10. Dreiecke und besondere Linien im Dreieck

Remarques : ce chapitre avait été conçu (dans la version du CDROM de juin 2004) par mon collègue, André PERRIN, qui a pris sa retraite entretemps. Pour respecter son travail, j'ai préféré le reprendre, corriger et compléter avec des éléments se trouvant au chapitre 9 de 4ème bilingue « Besondere Linien im Dreieck » ce qui était nécessaire en fonction des modifications intervenues dans le programme, mais sans modifier fondamentalement la structuration existante. Les figures ont été, pour la plupart, refaites sous Geogebra et les éléments de celles toujours dessinées sous word ont été groupés. Quelques activités, exercices et cours complémentaires ont été rajoutés dans l'esprit du nouveau programme. Le chapitre passe ainsi de 15 pages à 23 pages…. Bon travail à tous !

Objectifs visés :

- *Construction d'un triangle connaissant :*
  - *- les longueurs des trois côtés.*
  - *- les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés,*
  - *- la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents.*
- *Inégalité triangulaire.*
- *Vocabulaire relatif aux droites particulières d'un triangle.*
- *Médiatrice d'un segment :*
  - *- propriété et propriété réciproque ; poursuite du travail sur sa caractérisation*
  - *- cercle circonscrit à un triangle*
- *Connaître et utiliser la définition d'une médiane et d'une hauteur d'un triangle.*
- *Constructions diverses ; réorganisation des connaissances et mise en œuvre de courtes séquences déductives.*

Introduction

- Les activités en allemand constituent une introduction et une sensibilisation au raisonnement déductif qui peuvent ensuite être utilisées avec profit pour atteindre une production plus riche en langue française. Il est cependant envisageable de traiter la totalité de ce chapitre en allemand.

- Les éléments d'information du chapitre 9 peuvent être utiles au professeur.

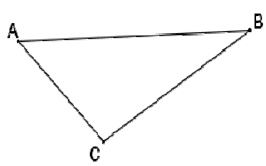
Einstieg

Einstieg 1 Konstruktion von Dreiecken

Aufgabe 1 Erinnere dich !

Objectif : réviser les notions de triangle, de cercle et d'angle

Übung 1 Das Dreieck : Ecken und Seiten



1) Nenne :
- die Ecken des Dreiecks ABC,
- die Seiten des Dreiecks ABC.

2) [DF] und [DE] bezeichnen zwei Seiten eines Dreiecks.
- Wie nennt man die dritte Seite?
- Welche sind die drei Ecken des Dreiecks?

Übung 2 Der Kreis.

1) Erinnere dich an die Definition eines Kreises.

2) Folgende Kreise sind in Kurzschreibweise angegeben (Radien in cm) :
K_1 (A ; 2), K_2 (B ; 2,5), K_3 (C ; 3)

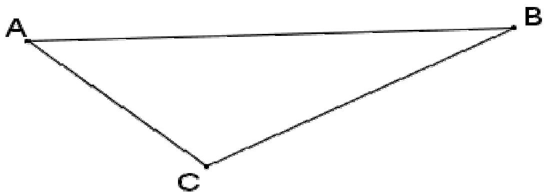
a) Bilde jeweils einen Satz mit den Wörtern « Mittelpunkt » und « Radius ».

b) Zeichne danach diese Kreise. Wähle dazu beliebige Punkte A, B und C.

3) Welche der folgenden Punkte A, B, C, D, E liegen auf dem Kreis K (O ; 2,6 cm) ?
Es gilt :
OA = O,26 dm, OB = 2,59 cm, OC = 260 mm, OD = 0,002 6 dam, OE = 3,5 cm – 0,9 cm

Übung 3 Winkel

1)

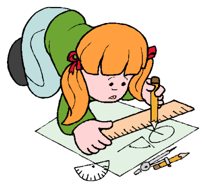


Nenne und kennzeichne die Winkel des Dreiecks ABC!

2) Zeichne :
- einen rechten Winkel,
- einen stumpfen Winkel,
- einen spitzen Winkel,
- einen gestreckten Winkel.

3) Der Winkelmesser
Benutze den Winkelmesser, um Winkel mit den angegebenen Größen zu zeichnen.
a) 35° b) 41° c) 78° d) 130° e) 123° f) 163° g) 90°
Welche Winkel sind spitz, welche Winkel sind stumpf?

Aufgabe 2 Konstruktion eines Dreiecks aus drei Seiten



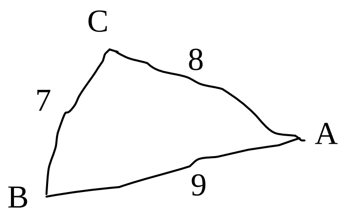
Übung 1
Objectif
- construction d'un triangle dont les longueurs des côtés sont données.
- Nous rappelons ici la solution proposée en 6ème

Zeichne :
a) die Strecke [AB], die 9 cm lang ist,
b) einen Kreisbogen um A mit Radius 8 cm,
c) einen Kreisbogen um B mit Radius 7 cm,
d) den Schnittpunkt C der beiden Kreisbögen,
e) die Seiten [AC] und [BC].

- Nous proposons ci-dessous une autre solution de l'exercice, en essayant d'orienter davantage la recherche de l'élève sur le plan linguistique.

Man will ein Dreieck ABC konstruieren, so dass: AB = 9 cm, BC = 7 cm, AC = 8 cm.

Planfigur



Die Planfigur ist eine Skizze aus freier Hand.

Die Sätze der Lösung dieser Übung sind in einer falschen Ordnung gegeben. Du musst sie bearbeiten, bis sie wieder in richtiger Ordnung sind.

Du musst dazu die Bindewörter unterstreichen.

1. C muss ebenso auf dem Kreis um B mit dem Radius 7 cm liegen.
2. Schließlich verbindet man C mit A und B.
3. Es gilt : AC = 8 cm. Der Punkt C soll dann von A die Entfernung 8 cm haben ; also muss C auf dem Kreis um A mit dem Radius 8 cm liegen.
4. Zuerst konstruiert man eine Strecke der Länge 9 cm mit den Endpunkten A und B.
5. Folglich muss C der Schnittpunkt dieser beiden Kreise sein.

Übung 2 *Objectif : application de Übung 1*

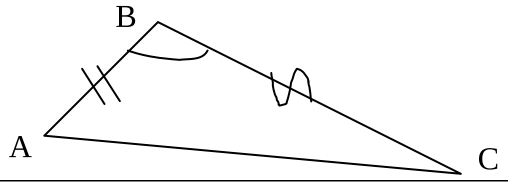
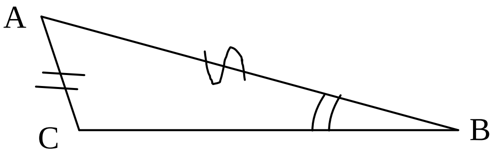
1) a) Zeichne :
- eine Strecke [RS] mit der Länge 7,5 cm,
- zwei Punkte E und F, welche 5 cm von R und 4 cm von S entfernt sind.

b) Gib die Seitenlängen der Dreiecke RSE und RSF an.
2) Was kannst du über die Lage der Geraden (RS) und die Strecke [EF] sagen?

Aufgabe 3 Konstruktion eines Dreiecks aus zwei Seitenlängen und einem Winkelmaß

Übung 1 Winkel eingeschlossen oder Winkel nicht eingeschlossen ?

Objectif : sens du terme « eingeschlossen ».

(1)	**(2)**
a) 	c) Der Winkel $\widehat{ABC}$ ist von den Seiten [AB] und [AC] nicht eingeschlossen.
b) 	d) Der Winkel $\widehat{ABC}$ ist von den Seiten [AB] und [BC] eingeschlossen.

1) Verbinde die Figur der Spalte **(1)** mit dem geeigneten Satz der Spalte **(2).**

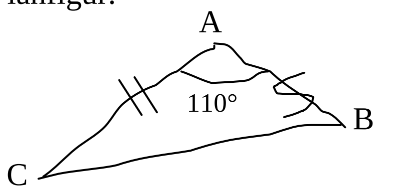
2) Von welchen Seiten sind die Winkel $\widehat{BAC}$ und $\widehat{ACB}$ jeweils eingeschlossen?

Übung 2 Zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel sind gegeben

Remarque : le plan de construction est donné

Konstruiere ein Dreieck ABC aus AB = 8 cm, AC = 10 cm und $\widehat{BAC} = \widehat{A} = 110°$. Dabei kannst du den folgenden Konstruktionsplan verwenden.

Planfigur.



Konstruktionsplan (oder Konstruktionsbeschreibung)

Ich zeichne :

a) die Strecke [AB] der Länge 8 cm.

b) die Halbgerade [Ax) so, dass $\widehat{BAx}$ 110° misst.

c) einen Kreisbogen um A mit dem Radius 10 cm.

d) den Schnittpunkt C des Kreisbogens mit der Halbgeraden [Ax).

e) die Seite [BC].

Übung 3 *Objectif : application „der Übung 2“*

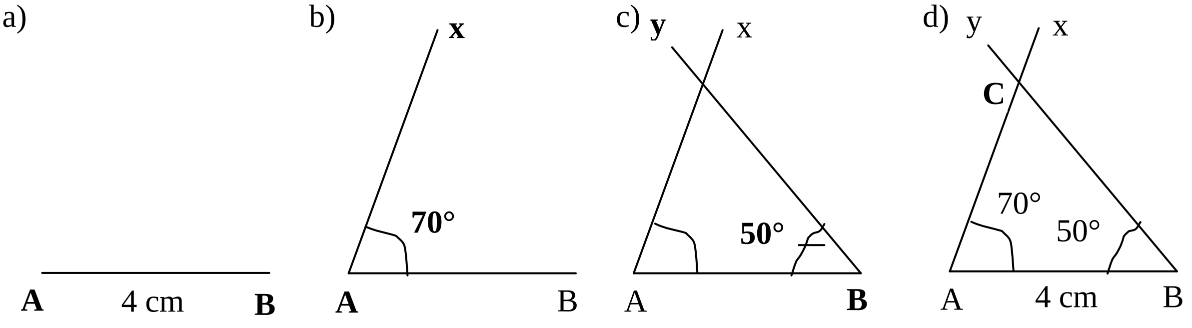
Für das Dreieck ABC sind gegeben: $\widehat{ABC} = 38°$, AB = 5,2 cm und BC = 7,6 cm

1) Konstruiere das Dreieck ABC 2) Stelle einen Konstruktionsplan auf.

Aufgabe 4 Konstruktion eines Dreiecks aus einer Seite und zwei anliegenden Winkeln

Übung 1

Hier sind Skizzen angegeben, die die Konstruktion eines Dreiecks ABC erklären.



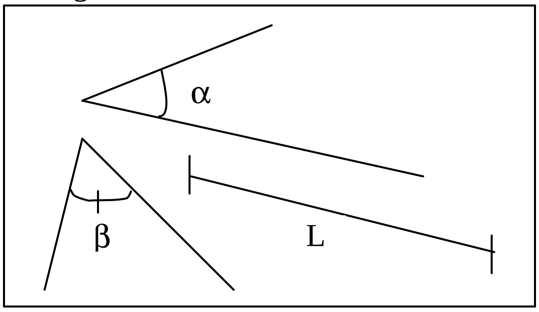
1) Was wird für dieses Dreieck gegeben?
2) Konstruiere das Dreieck ABC. Dabei brauchst du keine Konstruktionsschritte anzugeben.

Übung 2

1) Konstruiere das Dreieck ABC so, dass : AB = 6 cm, $\widehat{BAC} = \alpha = 30°$, $\widehat{ABC} = \beta = 105°$
Vergiss die Planfigur nicht!
2) Ergänze die Sätze des Konstruktionsplans mit den angegebenen Maßen
Man zeichnet:
a) die Strecke [AB] der Länge …
b) die Halbgerade […...) so, dass $\widehat{\ldots\ldots}$ =…....
c) die Halbgerade […...) so, dass $\widehat{\ldots\ldots}$ = …....
d) den Schnittpunkt ...... der Halbgeraden […...) und [….....).

Objectif : *construction et plan de construction*

Übung 3



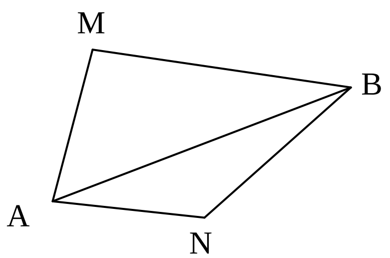
Konstruiere mit Zirkel und Lineal ein Dreieck so, dass:
- L die Länge einer Seite ist,
- α und β die Größe der zwei anliegenden Winkel sind.

Remarque : La construction à l'aide de la règle et du compas exige des élèves de savoir reproduire un angle à partir de ces deux instruments.

Einstieg 2 Dreiecksungleichung

Aufgabe 1 Satz vom Umweg

Übung 1 Kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten



Es gilt :
AB = 94 km, AM = 41 km,
AN = 36 km, MB = 83 km, NB = 70 km.

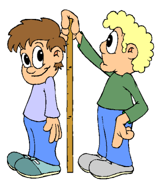
Eine Landkarte zeigt die Lage von vier Gemeinden A, B, C und D.

Wir interessieren uns für die verschiedenen Verbindungen der Orte A und B.
1) Wie viele sind es?
2) Bestimme jeweils ihre Länge.
3) Welches ist der kürzeste Weg?
4) Ergänze dann: AB < ...… + ...…
oder AB < ...… + …....

Übung 2

Wir nehmen an :

In einem Dreieck ist die Summe von zwei Seitenlängen immer größer als die Länge der dritten Seite.



1) Diesen Satz bezeichnen wir als **Dreiecksungleichung**. Lerne ihn auswendig!
2) Stelle einen gleichsinnigen Satz mit dem Ausdruck « immer kleiner » auf.
3) Warum wird die Dreiecksungleichung « **Satz vom Umweg** » genannt?

Aufgabe 2 Anwendung der Dreiecksungleichung

Übung 1

Die Dreiecksungleichung in einem Dreieck ABC kann man auch so ausdrücken:

Wenn ein Punkt C nicht auf einer Strecke [AB] liegt, dann gilt: AB < AC + CB

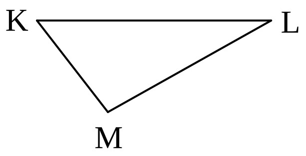
In einem Dreieck kann man aber drei Ungleichungen angeben.

1) Ergänze :

KL < ….. + ..….

KM < ….. + …...

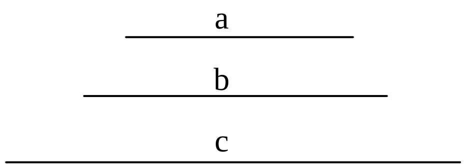
….. < ...... + …...



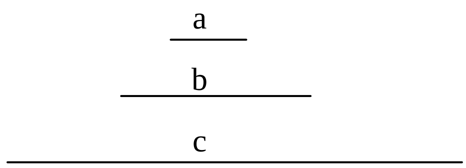
2) Schreibe drei ähnliche Ungleichungen in einem Dreieck RST.

Übung 2

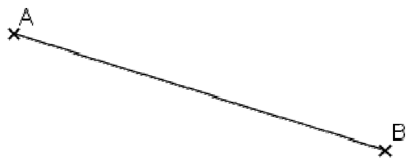
1) Konstruiere, mit Zirkel und Lineal, ein Dreieck mit den angegebenen Seitenlängen a, b und c.



2) Die Konstruktion eines Dreiecks mit den angegebenen Seitenlängen a, b und c ist unmöglich. Erkläre !



Übung 3



1) Die Strecke [AB] ist 5 cm lang.
Konstruiere, mit Hilfe des Lineals und des Zirkels, das Dreieck ABC so, dass: AC = 6 cm und BC = 7 cm.
Achtung : es gibt zwei Lösungen !
Bilde einen Satz mit dem Ausdruck « Symmetrie-achse ».
2) Die Übung ist nicht möglich, wenn:
AC = 1 cm und BC = 7 cm. Warum ?

Aufgabe 3 Drei Punkte liegen auf einer gemeinsamen Geraden

Übung 1

Die Punkte A, B und C liegen in dieser Reihenfolge auf einer Geraden (g).
Es gilt : AC = 8,2 cm ; AB = 3,9 cm.
1) Konstruiere eine Figur. 2) Berechne BC.

Übung 2

1) Konstruiere eine Figur mit drei Punkten C, D und E so, dass :
CD = 4,2 cm, DE = 1,3 cm und CE = 5,5 cm.
2) Was stellst du fest ? 3) Vergleiche CD + DE und CE.
3) Ergänze :
a) Wenn AM + MC = AB, dann liegt …........ auf der Strecke […......].
b) Wenn ein Punkt F auf einer Strecke [KL] liegt, dann gilt : …..... + ...… = …......

Einstieg 3 Mittelsenkrechte

Aufgabe 1 Mittelsenkrechte einer Strecke

Hier werden vier Übungen und ihre unvollständigen Lösungen vorgeschlagen. Wähle jeweils im folgenden Werkzeugkasten die richtige(n) Definition(en) oder Eigenschaft(en).

Werzeugkasten

1) Definition
Die Gerade, die durch den Mittelpunkt einer Strecke geht und auf ihr senkrecht steht, heißt Mittelsenkrechte dieser Strecke.

2) Eigenschaft
- Wenn ein Punkt auf der Mittelsenkrechten einer Strecke liegt, dann ist er von den Endpunkten dieser Strecke gleich weit entfernt.

3) Kehrsatz
- Wenn ein Punkt gleich weit von den Endpunkten einer Strecke entfernt ist, dann liegt er auf der Mittelsenkrechten dieser Strecke.

4) Definition
Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten heißt gleichschenkliges Dreieck.

5) Definition.
Alle Punkte, die von einem festen Punkt M denselben Abstand r haben, bilden einen Kreis (K) mit dem Mittelpunkt M und dem Radius r.
In Zeichen : K $_{(M\,;\,r)}$

Aussagen	Elemente der Lösungen
1) Die Mittelsenkrechte (d) einer Strecke [AB] schneidet [AB] in I. I ist dann der Mittelpunkt der Strecke [AB]. Begründe !	Wenn (d) die Mittelsenkrechte der Strecke [AB] ist, dann ist I der Mittelpunkt dieser Strecke.
2) Ein Punkt E liegt auf der Mittelsenkrechten (d) einer Strecke [AB]. Beweise, dass ABE ein gleichschenkliges Dreieck ist.	*Jeder Punkt auf der Mittelsenkrechten (d) der Strecke [AB] hat von A und B den gleichen Abstand. Daher gilt : EA = EB. *Wenn EA = EB, dann ist ABE ein gleichschenkliges Dreieck.
3) A und B liegen auf einem Kreis K (O ; r). Warum liegt O auf der Mittelsenkrechten der Strecke [AB] ?	*Wenn A und B auf K (O ; r) liegen, dann gilt : OA = OB = r. *Wenn [OA] und [OB] gleichlange Strecken sind, dann liegt O auf der Mittelsenkrechten der Strecke [AB].
4) Zeichne : - eine Strecke [AB], - zwei Kreise um A und B mit gleichem Radius r. Wir nennen sie K_1 (A ; r) und K_2 (B ; r). Sie schneiden sich in C und D. Auf welcher Geraden liegen die Punkte C und D ? Begründe deine Antwort.	*Wenn C und D jeweils auf K_1 (A ; r) und K_2 (B ; r) liegen, dann gilt : AC = AD = r und BC = BD = r *Daher gilt : AC = CB und DA = DB *Wenn AC = CB, dann liegt C auf der Mittelsenkrechten der Strecke [AB]. *Wenn DA = DB, dann liegt D auf der Mittelsenkrechten der Strecke [AB].

Aufgabe 2 Mittelsenkrechte und Umkreis

Übung 1

Zeichne jeweils die Mittelsenkrechten der Seiten eines Dreiecks EFG. Was stellst du fest?

Übung 2 Beweis und Eigenschaft

Zeichne jeweils die Mittelsenkrechten (Δ_a) und (Δ_b) der Seiten [BC] und [AC] eines Dreiecks ABC.

1) Warum ist jeder Punkt der Geraden (Δ_a) von B und C gleich weit entfernt?
2) Warum ist jeder Punkt der Geraden (Δ_b) von A und C gleich weit entfernt?
3) Die Geraden (Δ_a) und (Δ_b) schneiden sich in O. Welche Gleichungen schließt du daraus? (Siehe Fragen 1 und 2)
4) Beweise jetzt, dass O auf der Strecke [AB] liegt.
5) Auf welchem Kreis liegen dann die Punkte A, B, C?

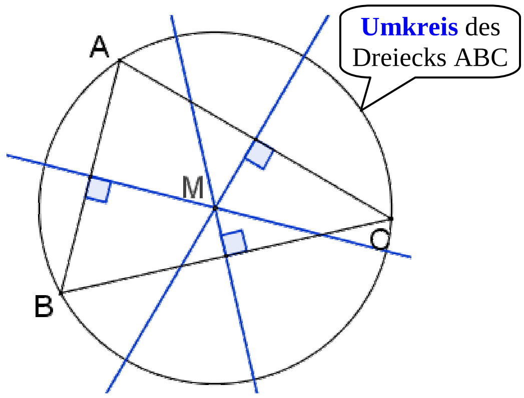
Zum Schluss gilt :

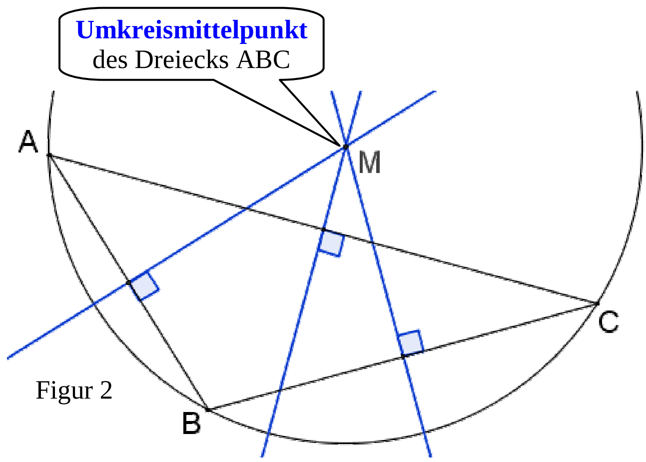
In einem Dreieck **schneiden sich die drei Mittelsenkrechten in einem Punkt O**. Dieser Punkt ist **der Mittelpunkt des Umkreises**, auf dem die drei Eckpunkte des Dreiecks liegen. Der Umkreisradius r ist die Entfernung zwischen O und den drei Ecken.

Übung 3

1) Erkläre was in den folgenden Figuren 1 und 2 jeweils gezeichnet wurde.
2) Was bedeutet jeweils der Punkt M?
3) Was kannst du über die Lage dieses Punktes M sagen?
4) Wo liegt der Umkreismittelpunkt eines rechtwinkligen Dreiecks?

Figur 1





Figur 2

Übung 4 Konstruktion des Umkreises eines Dreiecks

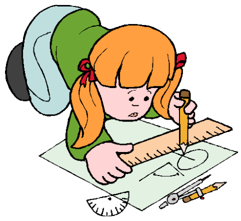
1) Konstruiere ein Dreieck ABC so, dass : AB = 7,5 cm, BC = 9 cm und AC = 10,5 cm.
2) Konstruiere den Umkreis des Dreiecks ABC. Gib die Konstruktionsschritte an.

<u>Einstieg 4</u> <u>Besondere Linien im Dreieck.</u>

La notion de bissectrice est évoquée ci-dessous mais étudiée de manière approfondie en classe de 4ème. On construira les trois hauteurs et les trois médianes d'un triangle et nommera leur point de concours mais sans aucune formalisation ni démonstration.

<u>Aufgabe 1</u> <u>Vom Halbieren</u>

<u>But de l'exercice</u> : sens du mot « halbieren ».



<u>Übung 1</u>

Warum sagt man:

1) Im Parallelogramm ABCD halbieren sich die Diagonalen?

2) Die Halbgerade [Om) halbiert den Winkel $\widehat{xOy}$?

<u>Übung 2</u>

<u>Objectif</u> : dans un triangle quelconque la médiane et la bissectrice issues d'un même sommet sont deux droites distinctes

Konstruiere :

- ein Dreieck CDE mit CD = 8, $\widehat{DCE}$ = 25°, $\widehat{CDE}$ = 45°,
- die Winkelhalbierende [Em) des Winkels $\widehat{CED}$.

[Em) schneidet [CD] in I.

Gib die Längen der Strecken [IC] und [ID] an.

Ist I der Mittelpunkt der Strecke [CD] ?

<u>Aufgabe 2</u> <u>Seitenhalbierende</u>

<u>Objectif</u> Milieu d'un segment et médiane.

<u>Übung 1</u>

Konstruiere ein beliebiges Dreieck ABC mit BC = 7,8 cm. Lege auf die Strecke [BC] drei Punkte R, S, T so, dass: RB = 3,2 cm, SC = 1,9 cm, TB = 3,9 cm.

1) Welcher dieser Punkte ist der Mittelpunkt der Strecke [BC] ? Warum ? Begründe deine Antwort.

2) Warum halbiert die Gerade (AT) die Strecke [BC]?

<u>Bermerkung</u> : Die Gerade (AT) ist eine **Seitenhalbierende** des Dreiecks ABC.

<u>Übung 2</u>

Die Definition der Seitenhalbierenden ist hier aus fünf « Stücken » in falscher Anordnung angegeben. Du musst sie bearbeiten, bis die richtige Definition entsteht. Schreibe sie dann in dein Heft.

Die Gerade durch

der gegenüberliegenden Seite

einen Eckpunkt eines Dreiecks

und den Mittelpunkt

heißt Seitenhalbierende.

<u>Übung 3</u>

<u>Objectif</u> : tracé des trois médianes d'un triangle. Mise en évidence de leur point d'intersection.

Konstruiere in einem beliebigen Dreieck DEF:

- die Gerade (s_1) durch den Eckpunkt D und den Mittelpunkt D' der gegenüberliegenden Seite
- die Gerade (s_2) durch den Eckpunkt E und den Mittelpunkt E' der gegenüberliegenden Seite
- die Gerade (s_3) durch den Eckpunkt F und den Mittelpunkt F' der gegenüberliegenden Seite.

Was fällt dir auf?

Übung 4

a) Zeichne ein spitzwinkliges Dreieck, ein stumpfwinkliges Dreieck und ein rechtwinkliges Dreieck ABC. Trage jeweils die Mittelpunkte A', B' und C' der Seiten [BC], [AC] und [AB] ein.

b) Zeichne die drei Seitenhalbierenden im Dreieck ABC.

c) Was fällt dir auf? Welche Vermutung kannst du daraus schließen?

*Remarque : introduire la notion de « **Schwerpunkt** » en guise de conclusion. On ne la formalisera pas, cependant, puisqu'elle ne figure pas au programme de 5ème.*

Aufgabe 3 Höhen

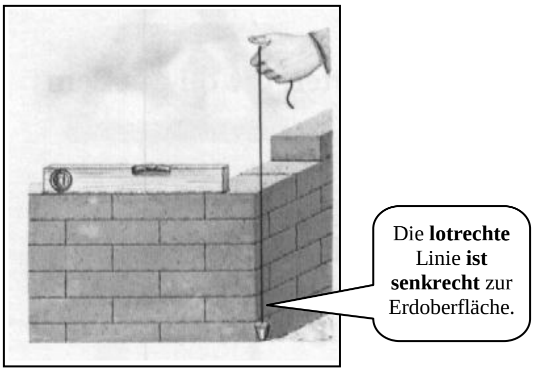
Übung 1

Remarque : les deux questions traitent de la construction d'une hauteur d'un triangle avec un vocabulaire différent.

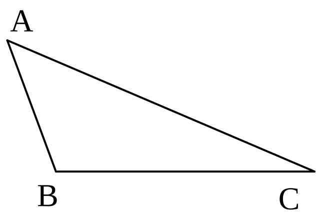
a) Konstruiere in einem beliebigen Dreieck ABC, die Strecke, die von dem Punkt A senkrecht zur gegenüberliegenden Dreiecksseite führt.

b) Fälle das Lot von dem Eckpunkt E eines Dreiecks CED auf die gegenüberliegende Seite.

Bemerkung : die erhaltenen Geraden oder Strecken nennt man Höhen.



Übung 2



a) Ergänze die folgende Tabelle :

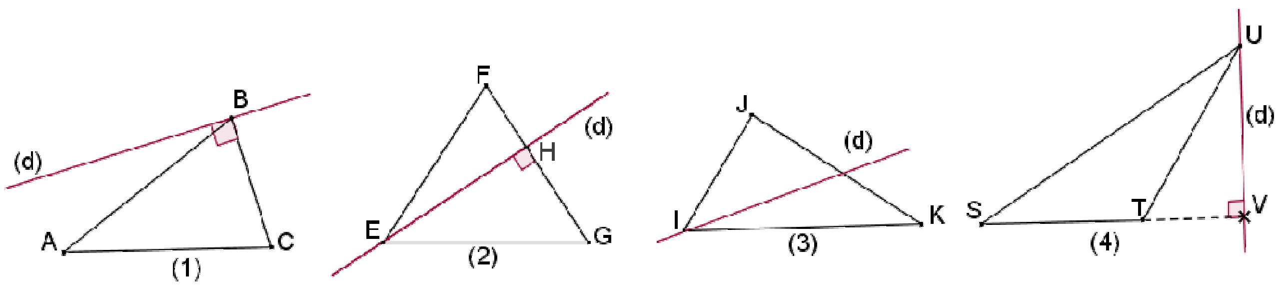
Eckpunkt	A	B	C
gegenüberliegende Dreiecksseite als Gerade betrachtet	(.....)	(.....)	(.....)

b) Konstruiere die Strecke [AH], die von dem Eckpunkt A zur gegenüberliegenden Dreiecksseite (BC) senkrecht führt.

c) Wie heißt eine solche Strecke?

Übung 3

In welchen der folgenden Figuren nennt man die Gerade (d) eine Höhe des Dreiecks? Begründe jeweils deine Antwort!



Übung 4

Die Definition der Höhe ist hier aus vier « Stücken » in falscher Anordnung angegeben. Du musst sie bearbeiten, bis die richtige Definition entsteht.
Schreibe sie dann in dein Heft.

durch den gegenüberliegenden Eckpunkt

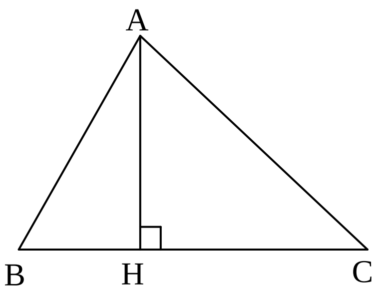
zu einer Dreiecksseite

Die Senkrechte

heißt Höhe.

Übung 5

Objectif : mise en évidence expérimentale de la notion d'orthocentre



1) Man kann auch das Lot von der Ecke A eines Dreiecks auf die Gerade (BC) als « Höhe (h_a) » bezeichnen.
2) Was bezeichnen jeweils (h_b) und (h_c)? Zeichne diese Geraden in diese Figur ein. Was fällt dir auf?

Bemerkung :
Die Strecke [AH], die Länge AH und die Gerade (AH) nennt man üblicherweise « Höhe ».
Die Bedeutung geht jeweils aus dem Zusammenhang hervor.

Übung 6

Objectif : mise en évidence expérimentale de la place de l'orthocentre suivant le type de triangles. Cette notion ne figure pas au programme de 5ème mais peut donnée lieu à une activité d'approfondissement.

1) Zeichne ein spitzwinkliges Dreieck ABC und trage die Höhen (h_a), (h_b) und (h_c) mit Hilfe deines Zeichendreiecks ein. Was fällt dir auf?

2) Zeichne ein Dreieck CDE, das bei dem Punkt D rechtwinklig ist. Warum kann man die Geraden (CD) und (DE) als Höhen des Dreicks CDE betrachten? Trage die dritte Höhe ein.
Wo liegt der Schnittpunkt dieser drei Höhen?

3) Zeichne ein stumpfwinkliges Dreieck KLM und trage die Höhen (h_k), (h_l) und (h_m) ein. Dabei musst du zwei Dreiecksseiten als Geraden betrachten. Das heißt, dass du sie verlängern musst. Verlängere auch die Höhen, bis sich ein Schnittpunkt ergibt.

4) Was haben die obigen Fälle gemeinsam?

Es gilt :

In jedem Dreieck schneiden sich die Höhen in einem Punkt. Dieser Punkt heißt **Höhenschnittpunkt** des Dreiecks.

Remarque : cette propriété était démontrée dans l'ancien programme de 4ème. On l'admettra, à présent, au niveau de la classe de 5ème.

Einstieg 5 Beweise und Konstruktionen mit Zirkel und Lineal

Aufgabe 1 Beweise

Übung 1
Übertrage den Text in dein Heft und ergänze ihn mit Wörtern der folgenden Liste :
„Vermutung, Umkehrung, Kehrsatz, Voraussetzung, Gegenbeispiel, Behauptung"

1) Einen mathematischen Satz kann man in der Form : „Wenn …, dann …“ schreiben.
Der „**Wenn – Teil**„ heißt……….................., der “**Dann – Teil**“ ……...............….. des Satzes.
Die Gültigkeit eines Satzes muss man beweisen.
2) Manchmal ist die Behauptung nicht angegeben. In diesem Fall kann man eine …….……....... machen.
Ein ……….....................…… zeigt, dass eine Vermutung falsch ist.
3) Vertauscht man in einem Satz den „Wenn – Teil“ mit dem „Dann – Teil“, so erhält man eine ………………......... .
Die Umkehrung eines Satzes kann falsch sein.
Wenn sie richtig ist, nennt man sie ……...............……………. des ursprünglichen Satzes.

Remarque.
*Le français utilise uniquement l’expression « proposition réciproque » lorsqu’on inverse l’hypothèse et la conclusion d’une propriété, que celle-ci soit juste ou fausse. L’allemand, plus précis dans ce cas, utilise d’abord le mot „**Umkehrung**„ (proposition juste ou fausse), puis le mot „**Kehrsatz**„ lorsque la proposition réciproque est vérifiée.*

Übung 2
Formuliere für jeden Satz, die Voraussetzung und die Behauptung.
1) Hat ein Dreieck zwei gleich lange Seiten, so ist es gleichschenklig.
2) Wenn ein Punkt P auf der Mittelsenkrechten einer Strecke [AB] liegt, dann ist P von den Endpunkten dieser Strecke gleich weit entfernt.
3) Das Dreieck ABC ist gleichschenklig, denn es hat eine Symmetrieachse (d).
4) Das Dreieck DEF ist rechtwinklig, weil es bei A einen rechten Winkel hat.

Übung 3
1) Lies die folgenden Sätze a), b), c) und d)
a) Hat ein Dreieck zwei gleich lange Seiten, dann ist es ein gleichseitiges Dreick.
b) Ist ein Dreieck gleichseitig, so haben mindenstens zwei Seiten die gleiche Länge.
c) Hat ein Punkt P von den beiden Punkten A und B den gleichen Abstand, so ist P der Mittelpunkt der Strecke [AB].
d) Ist ein Punkt P der Mittelpunkt einer Strecke [AB], so hat er von den beiden Punkten A und B den gleichen Abstand.
2) Untersuche, ob die Vermutung wahr ist.
3) Wie lauten die richtigen Sätze in der „Wenn-Dann“ Form?

Übung 4
Gegeben ist der Satz:
„Wenn es regnet, dann ist die Straße nass...“
1) Bilde die Umkehrung dieses Satzes.
2) Ist sie richtig?

Aufgabe 2 Mittelpunkt einer Strecke

Übung 1

Eine Strecke [MN] soll halbiert werden.
Die Konstruktionsschritte sind in einer falschen Anordnung gegeben.
Du musst sie bearbeiten, bis sie wieder in richtiger Reihenfolge sind.

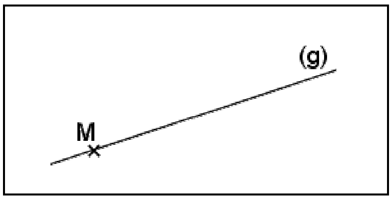
1) Die Schnittpunkte der beiden Kreise sind E und F.
2) I ist der gesuchte Mittelpunkt von [MN].
3) Mit dem gleichen Radius zeichnen wir einen Kreisbogen um N.
4) Die Geraden (MN) und (EF) schneiden sich in I.
5) Wir zeichnen einen Kreisbogen um M mit einem Radius r ($r > \frac{MN}{2}$).

Übung 2

Betrachte die Figur der vorigen Übung.
1) Beweise, dass die Gerade (EF) die Mittelsenkrechte der Strecke [MN] ist.
2) Schließe daraus, dass I der Mittelpunkt der Strecke [MN] ist.

Aufgabe 3 Errichten der Senkrechten zu (g) durch M

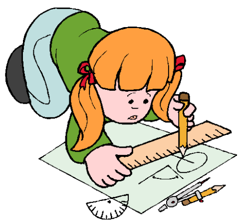
Übung 1



1) Zeichne zwei Kreisbögen um M mit einem Radius *r* so, dass sie die Gerade (g) in A und A’ schneiden.
2) Zeichne mit einem größeren Radius als *r* zwei Kreisbögen um A und A’ so, dass sie sich in B schneiden.
3) Die gesuchte Senkrechte zu (g) durch den Punkt M ist die Gerade (BM).

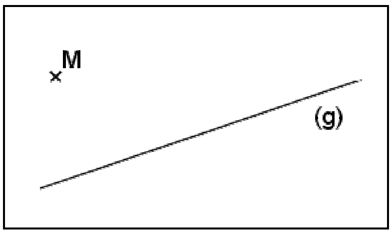
Übung 2

Betrachte die Figur der vorigen Übung. Beweise, dass :
1) das Dreieck AA’B gleichschenklig ist,
2) M der Mittelpunkt der Strecke [AA’] ist,
3) die Geraden (BM) und (g) zueinander senkrecht sind.



Aufgabe 4 Fällen des Lotes von M auf (g)

Übung 1



1) Zeichne einen Kreisbogen um M mit einem Radius *r* so, dass er die Gerade (g) in A und A’ schneidet.
2) Zeichne mit dem gleichen Radius *r* zwei Kreisbögen um A und A’ so, dass sie sich in E schneiden.
3) Die gesuchte Senkrechte zu (g) durch den Punkt M ist die Gerade (EM).

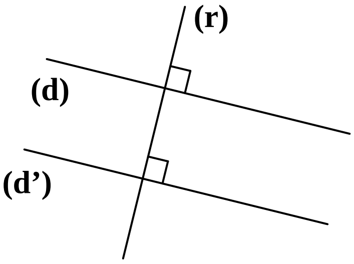
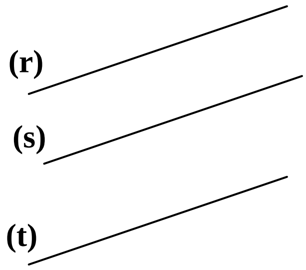
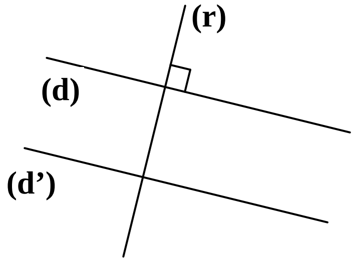
Übung 2

Betrachte die Figur der vorigen Übung.
1) Beweise, dass das Viereck MAEA’ eine Raute ist
2) Schließe daraus, dass die Geraden (AA’) und (ME) zueinander senkrecht sind.

Erinnere dich….

A) Wiederholung

1) Parallele und senkrechte Geraden


Wenn (d) ⊥ (r), (d') ⊥ (r),
dann gilt : (d) // (d')
	
	Wenn (r) // (t), (s) // (t),
	dann gilt : (r) // (s)
		
		Wenn (d) ⊥ (r), (d) // (d'),
		dann gilt : (d') ⊥ (r).

Wenn zwei Geraden (d) und (d') zu derselben Geraden (r) senkrecht sind, dann sind (d) und (d') zueinander parallel.	Wenn zwei Geraden (r) und (s) zu derselben Geraden (t) parallel sind, dann sind (r) und (s) zueinander parallel.	Wenn zwei Geraden parallel sind, dann ist jede Gerade, die senkrecht zu der ersten ist, auch senkrecht zu der zweiten.

2) Mittelsenkrechte einer Strecke

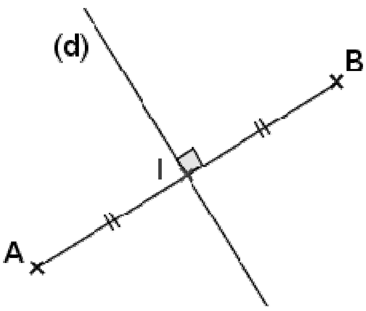
a) Definition

Die Gerade, die durch den **Mittelpunkt** einer Strecke geht und auf ihr **senkrecht** steht, heißt **Mittelsenkrechte** dieser Strecke.

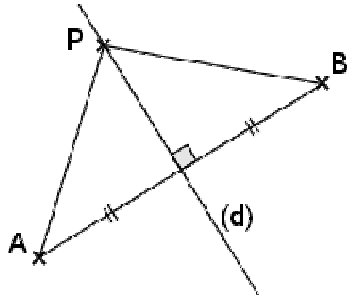
Es gilt :

1) Wenn (d) die Mittelsenkrechte von [AB] ist,
dann ist I der Mittelpunkt der Strecke [AB] und
(d) ist senkrecht zu (AB).

2) Wenn I der Mittelpunkt der Strecke [AB] ist
und (d) senkrecht zu (AB) ist,
dann ist (d) die Mittelsenkrechte von [AB].



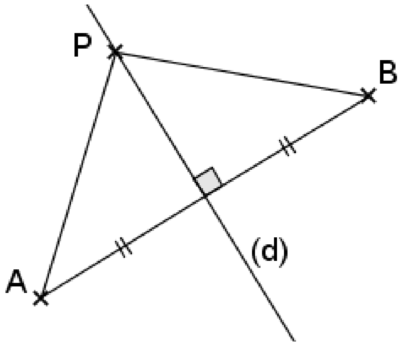
b) Eigenschaft



> **Wenn** ein Punkt auf der Mittelsenkrechten einer Strecke liegt,
> **dann** ist er von den Endpunkten dieser Strecke gleich weit entfernt.

Beispiel :
(d) ist die Mittelsenkrechte der Strecke [AB].
Wenn P auf (d) liegt, **dann gilt: PA = PB.**

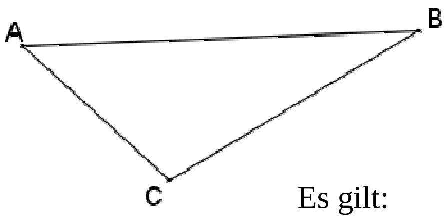
c) Kehrsatz



> **Wenn** ein Punkt gleich weit von den Endpunkten einer Strecke entfernt ist,
> **dann** liegt er auf der Mittelsenkrechten dieser Strecke.

Beispiel :
(d) ist die Mittelsenkrechte der Strecke [AB].
Wenn gilt PA = PB, dann liegt P auf (d).

B) Dreiecksungleichung



> In einem Dreieck ist die **Summe zweier Seitenlängen** stets **größer als die Länge der dritten Seite**

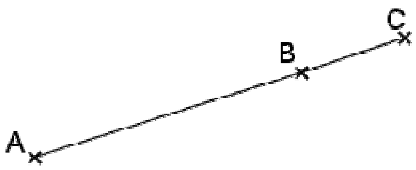
Es gilt:

AB + BC > AC und AC + CB > AB und BA + AC > BC

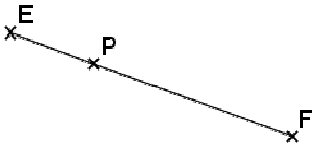
oder AC < AB + BC und AB < AC + CB und BC < BA + AC.

> Kurzfassung: ein Dreieck kann entstehen genau dann, wenn die größte Seitenlänge kleiner ist als die Summe der beiden anderen Seitenlängen.

Wichtige Bemerkungen



Wenn AB + BC = AC,
dann liegt B auf der Strecke [AC].

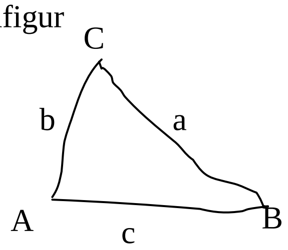


Wenn ein Punkt P auf einer Strecke [EF] liegt,
dann gilt: EP + PF = EF.

C) Konstruktion von Dreiecken

1) Drei Seiten sind gegeben : BC = a = 7 cm, AC = b = 5 cm, AB = c = 6 cm

Planfigur

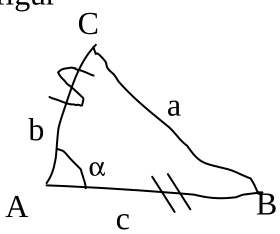


Wir zeichnen:
- die Strecke [AB] der Länge c = 6 cm,
- einen Kreisbogen um A mit Radius b,
- einen Kreisbogen um B mit Radius a,
- den Schnittpunkt C der beiden Kreisbögen,
- die Seiten [AC] und [BC].

2) Zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel sind gegeben:

AC = b = 8 cm, AB = c = 7 cm, $\widehat{BAC} = \alpha = 40°$.

Planfigur

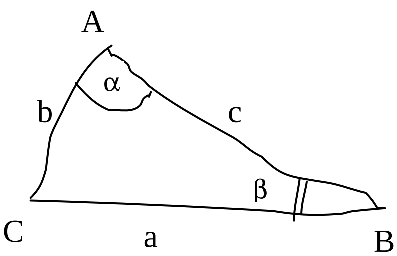


Wir zeichnen:
- einen Winkel $\widehat{xAy}$ so, dass $\widehat{xAy} = \alpha = 40°$
- den Punkt B, der auf [Ax) liegt und so, dass AB = c = 7 cm
- den Punkt C, der auf [Ay) liegt und so, dass AC = b = 8 cm
- die Seite [BC].

Remarque :
Il s'agit d'une version complémentaire de celle proposée dans « Einstieg »

3) Eine Seite und die zwei anliegenden Winkel sind gegeben:

AB = c = 6 cm, $\widehat{BAC} = \alpha = 30°$, $\widehat{ABC} = \hat{\beta} = 105°$

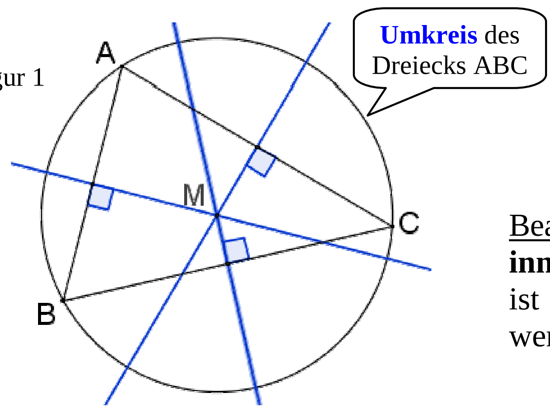


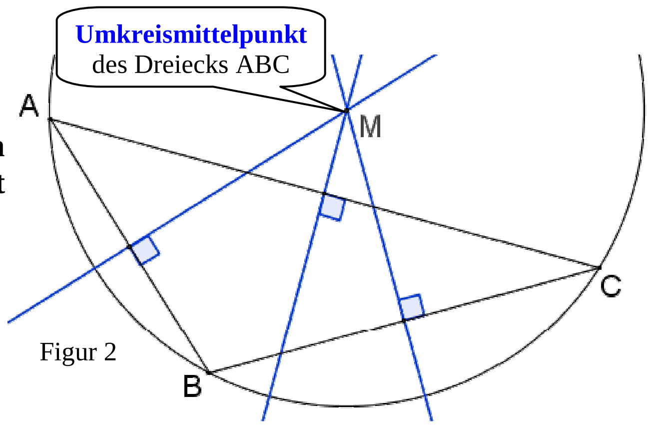
Wir zeichnen:
- Die Strecke [AB] der Länge c = 6 cm,
- eine Halbgerade [Ax) so, dass $\widehat{BAx} = \alpha = 30°$,
- eine Halbgerade [By) so, dass $\widehat{ABy} = \beta = 105°$,
- den Schnittpunkt C der freien Schenkel,
- die Seite [BC].

D) Umkreis eines Dreiecks

Jedes Dreieck besitzt einen **Umkreis** ; **sein Mittelpunkt** ist der **gemeinsame Schnittpunkt der Mittelsenkrechten** der Dreiecksseiten.

Figur 1



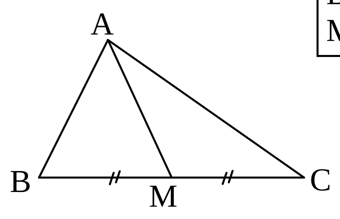


Figur 2

Beachte : der **Umkreismittelpunkt M** befindet sich **innerhalb des Dreiecks**, wenn dieses **spitzwinklig** ist (siehe Figur 1) und **außerhalb des Dreiecks**, wenn es **stumpfwinklig** ist (siehe Figur 2).

E) Seitenhalbierende im Dreieck

a) Definition



Die Gerade durch einen Eckpunkt eines Dreiecks und den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite heißt **Seitenhalbierende**.

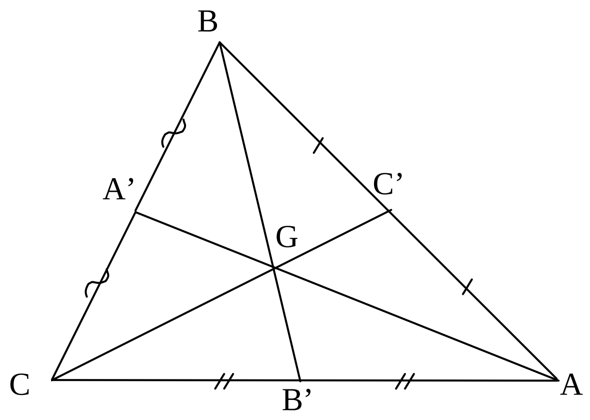
Beispiel: im nebenstehenden Dreieck ABC, ist die Gerade (AM) die Seitenhalbierende durch den Eckpunkt A.

Es gilt:

Wenn M der Mittelpunkt der Seite [BC] ist, **dann** ist (AM) eine Seitenhalbierende im Dreieck ABC.

Wenn (AM) eine Seitenhalbierende im Dreieck ABC ist, **dann** ist M der Mittelpunkt der Seite [BC].

b) Schwerpunkt eines Dreiecks



Die Seitenhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt.
Dieser Schnittpunkt heißt **Schwerpunkt** des Dreiecks.

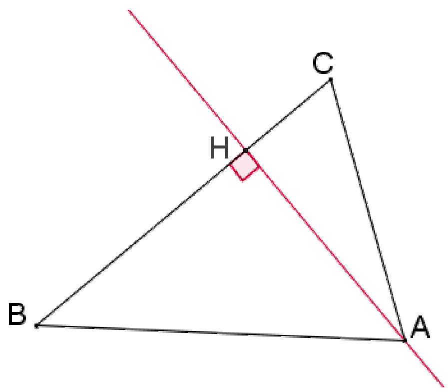
Beispiel :
Im nebenstehenden Dreieck ABC, schneiden sich die drei Seitenhalbierenden im **Schwerpunkt G.**

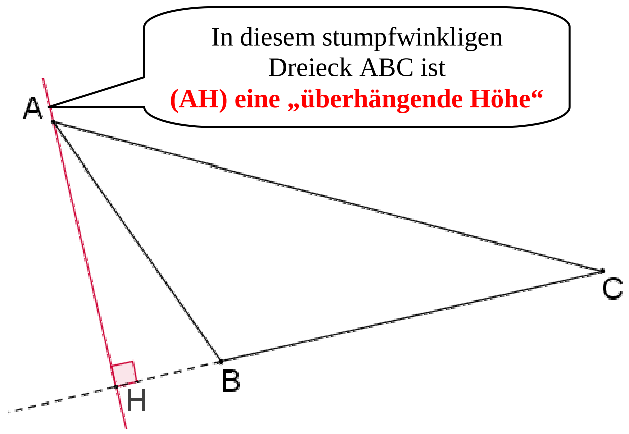
F) Höhen im Dreieck

a) Definition

Die Senkrechte zu einer Dreiecksseite durch den gegenüberliegenden Eckpunkt heißt **Höhe**.

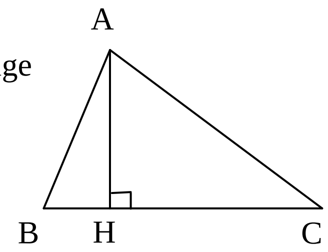
Beispiele : im den folgenden Dreiecken ABC, ist (AH) jeweils die Höhe durch den Eckpunkt A.



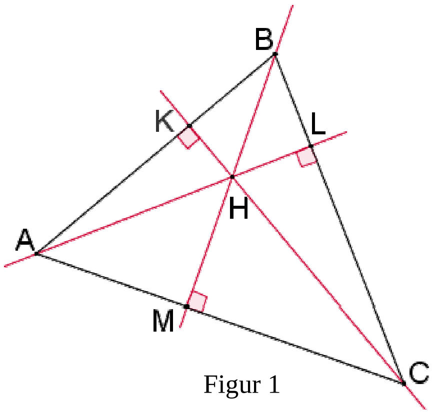


Es gilt :

Wenn (AH) die zugehörige Höhe der Seite [BC] ist, **dann** gilt : (AH) ⊥ (BC)	**Wenn** gilt : (AH) ⊥ (BC), **dann** ist (AH) die zugehörige Höhe der Seite [BC].



b) Höhenschnittpunkt



Figur 1

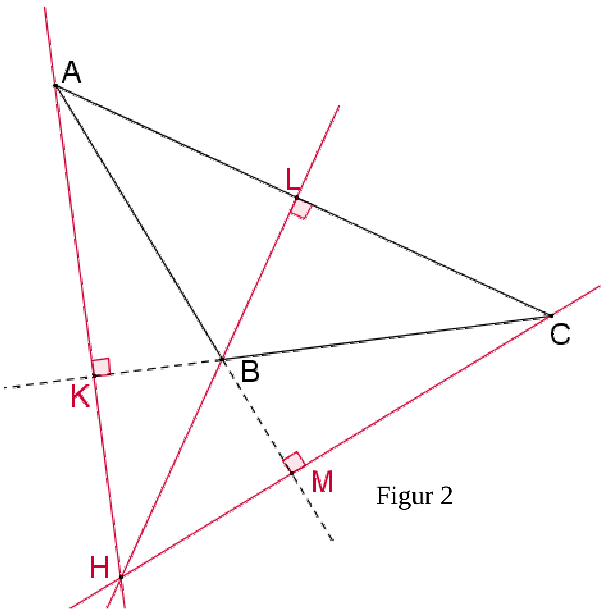
> In jedem Dreieck schneiden sich die Höhen in einem Punkt.
> Dieser Punkt heißt **Höhenschnittpunkt** (auch **Orthozentrum**) des Dreiecks.

Beispiel :
H ist der Höhenschnittpunkt des Dreiecks ABC.

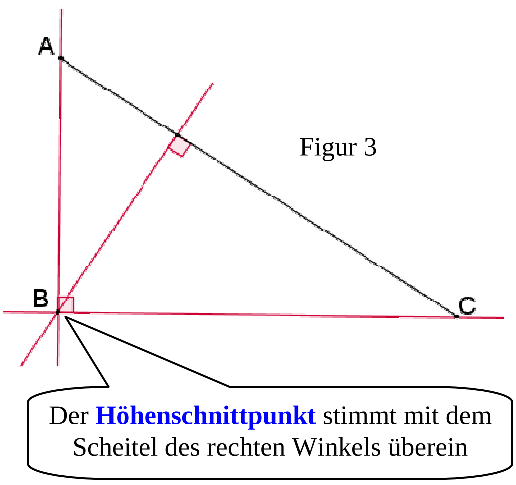
Beachte : 1) In einem **spitzwinkligen Dreieck** liegt der **Höhenschnittpunkt innerhalb** des Dreiecks. (siehe Figur 1)

2) In einem **stumpfwinkligen Dreieck** liegt der **Höhenschnittpunkt außerhalb** des Dreiecks. (siehe Figur 2)

3) In einem **rechtwinkligen Dreieck** stimmt der **Höhenschnittpunkt mit dem Scheitel des rechten Winkels** überein. (siehe Figur 3)



Figur 2



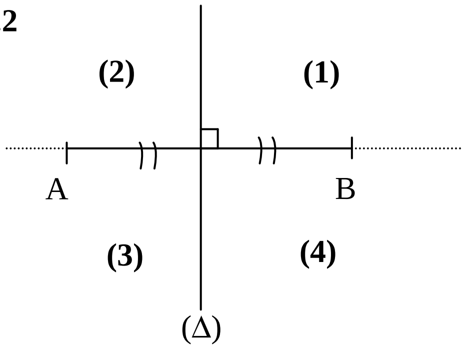
Figur 3

Übungen zur Festigung und zum Weiterarbeiten

1. Konstruktion von Dreiecken

1.1 1) Konstruiere ein Dreieck EFG mit folgenden Angaben. Begründe die Konstruktionsarbeit. Es gilt: FG = e, EG = f, EF = g.
a) e = 7 cm, f = 8,5 cm, g = 10 cm b) e = 2,8 cm, f = 6,5 cm, g = 8 cm.
2) Miss die Winkel des Dreiecks EFG.

1.2

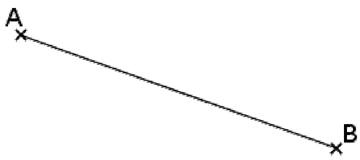


1) Übertrage diese Figur in dein Heft.
2) Konstruiere vier Dreiecke ABC_1, ABC_2, ABC_3, und ABC_4, mit je den Seitenlängen AB, 5cm und 3,5 cm.
C_1, C_2 C_3 und C_4 müssen jeweils im Teil **(1)**, **(2)**, **(3)** und **(4)** liegen.
3) Welche sind die Symmetrieachsen der Figur?

1.3 1) Konstruiere das Dreieck RST aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel.
a) RS = 7 cm, RT = 4 cm, $\widehat{SRT}$ = 29° b) ST = 2,8 cm, SR = 9,3 cm, $\widehat{RST}$ = 70°
2) Gib die Konstruktionsbeschreibung an.

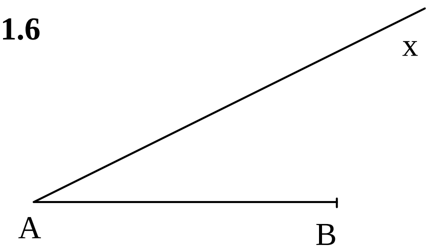
1.4 1) Konstruiere ein Dreieck FGK aus folgenden Angaben
a) FG = 8 cm, $\widehat{GFK}$ = 55°, $\widehat{FGK}$ = 25° b) GK = 6 cm, $\widehat{GKF}$ = 110°, $\widehat{KGF}$ = 40°
2) Gib die Konstruktionsschritte an.

1.5



Es gilt: AB = 5 und C ist ein Punkt der Ebene, so dass AC = 2 cm.
Auf welchem Kreis liegt C?
Konstruiere, wenn möglich, den Punkt C so, dass:
a) BC = 2 cm ; b) BC = 3 cm ; c) BC = 4 cm
d) BC = 5 cm ; e) BC = 6 cm

1.6



1) a) Konstruiere ein Dreick ABC so, dass :
C ∈ [Ax) und BC = 2,5 cm.
b) Wie viele verschiedene Dreiecke kann man zeichnen ?
2) Verfahre ebenso mit :
C ∈ [Ax) und AC = 2 cm.

1.7 5 cm und 7 cm bezeichnen zwei Seitenlängen eines Dreiecks.
1) Wie viele verschiedene beliebige Dreiecke mit diesen Angaben gibt es? Zeichne einige davon.
2) Wie viele verschiedene gleichschenklige Dreiecke mit diesen Angaben gibt es? Zeichne sie.
3) Wie viele verschiedene gleichseitige Dreiecke mit diesen Angaben gibt es?

1.8 [BC] bezeichnet die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks ABC. Zeichne das Dreieck!
1) BC = 5 cm, AB = 7 cm 2) BC = 6 cm, $\widehat{ABC}$ = 50° 3) AC = 8 cm, BC = AB : 2.

1.9 1) Konstruiere einen Winkel $\widehat{xOy}$ von 50°. Lege den Punkt A auf die Halbgerade [Ox) mit OA = 5 cm.
2) Lege den Punkt B auf die Halbgerade [Oy) so, dass OAB ein gleichschenkliges Dreieck:
a) mit der Basis [OA] ist, b) mit der Basis [AB] ist.

2. Dreiecksungleichung

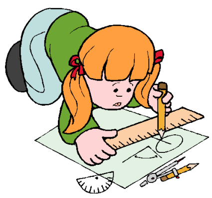
2.1 Ein Dreieck ABC mit BC = 5 cm, AC = 7 cm und AB = 12 cm gibt es nicht.
Welche Bedingung ist hier nicht erfüllt? Begründe deine Antwort.

2.2 DEF, ONU und PIN bezeichnen drei Dreiecke.
Schreibe für jedes Dreieck alle möglichen Ungleichungen, ohne eine Figur zu zeichnen.

2.3 In welchen Fällen entsteht ein Dreieck?
Schreibe eine Gleichung für die anderen Fälle.
1) AB + BC > AC 2) AB + BC = AC
3) B ∈ [AC) 4) B ∈ [CA)

2.4 Drei Punkte A, B, C liegen so, dass:
AB = 4,7 cm, BC = 7,6 cm und AC = 2,9 cm.
Konstruiere eine Figur. Welches ist die Lage der drei Punkte? Begründe deine Antwort!

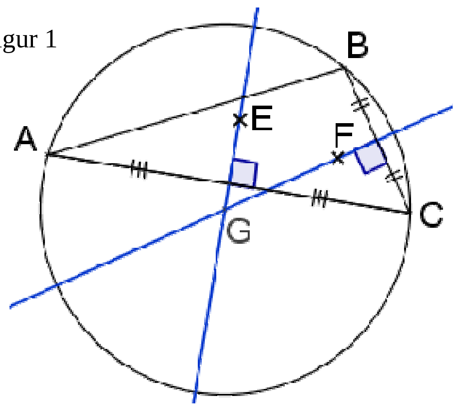
2.5 Berechne AB falls möglich ! Dabei kannst du zuerst eine Planfigur zeichnen.
1) A, B und C liegen in dieser Reihenfolge auf einer Geraden (g).
Es gilt : AC = 0,8 dm und BC = 2 cm
2) Es gilt : A ∈ [BC], BC = 7,2 cm, AC = 0,41 dm
3) Es gilt : B ∈ [AC], AC = 12,1 cm, BC = 9,8 cm
4) Es gilt : C ∈ [AB], AC = 2,9 cm, BC = 1,7 cm
5) AB < AC + BC, AC = 2,9 cm, BC = 8,3 cm.



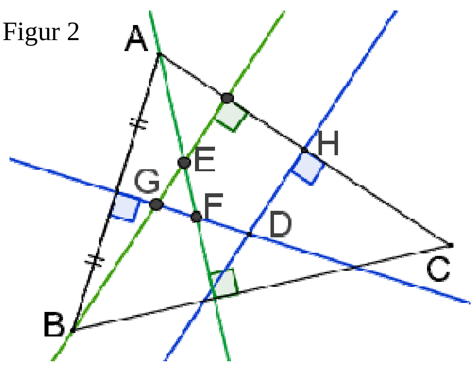
3. Besondere Linien im Dreieck : Mittelsenkrechte, Höhen und Seitenhalbierende

3.1 Wo liegt jeweils in den folgenden Figuren der Umkreismittelpunkt der Dreiecke ABC?

Figur 1

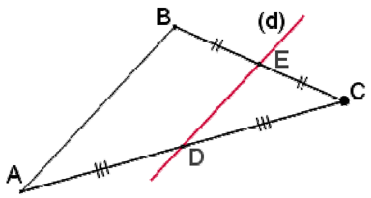


Figur 2

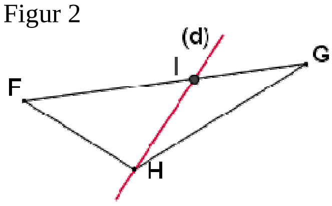


3.2 Was kannst du in jeder folgenden Figur über die Gerade (d) sagen? Ist sie eine besondere Linie im Dreieck? Begründe jeweils deine Antwort!

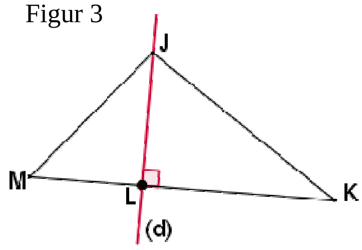
Figur 1



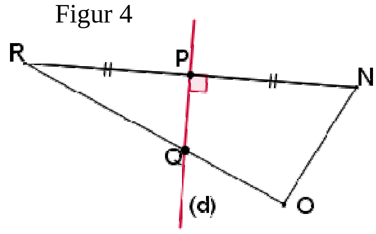
Figur 2



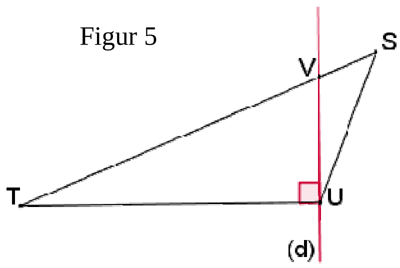
Figur 3



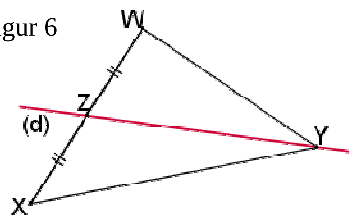
Figur 4



Figur 5



Figur 6



3.3 Zeichne eine Strecke [AB] der angegebenen Länge.

1) 5,4 cm 2) 6,3 cm 3) 2,9 cm 4) 8,2 cm

Konstruiere jeweils die Mittelsenkrechte mit Zirkel und Lineal. Kennzeichne die Figur.

3.4

1) Konstruiere ein Dreieck FRL so, dass: FR = 6 cm ; RL = 4 cm und FL = 7 cm.
2) Zeichne die Höhe durch den Eckpunkt R.
3) Zeichne die Mittelsenkrechte der Seite [FR].
4) Zeichne die Seitenhalbierende durch den Eckpunkt F.

3.5

1) Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck CIH mit Basis [CH] so, dass:
CI = 7 cm und CH = 4 cm.
2) Zeichne die Höhe durch den Eckpunkt I
3) Zeichne die Mittelsenkrechte der Seite [CH].
4) Zeichne die Seitenhalbierende durch den Eckpunkt I.
5) Was fällt dir auf?

3.6 BC und *r* bezeichnen jeweils die Basislänge und den Umkreisradius eines gleichschenkligen Dreiecks ABC. Es gilt: BC = 6 cm und *r* = 4 cm.

1) Konstruiere eine Figur. Wo liegt die Spitze A?
2) Wie viele Möglichkeiten gibt es?

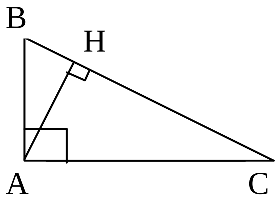
3.7

Konstruiere das Dreieck ABC, die Höhen des Dreiecks und den Höhenschnittpunkt H.

1) AB = 8 cm, $\widehat{BAC} = 41°$, $\widehat{ABC} = 54°$ 2) BC = 11 cm, AC = 6 cm, AB = 7 cm

3) AB = 8 cm, AC = 6 cm, $\widehat{BAC} = 51°$ 4) AB = 9 cm, AC = 12 cm, $\widehat{ABC} = 113°$

3.8

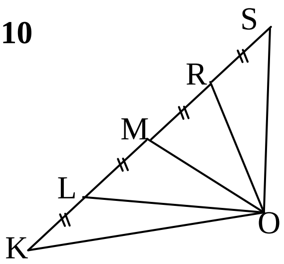


1) a) Welches sind die Höhen des Dreiecks ABC?
b) Wo liegt also der Höhenschnittpunkt dieses Dreiecks?
2) a)Warum ist (AH) eine der Höhen des Dreiecks AHC?
b) Nenne eine andere Höhe dieses Dreiecks und ihren Höhenschnittpunkt.
3) Wo liegt der Höhenschnittpunkt des Dreiecks ABH?

3.9
1) Konstruiere ein spitzwinkliges Dreieck ABC (alle Winkel des Dreiecks sollen spitz sein). Trage die Höhen (AK), (BL) und (CM) ein und nenne den Höhenschnittpunkt H.
2) Wo liegen jeweils die Höhenschnittpunkte der Dreiecke ABH, AHC, HBC ?

Hinweis *: Markiere, für ein gegebenes Dreieck, jede Seite, oder ihre Verlängerung, und den gegenüberliegenden Eckpunkt in einer bestimmten Farbe. Markiere auch die zugehörige Höhe, immer in derselben Farbe, mit einem punktierten Strich.*
Beispiel *: ich betrachte das Dreieck ABH, die Seite (BH) und den Eckpunkt A. Die zugehörige Höhe ist die Senkrechte zu (BH) durch den Punkt A, also die Gerade (AC).*
Ich markiere (BH) und A zum Beispiel in rot und (AC) in einem rotpunktierten Strich, usw.

3.10



Übertrage diesen unvollständigen Satz in dein Heft und ergänze ihn.
Gib alle Möglichkeiten an.
« Die Gerade .... ist eine Seitenhalbierende des Dreiecks .... »

3.11 Gegeben ist ein Dreieck ABC mit:
1) AB = 10 cm ; AC = 12 cm ; BC = 8 cm   2) $\widehat{ABC}$ = 108 ; AB = 7 cm ; AC = 9 cm.
Konstruiere jeweils die Seitenhalbierenden und den Schwerpunkt G des Dreiecks ABC.

4. Beweise und Konstruktionen mit Zirkel und Lineal

4.1 Zeichne nur mit Zirkel und Lineal eine Gerade (g) und eine Senkrechte zur Geraden (g).

4.2 1) Zeichne: a) eine Gerade (g)   b) einen Punkt A, der nicht auf (g) liegt
c) einen Punkt B, der auf (g) liegt.
2) Zeichne nur mit Zirkel und Lineal die Senkrechte zur Geraden (g):
a) durch den Punkt A ;   b) durch den Punkt B.

4.3 Lege drei Punkte A, B und C auf eine Gerade (g) und konstruiere jeweils die Mittelsenkrechten (m_1) und (m_2) der Strecken [AB] und [BC].
1) Welche Lage haben die Geraden (m_1) und (m_2)?
So kannst du deine Antwort jeweils durch eine Definition oder eine Eigenschaft beweisen:
a) (m_1) und (g) sind zueinander senkrecht, da (m_1) die Mittelsenkrechte der Strecke [AB] ist.
b) (m_2) und (g) sind zueinander senkrecht, da (m_2) die Mittelsenkrechte der Strecke [BC] ist.
c) Sind die Geraden (m_1) und (m_2) jeweils zu (g) senkrecht, so sind (m_1) und (m_2) zueinander parallel.
2) Bringe die Sätze a), b) und c) in die ***„Wenn - Dann"*** Form.

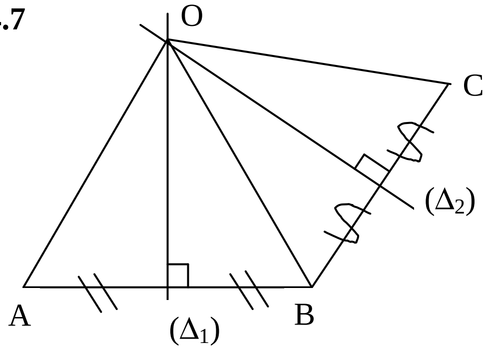
4.4 Zeichne ein Dreieck ABC, die Höhe (h), die durch A geht, die Mittelsenkrechte (d) der Strecke [BC]. Beweise, dass die Geraden (h) und (d) zueinander senkrecht sind.
Gib die benutzten Definitionen und die Eigenschaft an.

4.5 Die Höhen (AK) und (BL) in einem Dreieck ABC schneiden sich in H.
Beweise, dass die Geraden (CH) und (AB) zueinander senkrecht sind.

<u>Hinweis</u> : was bezeichnet H für das Dreieck ABC ? Was kannst du für (CH) daraus schließen ?

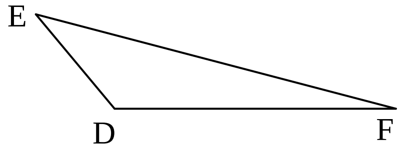
4.6 1) Konstruiere ein Dreieck ABC so, dass: $\widehat{ABC} = 64°$, $\widehat{ACB} = 51°$ und BC = 8 cm.
2) a) Eine Halbgerade [Ax), mit $\widehat{BAx} = 25°$, schneidet (BC) in D. Fertige die Figur.
b) Ist (AD) eine Höhe im Dreieck ABC ? Begründe deine Antwort.

4.7



1) Leite die Elemente der Voraussetzung aus der nebenstehenden Figur ab.
2) Beweise, dass (Δ_1) und (Δ_2) jeweils die Mittelsenkrechten der Strecken [AB] und [BC] sind.
3) Schließe daraus, dass O auf der Mittelsenkrechten der Strecke [AC] liegt.
4) Zeichne den Umkreis des Dreiecks ABC.

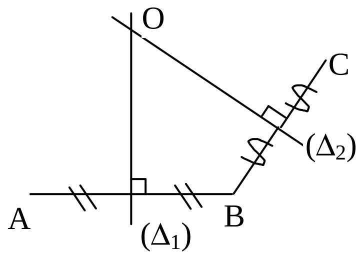
4.8



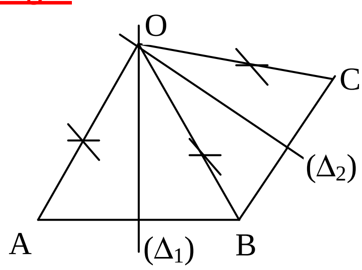
Ergänze den folgenden Text :
1)Die Seiten des Dreiecks DEF sind …....., …....... und …….
2) Alle Punkte der Mittelsenkrechten der Seite [DE] sind gleich weit entfernt von ….... und ....
3) Alle Punkte der Mittelsenkrechten der Seite [DF] sind …... .
4) Der Schnittpunkt O der beiden Mittelsenkrechten ist also gleich weit von ….., ….. und …..
5) Da dieser Schnittpunkt O auch von den Punkten …...... und ....… gleich entfernt ist, liegt er auch auf der Mittelsenkrechten der Seite…..... .
6) Weil dieser Schnittpunkt O der Mittelsenkrechten von ...…, von..... … und von ....… gleich weit entfernt ist, ist er …………………………………………………....……… .

4.9

<u>**Gegeben :**</u>

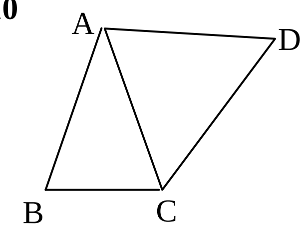


<u>**Verlangt :**</u>



1) Kannst du erklären, was in den obigen Figuren gegeben ist und was verlangt wird?
2) Schreibe dann eine entsprechende Aussage auf.
3) Finde nun eine Lösung mit Hilfe der Übung **4.7.**

4.10



1) Lies die Aussage der folgenden Übung.

Aussage.

ABC ist ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basis [BC] und AB = 8 cm, ACD ist ein gleichseitiges Dreieck.

a) Kennzeichne die Figur.

b) Beweise, dass die Strecke [CD] 8 cm lang ist.

2) Bemerkung.

Die Sätze der Lösung dieser Übung sind in einer falschen Reihenfolge gegeben. Du musst sie bearbeiten, bis sie wieder in der richtigen Reihenfolge sind.

Wenn die Aufgabe gelöst ist, unterstreiche die Bindewörter.

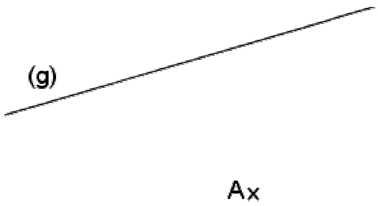
Sätze der Lösung

1. Die Strecken [AC], [AD] und [CD] sind gleichlang, weil das Dreieck ACD gleichseitig ist.
2. Gegeben : AB = 8 cm, ABC ist gleichschenklig mit der Basis [BC], ACD ist gleichseitig.
3. so gilt : AB = AC = 8 cm.
4. Schließlich schreiben wir : AC = AD = CD = 8 cm ; CD = 8 cm.
5. Verlangt : CD = 8 cm.
6. Definition. Ein Dreieck mit zwei gleichlangen Seiten heißt gleichschenkliges Dreieck.
7. Zuerst fassen wir zusammen was angegeben ist und was verlangt wird.
8. Ist ABC ein gleichschenkliges Dreieck ?
9. Definition : Ein Dreieck mit drei gleichlangen Seiten heißt gleichseitiges Dreieck.
10. Beweisführung

4.11 Lies die Aussage der folgenden Übung und die ersten Lösungsschritte.

a) Aussage

Konstruiere die Parallele zu der Geraden (g) durch den Punkt A.
Gib alle Konstruktionsschritte an!



b) Erste Lösungsschritte.

Durch A konstruiere ich die Senkrechte zu der Geraden (g). Ich nenne sie (h).
Durch A konstruiere ich die Senkrechte zu der Geraden (h). Sie heißt (d).
Löse jetzt die Aufgabe fertig!

c) Frage.

Welche der beiden Eigenschaften habe ich benutzt?

1) Wenn zwei Geraden zu derselben Geraden senkrecht sind, dann sind die beiden ersten Geraden zueinander parallel.	2) Wenn zwei Geraden parallel sind, dann ist jede Gerade, die senkrecht zu der ersten ist, auch senkrecht zu der zweiten.