14. ZUM BEWEISEN :
ZUSÄTZLICHE EIGENSCHAFTEN AUS DER GEOMETRIE IN DER « WENN … DANN … » FORM.

Remarques :

1) *Ne sont données dans ces pages (complémentaires aux pages 9 - 18 à 9 – 21 du document de 5ème) que les propriétés nouvelles en classe de 4ème.*
2) *En plus des propriétés ci – dessous, il faut bien évidemment connaître les définitions non citées ici, par exemple celle d'un triangle isocèle, d'une hauteur, d'une médiane, etc.*

Wenn du in diesem Jahr im Bereich der Geometrie etwas beweisen willst, kannst du in den Seiten 9 – 18 bis 9 – 21 aus der « 5ème » und in den folgenden zusätzlichen Seiten Hilfe finden !

GERADE :

- **Wenn** gilt : AC + CB = AB,
dann liegen A, C und B auf derselben Geraden.

MITTELSENKRECHTE :

- **Wenn** eine Gerade durch zwei Punkte geht, die von den Punkten A und B gleich weit entfernt sind, **dann** ist diese Gerade die Mittelsenkrechte der Strecke [AB].

- **Wenn** eine Gerade durch einen Punkt geht, der von den Punkten A und B gleich weit entfernt ist, **und wenn** diese Gerade orthogonal zur Strecke [AB] (senkrecht zu [AB]) verläuft, **dann** ist diese Gerade die Mittelsenkrechte der Strecke [AB].

RECHTWINKLIGES DREIECK UND KREIS :

(Le théorème du « triangle rectangle inscriptible dans un demi-cercle » porte en Allemagne le nom de **« Satz des Thales »***)*

- **Wenn** bei einem Dreieck ABC die Ecke C auf dem Kreis mit dem Durchmesser [AB] liegt, **dann** hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.

- **Wenn** das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel hat, **dann** liegt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser [AB]. *(appelé en Allemagne«* **Thaleskreis** *»)*

<u>Kurz ausgedrückt :</u>

Jeder Winkel im Halbkreis ist ein rechter Winkel.

- **Wenn** ein Dreieck rechtwinklig ist, **dann** befindet sich der Umkreismittelpunkt auf der Mitte der Hypotenuse.

RECHTWINKLIGES DREIECK UND SEITENHALBIERENDE :

- **Wenn** ein Dreieck rechtwinklig ist, **dann** ist die Seitenhalbierende, die vom Scheitelpunkt des rechten Winkels zur Hypotenuse verläuft, halb so lang wie die Hypotenuse.

- **Wenn** in einem Dreieck eine Seitenhalbierende, die von einem Eckpunkt zur gegenüberliegenden Seite verläuft, halb so lang ist wie diese Seite, **dann** ist dieses Dreieck rechtwinklig bei diesem Punkt.

RECHTWINKLIGES DREIECK UND SATZ DES PYTHAGORAS :

- **Wenn** ein Dreieck rechtwinklig ist, **dann** ist die Summe der Quadrate über den Katheten ebenso groß wie das Quadrat über der Hypotenuse. **(Satz des Pythagoras)**

Anders ausgedrückt :

- **Wenn** a und b die Längen der Katheten und c die Länge der Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck sind, **dann** gilt : $a^2 + b^2 = c^2$.

- **Wenn** in einem Dreieck ABC die Summe der Quadrate über zwei seiner Seiten ebenso groß ist wie das Quadrat über der dritten Seite, **dann** ist ABC rechtwinklig und diese dritte Seite ist die Hypotenuse.

Anders ausgedrückt :

- **Wenn** in einem Dreieck mit den Seitenlängen a, b und c, $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, **dann** hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel. (c ist die Länge der gegenüberliegenden Seite zum Punkt C.) **(Kehrsatz zum Satz des Pythagoras)**

- **Wenn** in einem Dreieck mit den Seitenlängen a, b und c, $a^2 + b^2 \neq c^2$ gilt, **dann** hat das Dreieck bei C keinen rechten Winkel.

BESONDERE LINIEN UND PUNKTE IM DREIECK :

- **Wenn** ein Punkt die Seitenhalbierende eines Dreiecks im Verhältnis **2 : 1** teilt**, dann** ist er der Schwerpunkt des Dreiecks.

- **Wenn** eine Gerade durch eine Ecke und den Schwerpunkt eines Dreiecks verläuft, **dann** halbiert sie die gegenüberliegende Seite.

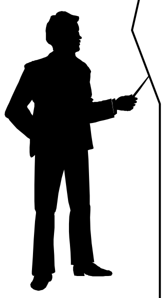
- **Wenn** ein Punkt der Schnittpunkt von zwei Seitenhalbierenden eines Dreiecks ist, **dann** teilt er jede Seitenhalbierende im Verhältnis **2 : 1**.

- **Wenn** eine Gerade durch eine Ecke und den Höhenschnittpunkt eines Dreiecks verläuft, **dann** ist sie senkrecht zur gegenüberliegenden Seite.

- **Wenn** eine Gerade durch eine Ecke und den Schnittpunkt von zwei Winkelhalbierenden eines Dreiecks verläuft, **dann** ist sie die dritte Winkelhalbierende dieses Dreiecks.

GLEICHSCHENKLIGES UND GLEICHSEITIGES DREIECK :

Satz vom gleichschenkligen Dreieck
vu dans un manuel allemand



- **Wenn** in einem Dreieck zwei Seiten gleich lang sind, **dann** sind die diesen Seiten gegenüberliegenden Winkel gleich groß.

- **Wenn** in einem Dreieck zwei Winkel gleich groß sind, **dann** sind die diesen Winkeln gegenüberliegenden Seiten gleich lang.

- **Wenn** ein Dreieck gleichschenklig ist, **dann** hat es eine Symmetrieachse, die zugleich Höhe, Seitenhalbierende, Mittelsenkrechte <u>und</u> Winkelhalbierende ist.

- **Wenn** in einem Dreieck eine Höhe zugleich Seitenhalbierende <u>oder</u> Mittelsenkrechte <u>oder</u> Winkelhalbierende ist, **dann** ist es ein gleichschenkliges Dreieck.

- **Wenn** ein Dreieck gleichseitig ist, **dann** hat es drei Symmetrieachsen, die zugleich Höhen, Seitenhalbierenden, Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden sind.

- **Wenn** ein Dreieck gleichseitig ist, **dann** ist der Höhenschnittpunkt des Dreiecks auch Schwerpunkt des Dreiecks, Mittelpunkt des Umkreises und Mittelpunkt des Inkreises.

MITTELLINIE UND MITTENDREIECK :

- **Wenn** eine Gerade durch zwei Seitenmitten eines Dreiecks verläuft, **dann** ist sie parallel zur dritten Seite des Dreiecks.

- **Wenn** eine Strecke zwei Seitenmitten eines Dreiecks verbindet, **dann** ist sie halb so lang wie die dritte Seite des Dreiecks.

- **Wenn** eine Gerade durch die Seitenmitte eines Dreiecks <u>und</u> parallel zu einer zweiten Seite verläuft, **dann** halbiert sie die dritte Seite des Dreiecks.

En Allemagne, on trouve énoncée la propriété de la « droite des milieux » de la manière suivante :

In einem Dreieck ist die Verbindungsstrecke zweier Seitenmitten parallel zur dritten Seite und halb so lang wie diese Seite.

Ou encore :

Das Dreieck, das aus den Mittelpunkten der Seiten eines Dreiecks ABC gebildet wird, nennen wir das Mittendreieck des Dreiecks ABC. Die Seiten eines beliebigen Dreiecks und seines Mittendreiecks sind paarweise parallel zueinander. Jede Dreieckseite ist doppelt so lang wie die parallele Seite des Mittendreiecks.

STRAHLENSATZ :

*(Cas particulier du théorème appelé chez nous **« théorème de Thalès »**)*

- In einem Dreieck ABC, liegt der Punkt M auf der Seite [AB] und der Punkt N auf der Seite [AC].

Wenn die Geraden (MN) und (BC) parallel zueinander sind, **dann** gilt :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

PARALLELOGRAMM :

- **Wenn** in einem konvexen Viereck die gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind, **dann** ist es ein Parallelogramm.

- **Wenn** in einem konvexen Viereck zwei gegenüberliegende Seiten parallel <u>und</u> gleich lang sind, **dann** ist es ein Parallelogramm.

QUADRAT :

- **Wenn** eine Raute einen rechten Winkel hat, **dann** ist es ein Quadrat.

- **Wenn** eine Raute gleich lange Diagonalen hat, **dann** ist es ein Quadrat.

WINKELHALBIERENDE :

- **Wenn** ein Punkt P auf der Winkelhalbierenden eines Winkels liegt, **dann** hat er von den beiden Schenkeln des Winkels denselben Abstand.

- **Wenn** ein Punkt P von den beiden Schenkeln eines Winkels denselben Abstand hat, **dann** liegt er auf der Winkelhalbierenden dieses Winkels.

Die weiteren folgenden Eigenschaften können in einer Beweisführung sehr nützlich sein, sind aber nicht in der « Wenn … dann … Form » geschrieben.

WINKELSUMME IM DREIECK :

In jedem **Dreieck** beträgt die **Winkelsumme 180°**.

ABBILDUNGEN :

Eine Achsenspiegelung und eine Punktspiegelung sind Abbildungen und haben folgende Eigenschaften :

- das Bild einer Geraden ist eine Gerade,
- das Bild einer Strecke ist eine gleich lange Strecke,
- das Bild eines Winkels ist ein gleich großer Winkel,
- das Bild eines Kreises ist ein Kreis mit gleichem Radius.

Für die Punktspiegelung gilt noch zusätzliches :

- eine Gerade und ihre Bildgerade sind zueinander parallel,
- eine Strecke und ihre Bildstrecke sind zueinander parallel.