Schreibweisen:

Eckpunkt	**A**	**B**	**C**
Länge der gegenüberliegenden Seite	**a**	**b**	**c**
Länge der zugehörigen Höhe	h_a	h_b	h_c

Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke mit folgenden Maßen :

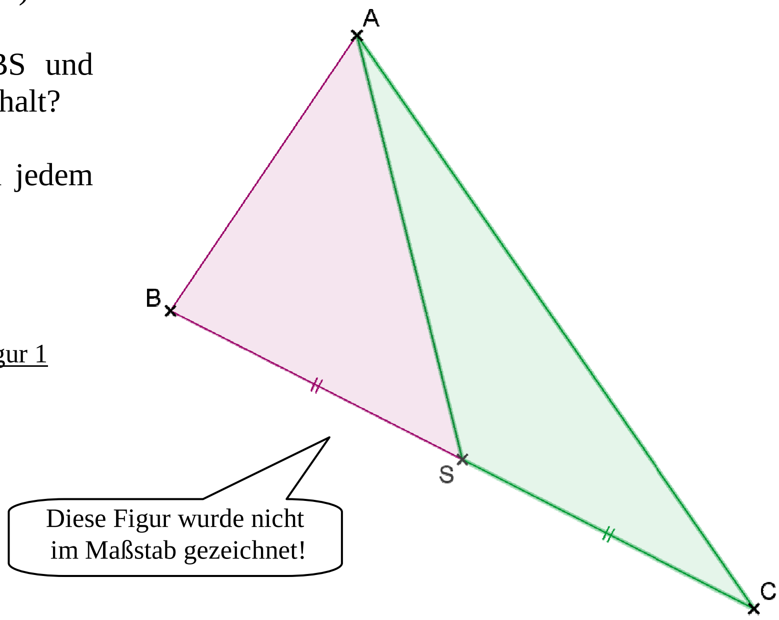
a) $a = 8$ cm ; $h_a = 2{,}7$ cm   b) $b = 9$ cm ; $h_b = 5{,}2$ cm   c) $c = 9{,}5$ cm ; $h_c = 3{,}8$ cm.

Übung 5 Flächeninhalt eines Dreiecks und Seitenhalbierende

Konstruiere ein Dreieck ABC so, dass: BC = 12 cm; AB = 11 cm und AC = 9 cm.
Zeichne die Seitenhalbierende durch den Eckpunkt A im Dreieck ABC; sie schneidet die Gerade (BC) im Punkt S (Figur 1).

a) Welches der Dreiecke ABS und ASC hat den größten Flächeninhalt?

b) Ist dieses Ergebnis wahr in jedem beliebigen Dreieck?
Begründe deine Antwort!



Figur 1

Einstieg 4 Flächeninhalt eines Kreises

Rappel : cette notion figure, à présent, au programme de la classe de 6ème

Remarque préliminaire.
Dans la langue française on utilise deux mots distincts pour exprimer les notions de cercle (la ligne) ou de disque (la surface). Cette distinction n'apparaît pas toujours clairement dans les ouvrages allemands. Nous avons utilisé indistinctement les expressions « Flächeninhalt eines Kreises » et « Inhalt einer Kreisfläche ».

Aufgabe 1 Annäherungen des Flächeninhalts des Kreises

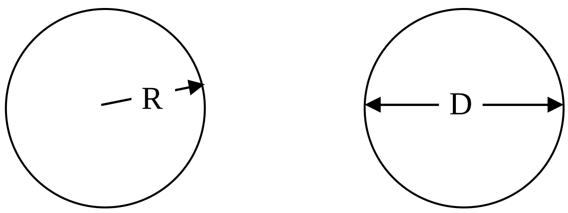
Übung 1
Objectif : rappeler la formule du périmètre du cercle et éviter une confusion possible avec la formule de l'aire du disque.

1) Welches ist die Formel des Kreisumfangs: - mit dem Durchmesser D? (Figur 2)
- mit dem Radius R?

2) Ergänze die folgende Tabelle! Wähle für π den Näherungswert 3,14!

Radius R in cm	5	7,6				
Durchmesser D in cm			8,4	12,8		
Umfang in cm					175,84	169,56

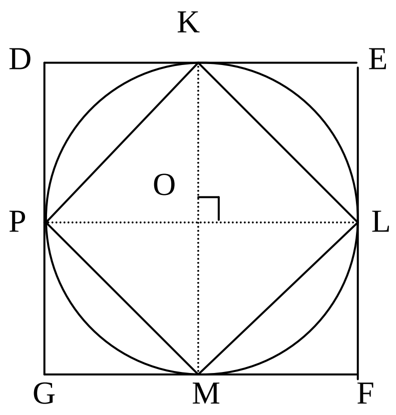
Figur 2



Übung 2

Objectif :

Encadrer l'aire d'un disque et montrer accessoirement qu'elle n'est pas égale au produit de π par le double de son rayon.



$\mathcal{A}$ bezeichnet den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Mittelpunkt O und mit dem Radius 3 cm.
DEFG und KLMP sind Quadrate. K, L, M und P bezeichnen jeweils die Mittelpunkte der Strecken [DE], [EF], [FG] und [GD].

1) a) Zeichne eine Figur in wahrer Größe.
b) Welches Quadrat hat den Inhalt: 3×3 cm²?
(es gibt vier Möglichkeiten)
Welches den Inhalt: $4 \times 3 \times 3$ cm²?

c) Welches ist der Flächeninhalt des Dreiecks PKO?
d) Welches Quadrat der Figur hat den Inhalt: $2 \times 3 \times 3$ cm²?

2) a) Beweise, dass: $\mathcal{A} < 4 \times 3 \times 3$ und $\mathcal{A} > 2 \times 3 \times 3$
b) Schließe eine Doppelungleichung daraus.

3) Ersetze jetzt 3 durch R.
$\mathcal{A}$ bezeichnet auch den Flächeninhalt des Kreises mit dem Mittelpunkt O und dem Radius R.
Welche Doppelungleichung erhältst du in diesem Fall?

Übung 3

Objectif : donner une approche de l'aire d'un disque. Il ne s'agit pas d'une démonstration.

Einleitung

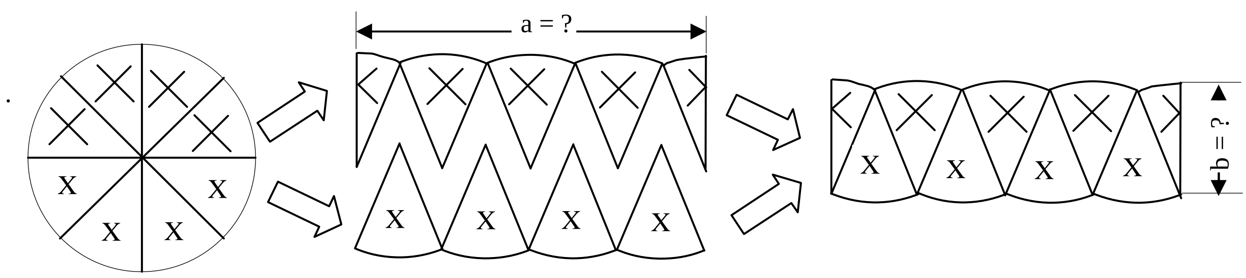
Wir haben in der vorigen Aufgabe gesehen, dass für den Flächeninhalt $\mathcal{A}$ eines Kreises mit dem Radius R gilt:

$$2 \times R \times R < \mathcal{A} < 4 \times R \times R$$

Wir wollen jetzt diese Doppelungleichung verfeinern.

Zeichne eine Kreisfläche mit dem Radius 5 cm auf ein Blatt Papier und teile sie in acht gleich große Teile (Siehe Figur 1).

Zerschneide dann die Kreisfläche wie in Figur 2 angegeben und klebe die Stücke so, dass die Figur 3 erscheint.



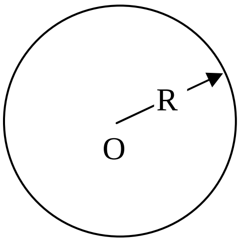
Figur 1 Figur 2 Figur 3

1) Welche Länge a hat ungefähr das erhaltene “Rechteck” der Figur 3?
Welche Breite b hat es ungefähr?
Hinweis:
Verwende die Formel $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times R$ für den Kreisumfang und den Näherungswert $\pi \approx 3{,}14$

2) Welchen Flächeninhalt erhalten wir näherungsweise für das “Rechteck”?

3) Wähle jetzt den Radius R für den Kreis. Entwickle mit Hilfe der vorigen Fragen eine Formel zur Berechnung der Größe der Kreisfläche.

4) Lerne auswendig:



Für den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Radius R gilt:

$$\mathcal{A} = \pi \times R \times R = \pi \times R^2$$

Aufgabe 2 Erste Anwendungen der Formel

Objectif : applications simples du résultat précédent

Übung 1
R bezeichnet den Radius eines Kreises.
Berechne seinen Umfang $\mathcal{P}$ und seinen Flächeninhalt $\mathcal{A}$:
a) R = 1 cm ; b) R = 2 cm ; c) R = 3 cm ; d) R = 6,5 cm ; e) R = 10 cm.

Hinweis: $\pi \approx 3{,}14$

Übung 2
Berechne den Flächeninhalt der Kreisfläche mit dem Durchmesser D:
a) D = 28 cm ; b) D = 16 cm.

Hinweis: $\pi \approx 3{,}14$

Übung 3
Gegeben ist ein Kreis $\mathcal{K}$ mit dem Radius R = 7 cm (10 cm ; 25 cm).

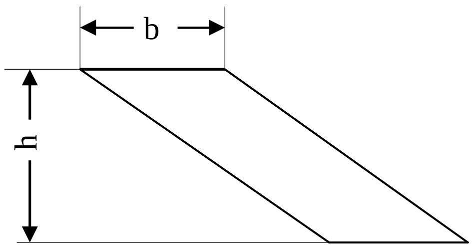
1) Berechne jeweils den Flächeninhalt dieses Kreises $\mathcal{K}$:

a) mit dem Näherungswert $\pi \approx 3{,}14$ und ohne Hilfe des Taschenrechners.
b) mit Hilfe des Taschenrechners und der Taste $\boxed{\pi}$. Runde in diesem Fall auf Hundertstel auf.

2) Vergleiche die beiden Ergebnisse.

Erinnere dich …

1. Flächeninhalt eines Parallelogramms.

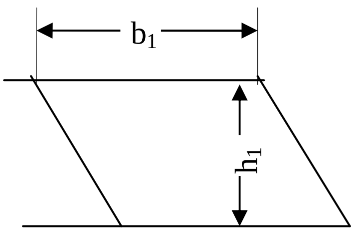


Um den Flächeninhalt eines Parallelogramms zu berechnen, multipliziert man die Länge einer Parallelogrammseite (Grundseite) mit der zugehörigen Höhe.

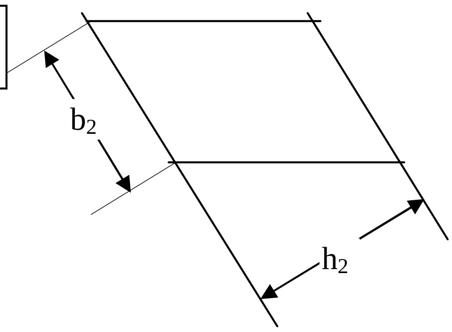
$$\boxed{\mathcal{A} = b \times h}$$

Flächeninhalt = Grundseite mal zugehörige Höhe

Bemerkung:
Jede Seite eines Parallelogramms kann als Grundseite betrachtet werden. Man kann deshalb den Flächeninhalt auf zwei verschiedene Weisen berechnen:

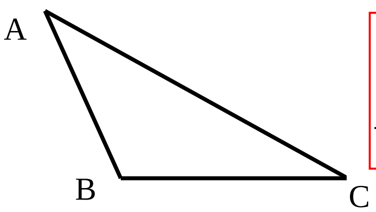


$$\boxed{\mathcal{A} = b_1 \times h_1 = b_2 \times h_2}$$

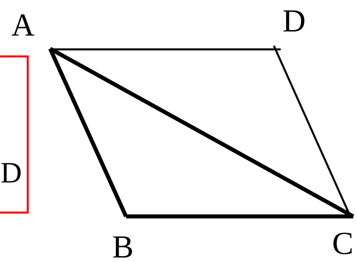


2. Flächeninhalt eines Dreiecks

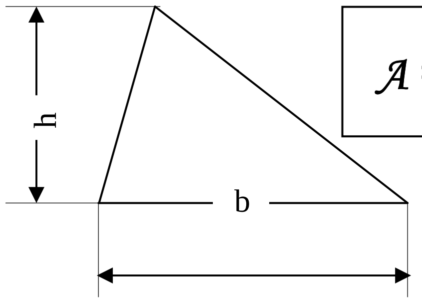
a) Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC ist halb so groß wie der Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD.



Flächeninhalt des Dreiecks ABC
=
$\frac{1}{2}$ Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD



b) Für den Flächeninhalt eines Dreiecks mit einer Seitenlänge b und der zugehörigen Höhe h gilt:



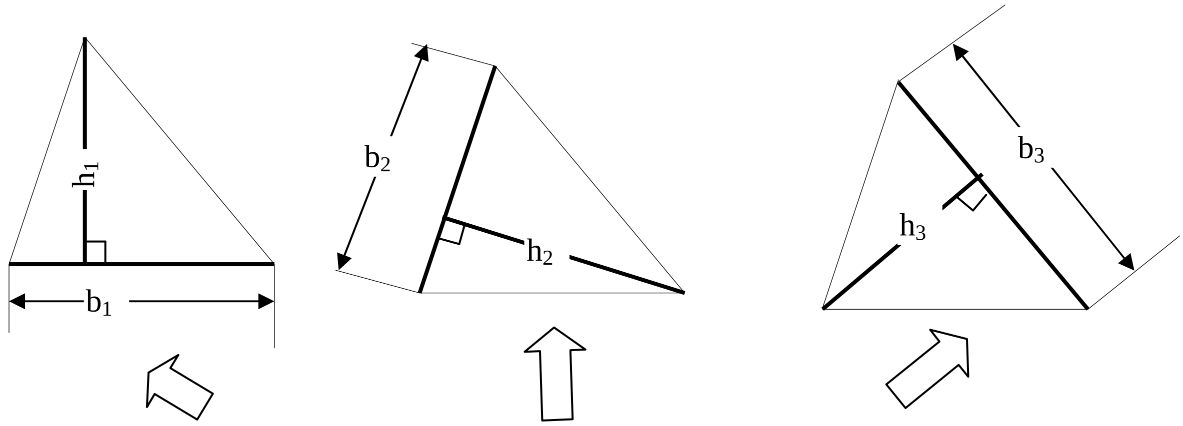
$$\boxed{\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times b \times h}$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times b \times h$$

Flächeninhalt $= \frac{1}{2}$ **mal Grundseite mal zugehörige Höhe**

Bemerkung

Jede Seite des Dreiecks kann Grundseite sein; die zugehörige Höhe ist die Senkrechte vom gegenüberliegenden Eckpunkt auf die Grundseite oder deren Verlängerung:



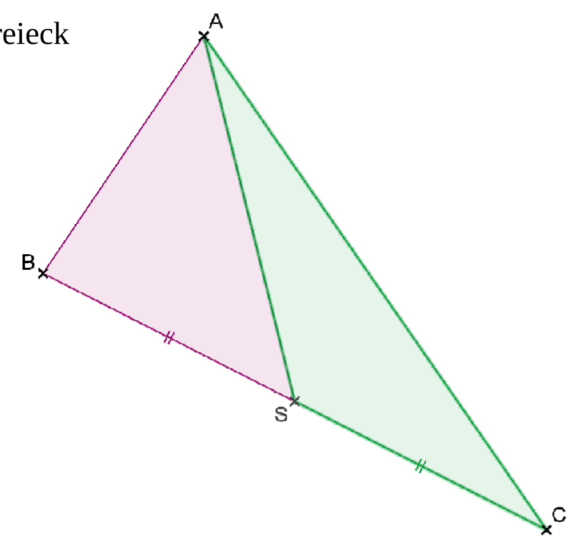
$$\boxed{\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times b_1 \times h_1 = \frac{1}{2} \times b_2 \times h_2 = \frac{1}{2} \times b_3 \times h_3}$$

3. Flächeninhalt eines Dreiecks und Seitenhalbierende

Die Seitenhalbierende eines Dreiecks teilt dieses Dreieck in zwei Dreiecke mit gleichgroßem Flächeninhalt.

Beispiel:

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABS ist so groß wie der Flächeninhalt des Dreiecks ASC.



Übungen zur Festigung und zum Weiterarbeiten

1) Einheiten von Flächeninhalten; Flächeninhalt eines Rechtecks

1.1
Wandle um:

1) in m²: a) 100 dm² ; 3,7 dm² ; 371 dm² b) 1 dam² ; 29 dam² ; 541 dam²
2) in dm²: a) 100 mm² ; 23 mm² ; 27 000 mm² b) 1 dam² ; 250 dam² ; 50 000 dam² ; 1 hm²
3) in Ar: a) 1 dam² ; 100 m² ; 1 hm² b) 3,25 hm² ; 32 000 m² ; 0,16 dam² ;

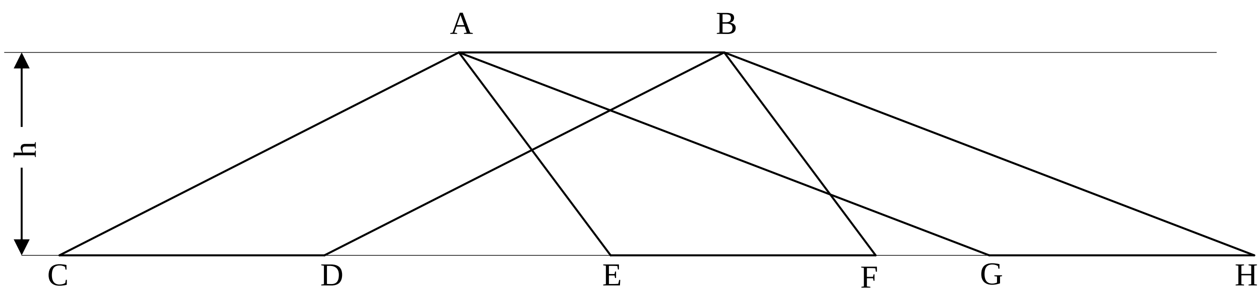
1.2
Zeichne zwei verschiedene Rechtecke:

a) mit dem Flächeninhalt 12 cm². Die erhaltenen Maßzahlen der Seitenlängen sollen natürliche Zahlen sein. Berechne jeweils den Umfang der Rechtecke.

b) mit dem Umfang 20 cm. Die erhaltenen Maßzahlen der Seitenlängen sollen natürliche Zahlen sein. Berechne jeweils den Flächeninhalt der Rechtecke.

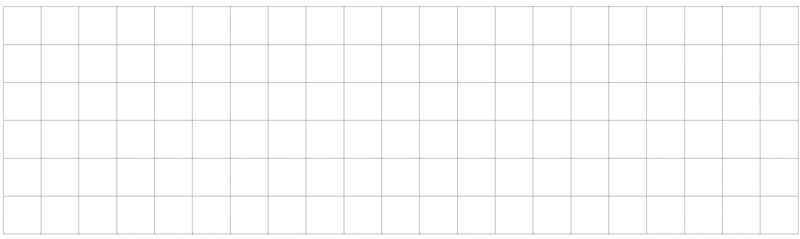
2) Flächeninhalt eines Parallelogramms

2.1



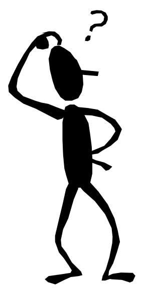
Begründe, weshalb die Parallelogramme ABDC, ABFE und ABHG jeweils den gleichen Flächeninhalt haben.

2.2



1) a) Übertrage diesen Streifen ins Heft.
b) Welches ist die Breite des Streifens ?
2) a) Zeichne in den Streifen drei Parallelogramme, die diese Breite als Höhe haben und den gleichen Flächeninhalt haben. Gib jeweils die Länge der Grundseite an.

2.3



Berechne den Flächeninhalt der folgenden Parallelogramme.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Grundseite	3,2 m	7 cm	4 dm	2 hm	36 m
zugehörige Höhe	1,5 m	4,3 cm	32 cm	15 dam	1,4 dam

2.4
1) Der Flächeninhalt eines Parallelogramms ist gleich 24,08 cm² und eine der Grundseiten misst 5,6 cm. Berechne die zugehorige Höhe.
2) Konstruiere mit diesen Maßen zwei verschiedene Parallelogramme.

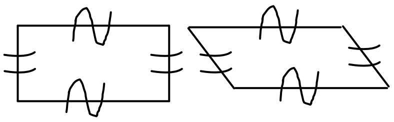
2.5
1) Konstruiere folgende Parallelogramme ABCD mit den angegebenen Maßen:

a) AB = 6 cm; AD = 7 cm; $\widehat{BAD}$ = 35° b) AB = 7 cm; AD = 4,5 cm; $\widehat{BAD}$ = 115°

c) AB = 8 cm; AD = 6 cm; BD = 12 cm.

2) a) Zeichne jeweils die beiden Höhen ein, miss ihre Länge und runde sie auf mm auf.
b) Berechne jeweils auf zweierlei Weisen den Flächeninhalt des Parallelogramms. Warum sind die erhaltenen Ergebnisse nur ungefähr gleich?

2.6

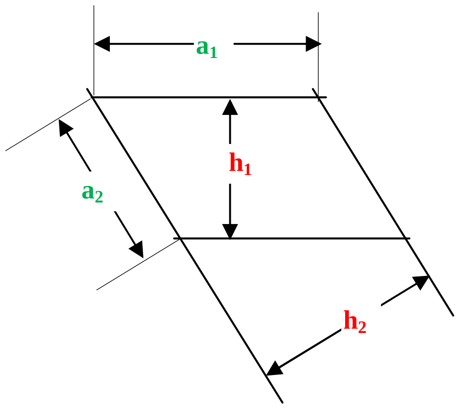


Paul sagt:
"Ein Rechteck und ein Parallelogramm mit denselben Seitenlängen haben denselben Flächeninhalt."

Was meinst du dazu? Begründe deine Antwort.

2.7

	a_1	**a_2**	**h_1**	**h_2**	$\mathcal{A}$
a)	10 cm	6 cm	3 cm		
b)	14,3 cm		2 cm	5 cm	
c)	14,3 cm		2 dm	5 cm	
d)	1 m	1 dm	1 cm		
e)	12 cm			4 cm	36 cm²



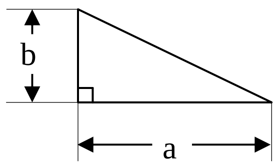
a_1 und **h_1**, **a_2** und **h_2** bezeichnen jeweils **eine Grundseite** und die **zugehörige Höhe** eines Parallelogramms. Ergänze dann die obere Tabelle.
Übertrage die schriftlichen Operationen in dein Heft.

3) Flächeninhalt eines Dreiecks

3.1 Eine andere Berechnung der Formel des Flächeninhalts eines Dreiecks!

Objectif : proposer une activité complémentaire du calcul de l'aire d'un triangle utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction.

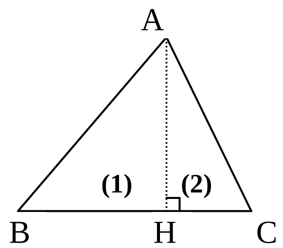
A) Einführung : rechtwinkliges Dreieck



Ergänze die folgende Tabelle:

a (in cm)	5	13	8	a	x
b (in cm)	4	8		b	y
Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks in cm²			12		

B) Beliebiges Dreieck



Es gilt jeweils **(1)** = Flächeninhalt des Dreiecks ABH
(2) = Flächeninhalt des Dreiecks ACH
(3) = Flächeninhalt des Dreiecks ABC

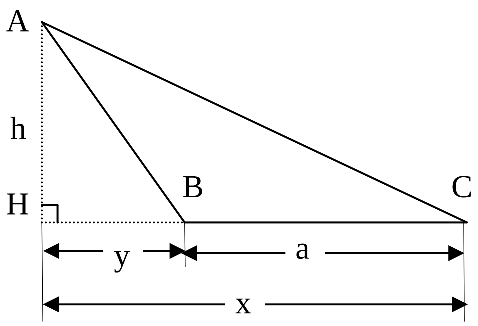
1) a) Ergänze die folgende Tabelle:

AH	7 cm	11 cm	14 cm		18 cm	h
BH	5 cm	8 cm	8 cm	7 cm		x
HC	3 cm	4 cm		5 cm	6 cm	y
(1)				42 cm²		
(2)			35 cm²			
(3)					99 cm²	

b) Gib den Flächeninhalt des Dreiecks ABC in Abhängigkeit der Längen AH und BC an. Dabei kannst du das Ergebnis der letzten Spalte der Tabelle benutzen.

c) Schließe daraus die Formel des Flächeninhalts des Dreiecks ABC.

d) Welches Rechengesetz hast du dabei angewendet?



2) a) Gib die Flächeninhalte der Dreiecke ACH und ABH in Abhängigkeit der Längen x, y und h an. (h =AH)

b) Schließe daraus den Flächeninhalt des Dreiecks ABC in Abhängigkeit der Längen a und h.

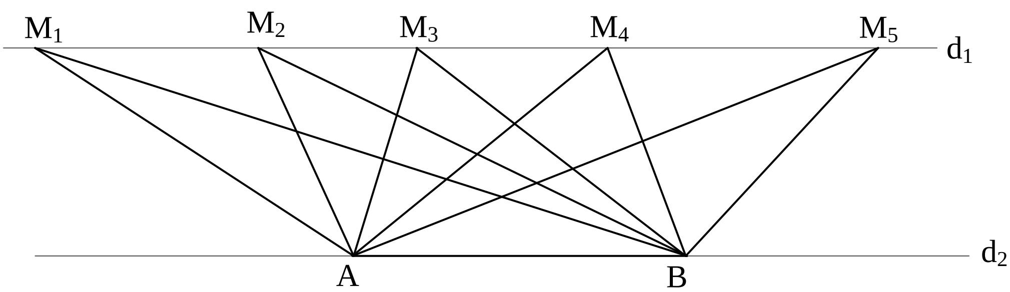
c) Welches Rechengesetz hast du dabei angewendet?

3.2
1) a) Konstruiere das Dreieck ABC mit den angegebenen Seitenlängen:
AB = 8 cm, AC = 5 cm, BC = 6 cm.

b) Konstruiere dann zu jeder Seite die zugehörige Höhe und miss sie ab.

2) a) Schließe daraus die Flächeninhaltsberechnung des Dreiecks auf dreierlei Weisen.
b) Warum stimmen die Ergebnisse nicht genau überein?

3.3



Die Geraden (d_1) und (d_2) sind zueinander parallel. Warum haben die verschiedenen Dreiecke denselben Flächeninhalt?

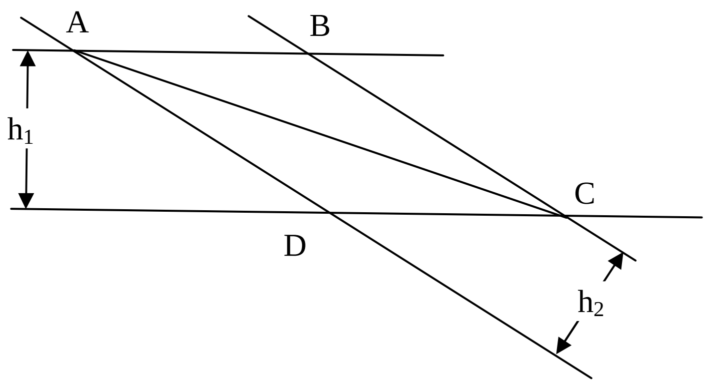
3.4

	Seitenlänge	zugehörige Höhe	Flächeninhalt des Dreiecks
(1)	138 cm	92 cm	x
(2)	0,12 m	73 mm	y
(3)	28 mm	1,7 cm	z
(4)	34 cm	a	323 cm²
(5)	4,8 dm	b	840 cm²
(6)	c	60 m	21 Ar

Übertrage diese Tabelle in dein Heft und ergänze sie. Schreibe, für jede der Fragen **(4), (5)** und **(6)** eine Gleichung und löse sie.

Hinweis: du musst Längen umwandeln!

3.5



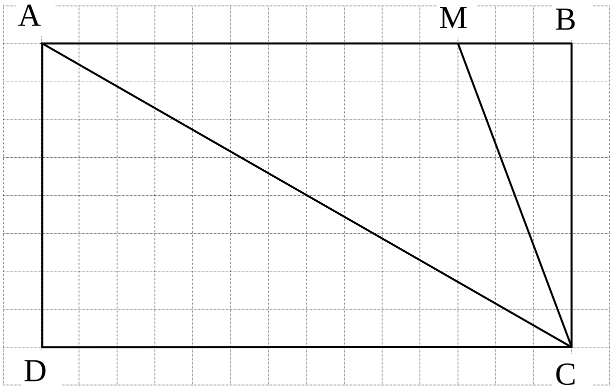
Für das Parallelogramm ABCD gilt:
AB = 3,75 cm, BC = 5 cm ,
h_1 = 4 cm, h_2 = 3 cm.

Schließe daraus die Flächeninhaltsberechnung des Dreiecks ABC auf zweierlei Weisen.

3.6 Für ein rechtwinkliges Dreieck ABC gilt:
AB = 8 cm, AC = 6 cm und BC = 10 cm.
[AH] bezeichnet die Höhe, die zu der Hypotenuse [BC] gehört.

1) Konstruiere eine Figur und berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
2) Schließe daraus die Länge der Strecke [AH].

3.7



1) Bestimme den Flächeninhalt :
- des Rechtecks ABCD,
- der Dreiecke ACD und MBC.

Schließe daraus den genauen Flächeninhalt des Dreiecks AMC.

2) a) Bestimme die Seitenlänge AM des Dreiecks AMC und die zugehörige Höhe zeichnerisch.

b) Schließe daraus den Flächeninhalt des Dreiecks AMC. Vergleiche mit dem Ergebnis der Frage 2) a).

4) Flächeninhalt eines Kreises

4.1 Verwendung der Formel des Flächeninhalts eines Kreises

Wähle für die Übungen 4.1.1 bis 4.1.5 den Näherungswert 3,14 für die Kreiszahl π.

4.1.1

r (in cm)	5					
d (in cm)		12			7	
$\mathcal{A}$ (in cm²)			314			78,5
$\mathcal{P}$ (in cm)				18,84		

r, d, $\mathcal{A}$ und $\mathcal{P}$ bezeichnen jeweils den Radius, den Durchmesser, den Flächeninhalt und den Umfang eines Kreises. Ergänze diese Tabelle mit Hilfe des Taschenrechners.

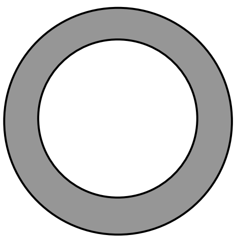
4.1.2

Eine kreisrunde Holzplatte hat den Durchmesser 1,60 m. Wie groß ist diese Platte?

4.1.3

Der Durchmesser eines Drahtes beträgt : a) 0,6 mm; b) 2,4 mm; c) 1,6 mm.
Berechne den Flächeninhalt der kreisförmigen Schnittfläche. Diese Schnittfläche wird auch Querschnitt genannt.

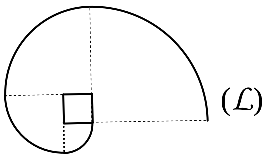
4.1.4



1) Die graue Fläche ist ein Kreisring.
a) Durch welche Linien wird sie begrenzt?
b) Warum spricht man hier von konzentrischen Kreisen?

2) a) Zeichne einen Kreisring mit den Radien $r_1 = 3$ cm und $r_2 = 4$ cm.
b) Berechne den Flächeninhalt des Kreisringes.

4.1.5



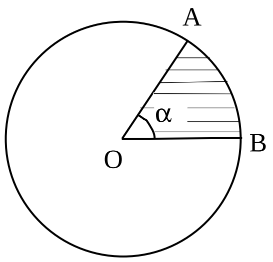
1) a) Aus wie vielen Stücken entsteht die gekrümmte Linie ($\mathcal{L}$) ?
b) Was repräsentiert jedes dieser Stücke ?

2) Konstruiere die Linie ($\mathcal{L}$) mit der Seitenlänge a = 1 cm für das kleine Quadrat.

3) Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der erhaltenen Figur.
($\pi \approx 3,14$)

4.2 Kreissektor und Kreisbogen

Remarque : les exercices ci-dessous constituent une application de la proportionnalité non traitée dans la partie « Einstieg ». Les résultats obtenus ne constituent pas une compétence exigible. L'étude de la relation de proportionnalité entre un angle au centre et une grandeur liée à cet angle (aire du secteur, longueur de l'arc correspondant, pourcentages) prépare cependant aux calculs sur les diagrammes circulaires.



4.2.1

Der gestrichelte Teil der Kreisfläche heißt Kreissektor oder Kreisausschnitt. Den zugehörigen Teil der Kreislinie nennt man Kreisbogen AB. α bezeichnet den zugehörigen Winkel $\widehat{AOB}$. Der Flächeninhalt eines Kreissektors, die Länge des zugehörigen Kreisbogens und der zugehörige Winkel $\widehat{AOB}$ sind jeweils zwei zueinander proportionale Größen.

Gegeben ist ein Kreis mit dem Radius R = 6 cm.

1) Welche Figur erhält man mit einem Winkel $\widehat{AOB}$ von 360°? Berechne seinen Flächeninhalt und seinen Umfang.

2) Ergänze nun die folgende Tabelle :

Winkel α in Grad :	360	180	90	72	105
Flächeninhalt des Kreissektors (in cm²)					
Länge des Kreisbogens AB (in cm)					

4.2.2

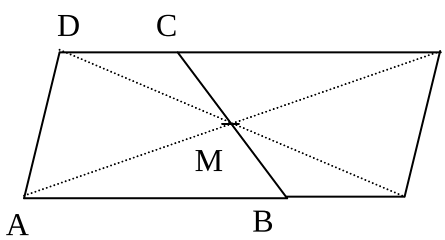
Radius R (in cm)	9	15	6	9
$\widehat{AOB}$ = α (in Grad)	45°	141°		
Flächeninhalt des Kreissektors (in cm²)			9π	
Länge des Kreisbogens AB (in cm)				3π

Ergänze die Tabelle links

Hinweis : Siehe Übung 4.2.1

5) Flächeninhalt eines Trapezes *(peut être traité en approfondissement)*

5.1

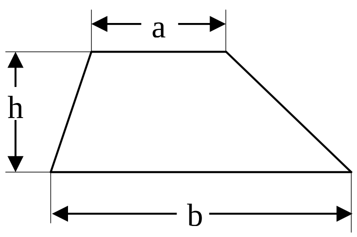


Die Bildfigur des Trapezes ABCD bei einer Punktsymmetrie um den Mittelpunkt M der Seite [BC] ist das Trapez A'D'BC.

1) a) Trage die Punkte A'und D'ein.
b) Warum sind die Trapeze ABCD und A'D'BC deckungsgleich?

2) Wir nehmen an, dass A'DAD' ein Parallelogramm mit der Höhe h ist. Berechne den Flächeninhalt: a) des Parallelogramms ADA'D' b) des Trapezes ABCD

3) Paul behauptet, dass er die Formel des Flächeninhalts $\mathcal{A}$ des folgenden Trapezes gefunden hat. Er schreibt sie so auf:



$$\boxed{\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{h}}$$

Bist du mit Paul einverstanden?

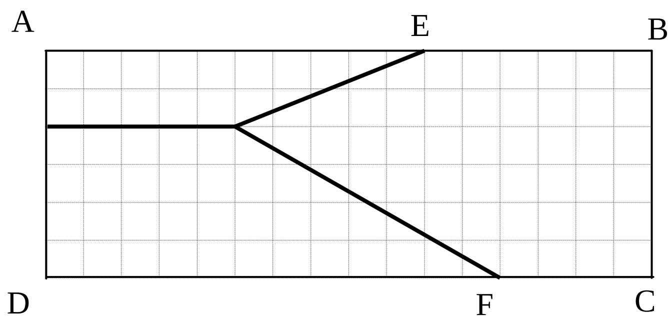
Begründe deine Antwort.

5.2 **a** und **b** bezeichnen die **Längen der parallelen Seiten** eines Trapezes, **h bezeichnet seine Höhe** und $\mathcal{A}$ seinen Flächeninhalt. Bestimme die fehlenden Werte in folgender Tabelle. Schreibe, für jede der Fragen **(3), (4)** und **(5),** eine Gleichung und löse sie.

	a	**b**	**a + b**	**(a + b) : 2**	**h**	$\mathcal{A}$
(1)	18 cm	15 cm			12 cm	
(2)	14 cm		27 cm		8 cm	
(3)	17 cm	9 cm				143 cm²
(4)		10 cm			9 cm	126 cm²
(5)	5 cm				4,5 cm	18 cm²

6) <u>Gemischte Übungen</u>

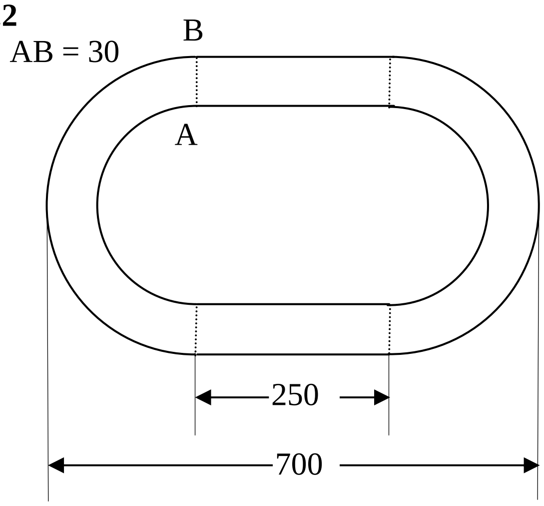
6.1



1) Diese Figur enthält drei Vierecke und ein Fünfeck.
Nenne diese Vielecke.

2) Bestimme den Flächeninhalt des Fünfecks.

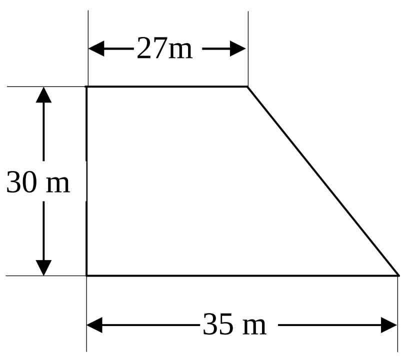
6.2



Hier ist der Plan einer Spur für Pferde abgebildet worden. Die Längen sind in Meter angegeben.
1) Beschreibe sie.
2) Welches ist jeweils der Radius der verschiedenen Kreisteile ?
3) Berechne den Flächeninhalt der Spur.

<u>Hinweise:</u>
- $\pi \approx 3{,}14$
- runde auf m² auf

6.3



Ein trapezförmiges Grundstück mit den folgenden Längen soll verkauft werden. Ein Ar ist 4 500 € wert. Herr Mayer hat dieses Grundstück erworben, muss aber noch 7 % Steuer dazu bezahlen.

Wie viel wird Herr Mayer insgesamt bezahlen?