

6. Prozentrechnung und Maßstab

Remarques : Comme le chapitre 10 de 5^{ème} bilingue, celui-ci avait également été conçu (dans la version du CDROM de juin 2004) par mon collègue, André PERRIN, qui a pris sa retraite entretemps. Pour respecter son travail, j'ai préféré le reprendre, en corriger certains passages et compléter avec des éléments du nouveau programme, à savoir « **comparer des proportions pour mettre en œuvre la proportionnalité dans un cas précis** ». Les principales transformations et/ou rajouts (activités et cours) se trouvent en pages 6 – 2 ; 6 – 3 ; 6 - 13 et 6 – 14.

Objectifs visés

Mise en œuvre de la proportionnalité pour :

- appliquer et calculer un pourcentage
- calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin.



Introduction

- Dans tous les ouvrages allemands consultés un pourcentage donné s'identifie avec le nombre fractionnaire de dénominateur 100 correspondant.

On lit, par exemple :

$$15\% = \frac{15}{100}$$

En France, le pourcentage est l'indication d'un calcul à effectuer : on applique un pourcentage et on explique que la phrase,

« **65 % des 740 élèves ont choisi l'allemand** »

signifie :

« **sur 100 élèves, 65 élèves ont choisi l'allemand** ».

D'où la mise en œuvre d'un calcul de la 4^{ème} proportionnelle.

- Il nous a été difficile de retrouver cette façon de faire dans les ouvrages allemands. Ces derniers vont par contre beaucoup plus loin dans la formalisation des calculs sur les pourcentages. Nous avons finalement adopté leur méthode. Cela exigera de la part des élèves des efforts de mémorisation de trois termes dont ils ne retrouveront pas de traduction simple en français : **Grundwert**, **Prozentwert** et **Prozentsatz**.

- Promillerechnung

Cette notion ne figure pas explicitement dans les instructions françaises. Les élèves peuvent cependant la rencontrer dans d'autres matières étudiées au collège. On peut donc l'évoquer d'autant plus volontiers qu'elle présente une curiosité linguistique : on parle de « **Promillerechnung** » et non de « **Protausendrechnung** » ! Les méthodes de calcul sont évidemment les mêmes que pour les calculs sur les pourcentages.

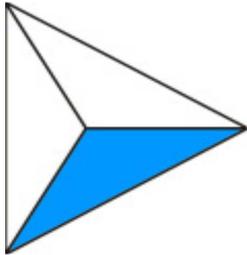
Einstieg

Einstieg 1 Prozente überall

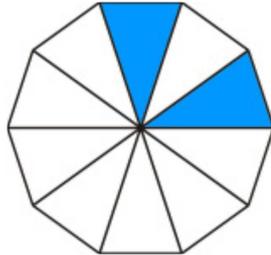
Aufgabe 1 Anteile vergleichen

Übung 1 Finde heraus, bei welcher Figur der gefärbte Anteil am größten ist.

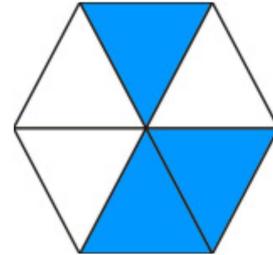
Figur A



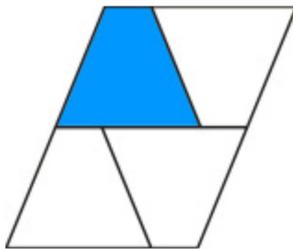
Figur B



Figur C



Figur D



Figur E



Ergänze den folgenden Satz :

Die Figur hat den größten gefärbten Anteil.

Übung 2

Finde heraus, welcher der Anteile jeweils der größere ist.
Unterstreiche den größeren Anteil.

- a) „2 von 5“ oder „9 von 20“
- b) „3 von 4“ oder „37 von 50“
- c) „7 von 25“ oder „3 von 10“
- d) „3 von 4“ oder „4 von 5“
- e) „7 von 25“ oder „28 von 100“

Übung 3

Es soll herausgefunden werden, welche Farbmischung (aus blau und weiß) die hellere ist :

In einen Farbtopf A mit 750 cl Inhalt wurden 330 cl weiße Farbe gegossen, der Rest ist blau.
In einen Farbtopf B mit 600 cl Inhalt wurden 270 cl weiße Farbe gegossen, der Rest ist blau.

- a) Berechne den Anteil der weißen Farbe im Topf A.
- b) Berechne den Anteil der weißen Farbe im Topf B.
- c) Welcher Farbtopf enthält die hellere Farbmischung ? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 2 Angaben in Prozent

Objectif: activité à caractère tant mathématique que linguistique ; association d'un pourcentage à un nombre fractionnaire ou décimal.

Übung 1

Aufteilung der Schüler des « collège » :

Von 100 Schülern sind 24 in der « sixième »,
23 in der « cinquième »,
28 in der « quatrième »
und 26 in der « troisième ».



1) Die drei ersten Angaben sind richtig aber die vierte ist falsch.
Prüfe es nach und gib die richtige Anzahl der Schüler der « troisième » an.

2) Bilde drei Sätze nach dem folgenden Modell :

24 von 100 Schülern sind in der « sixième ».

Stattdessen schreibt man auch kürzer :

„24 % der Schüler sind in der « sixième »“. (lies : **24 Prozent**).

3) Schreibe ebenso die drei anderen statistischen Angaben als Prozentsätze auf.

Übung 2

Setze <, > oder = ein.

a) $\frac{2}{5}$ 40 %

b) $\frac{3}{25}$ 15 %

c) 35 % 0,35

d) 0,5 5 %

e) 99 % $\frac{1}{9}$

f) 3,3 % 0,33

Übung 3

Erfinde selbst „Vergleichsaufgaben“, wie in der vorigen Übung 2 und lass sie dann von deiner Lehrerin/deinem Lehrer kontrollieren.

Übung 4

Es heißt : „**Ein Kuchen enthält 9 % Zucker**“.

- 1) a) Welches ist die nicht ausgedrückte Einheit ? Gibt es mehrere Möglichkeiten ?
- b) Ergänze die folgenden Lücken : 100 Kuchen enthalten Zucker.

Formuliere ebenso :

- 2) In einem Haus wird 27 % der Fläche als Schlafzimmer benutzt.
- 3) Der Lohn der Angestellten wurde um 7 % erhöht.
- 4) Die Luft enthält 78 % Stickstoff.
- 5) 5% der Schüler sind krank.
- 6) Das Seewasser enthält 2,8 % Salz.

Aufgabe 3 Die Prozentangabe als Bruchteil oder als Dezimalzahl

Objectif : faire apparaître un pourcentage en tant qu'opérateur.

Übung 1

Ein Kuchen enthält 9 % Zucker. Wie viel Zucker enthalten 750 g Kuchen ?

☺ Hinweise für die Lösung

1) **Drücke die Angabe „9 % Zucker“ durch einen bedeutenden Satz aus. Dieser Satz führt dich zu einer proportionalen Zuordnung mit folgender Tabelle :**

Zucker (in g)		
Kuchen (in g)		

2) **Ergänze drei Felder dieser Tabelle mit den bekannten Angaben. Setze die unbekanntete Zahl x in das vierte Feld.**

3) **Schließe dann den Proportionalitätsfaktor daraus. Gib ihn als Bruchteil und als Dezimalzahl an.**

4) **Zum Schluss kannst du x berechnen und die Frage beantworten.**

Aus dieser Übung schließen wir, dass eine Prozentangabe als Bruchteil oder als Dezimalzahl in einer Rechnung vorkommt.

Übung 2

Ergänze diese Tabelle :

Prozentangabe	8 %	13 %	5,8 %				
Bruchteil	8/100			13/100	2,9/100		
Dezimalzahl	0,08					0,47	0,065

Aufgabe 4 Berechnung des Prozentwertes

Objectifs : préciser le sens des termes étudiés ; application d'un pourcentage.

Übung 1 Grundwert – Prozentsatz – Prozentwert

1) a) Unser « collègue » zählt 850 Schüler. Davon sind 24 % in der « cinquième ». Überprüfe, dass es 204 Schüler sind.

b) Lerne auswendig :



- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">- Die Ausgangsgröße (850 Schüler) nennt man den Grundwert (G)- Der Anteil am Grundwert (24 %) heißt Prozentsatz (k) :
k wird als Bruchteil oder als Dezimalzahl gegeben.- Die Größe des Bruchteils (204 Schüler) heißt Prozentwert (W). |
|---|

2) a) Bei einer Lieferung von 250 kg Obst waren 30% der Ware verdorben. Wie viele kg macht das ?

b) Bestimme dann den Grundwert G, den Prozentsatz k und den Prozentwert W.

Es gilt :

$$W = k \times G$$

Remarque.

k est noté p % en Allemagne (Si p % = 65 %, alors p = 65). D'où les résultats utilisés dans ce pays :

$$W = G \times \frac{p}{100}; G = W \times \frac{100}{p}; p \% = \frac{W}{G}.$$

Cette méthode aurait amené les élèves à travailler de deux façons différentes sur les pourcentages et les aurait éloignés de la notion de coefficient de proportionnalité.

Nous avons donc évité la notation p % et l'avons remplacée par un coefficient k.

Übung 2

1) Berechne :

- a) 45 % von 24 € ; 75 % von 72 € b) 1% von 360 kg ; 10 % von 70 kg
 c) 1 % von 23 dm ; 20 % von 85 cm d) 10 % von 5 h ; 30 % von 8 h
 e) 3 % von 58 m² ; 17 % von 3 ha (Antwort in m²) ; 100 % von 12 a 25 ca (Antwort in m²)

2) Bestimme jeweils den Grundwert G, den Prozentsatz k und den Prozentwert W.

Übung 3

Ergänze die folgende Tabelle :

Grundwert	400 €	56 €	700 €	81 €	248 €	500 €	2 600 €
Prozentangabe	1 %		12 %		25 %		18 %
Prozentsatz oder Proportionalitätsfaktor k		0,40		$\frac{5}{100}$		0,2	
Prozentwert							

Übung 4

Objectif : utilisation de la calculatrice

Berechne 37 % von 135 € mit Hilfe des Taschenrechners.

Mögliche Lösungswege



1. Schrittweise : 135 × 37 % =

2. Schrittweise : 135 × 0.37 =

3. Schrittweise : 135 × 37 ÷ 100 =

Warum sind die drei Anzeigen gleich ? Begründe deine Antwort.

Einstieg 2 Berechnung des Grundwertes

Aufgabe 1 Proportionale Zuordnung

Objectif : utilisation de la quatrième proportionnelle dans un calcul dont on connaît la valeur de l'application d'un pourcentage.



Übung 1

19 Schüler der « section bilingue de cinquième » haben bei einem internationalen mathematischen Wettbewerb eine Reise nach Berlin gewonnen. Unterwegs sagt einer der zwei Lehrer, die sie begleiten :

„Ihr macht zu viel Lärm ! Überlegt mal, dass nur 37,5 % der Plätze des Busses besetzt sind.“

Wie viele Fahrgäste kann der Bus insgesamt befördern ?

☺ Hinweise :

- 1) Wie viele Fahrgäste befördert der Bus ? Welche Prozentangabe bedeutet das ?
 - 2) Welche Prozentangabe entspricht der Gesamtanzahl der Plätze?
 - 3) Das Verhältnis zwischen der Anzahl der wirklichen Fahrgäste und der Gesamtanzahl der möglichen Fahrgäste ergibt eine proportionale Zuordnung.
- Die zugeordneten Werte werden in einer Tabelle angegeben.

Anzahl der wirklichen Fahrgäste	37,5	21
Gesamtanzahl der möglichen Fahrgäste	100	?

Übung 2

Herr Reistgern möchte eine Flugreise vom Flughafen „Mulhouse-Bâle“ nach Paris mit elf seiner Freunde unternehmen.

Der Ticketverkäufer sagt :

„Tut mir Leid, Herr Reistgern ! Es ist nicht möglich, denn für den vorgesehenen Flug sind schon 108 Plätze besetzt. Der Flug ist dann zu 80 % ausgebucht.“

Herr Reistgern antwortet :

„Ihre Berechnung ist vielleicht richtig, aber es bleiben trotzdem mindestens 12 Plätze für diesen Flug.“

Was meinst du dazu ?

Aufgabe 2 Rechnen in einem Schritt

Objectif : utilisation de la propriété « $W = k \times G$ »

Remarque :

La propriété « $W = k \times G$ » n'est pas formalisée en France mais cependant utilisée indirectement lorsqu'on applique un taux de pourcentage. Elle nous permet de trouver ici, conformément aux instructions, le nombre par lequel il faut diviser un nombre donné, pour obtenir un résultat donné et de désigner par une lettre le nombre inconnu.

Übung 1

Bei einer Verkehrskontrolle waren 10 Autofahrer nicht angeschnallt. Das waren 4 % der Autofahrer. Wie viele Autofahrer wurden kontrolliert ?

☺ Hinweise

1) Du weißt schon, dass für eine Prozentrechnung gilt :

$$\text{Prozentwert} = \text{Prozentsatz} \times \text{Grundwert} \quad (k \times G = W)$$

2) Durch welche Zahlen werden hier W und k jeweils ersetzt ?

3) Schreibe dann eine Gleichung mit der Variablen G in dein Heft und löse sie.

Übung 2

Remarque

L'objectif est d'amener les élèves à identifier les notions de **Grundwert**, **Prozentsatz** et **Prozentwert** dans un environnement concret.

Il sera préalablement nécessaire de préciser quelques notions bancaires :

Zinssatz → *taux*, **Kapital** → *capital*, **Jahreszins** → *intérêts annuels*.

Ein Kapital erbringt bei einem Zinssatz von 3 % einen Jahreszins von 156 €.

1) Bestimme zwei der folgenden Werte : Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz.

2) Schreibe dann eine Gleichung mit der dritten Variablen in dein Heft und löse sie.

3) Welches ist das Kapital ?

Einstieg 3 Berechnung des Prozentsatzes

Aufgabe 1 Proportionale Zuordnung

Objectif:

utilisation de la quatrième proportionnelle dans un calcul dont on recherche un pourcentage

Übung 1

Strasbourg :			
Freiburg :			
Besançon :			

Die Schüler der « cinquième B » haben zum Ende des Schuljahrs einen Ausflug nach Strasbourg, Freiburg oder Besançon gewählt.

1) Wie viele Schüler sind in dieser Klasse,

2) Welche Stadt ist gewählt worden ?

3) Wie viel Prozent aller Stimmen hat diese Stadt erhalten ?

☺ Hinweise

Wie in den vorigen Beispielen erhalten wir hier eine proportionale Zuordnung.

Die Anzahl der Stimmen für die Stadt, die die Schüler gewählt haben und die Gesamtanzahl der Schüler sind also zueinander proportional.

Die dritte Frage kannst du durch diese ersetzen :

“Hätte die Klasse 100 Schüler, wie viele würden für die Stadt Strasbourg stimmen ?”

Die folgende Tabelle zeigt das ganz klar :

Stimmen für die Stadt Strasbourg	13	x
Gesamtanzahl der Stimmen	25	100

Ergänze zuerst die obere Tabelle und berechne danach x. Zum Schluss kannst du noch diesen Text ergänzen :

Auf 100 Stimmen erhält die Stadt « » Stimmen.

Also erhielt die Stadt « » % der Stimmen.

Übung 2

Objectif: application de la méthode précédente

Lucas kauft ein Schülerlexikon und erhält dabei 7 % Rabatt, das heißt 1,54 €.

1) Wie viel kostete das Lexikon ursprünglich ?

2) Wie viel musste Luc eigentlich bezahlen ?

☺ **Hinweis**

Du kannst, wie in der vorigen Übung, eine Tabelle aufstellen :

Rabatt (in €)	7	1,54
ursprünglicher Preis (in €)	100
neuer Preis (in €)	93

Aufgabe 2 Rechnen in einem Schritt

Objectif: utilisation de la propriété « $W = k \times G$ »

Übung 1

Für ein Kapital von 12 500 € erhält man 562,50 € Jahreszins.

1) Wir werden wieder die drei Teile des Prozentbegriffs : Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert benutzen. Welche Zahlen sind hier gegeben ?

2) Schreibe dann eine Gleichung mit der dritten Variablen in dein Heft und löse sie.

3) Wie hoch ist der Zinssatz ?

Übung 2

13 der 25 Schüler der Klasse « cinquième B » lernen Deutsch.

Wie viel Prozent der Schüler dieser Klasse lernen nicht Deutsch ?



Aufgabe 3 Brüche mit 100 als Nenner

Objectif:

Trouver un nombre fractionnaire de dénominateur égal à cent pour déterminer un pourcentage.

Übung 1 Einführung

☺ **Hinweis : Lies die Lösung dieser Übung aufmerksam !**

11 der 25 Schüler der Klasse « cinquième B » lernen Deutsch. Wie viel Prozent der Schüler dieser Klasse lernen Deutsch ?

Der Anteil der Schüler, die Deutsch lernen, ist gleich $\frac{11}{25}$ der Gesamtzahl der Schüler.

Um den Prozentsatz zu berechnen, erweitern wir $\frac{11}{25}$ so, dass der Nenner gleich 100 wird.

$$\frac{11}{25} = \frac{11 \times 4}{25 \times 4} = \frac{44}{100} \quad \text{das heißt also : } 44 \% \text{ der Schüler der Klasse lernen Deutsch.}$$

Übung 2

Verfahre ebenso wie in der vorigen Einführung um den Prozentsatz p % zu bestimmen.

a) p % von 200 € sind gleich 70 €.

b) p % von 5 g sind gleich 2 g.

c) p % von 20 m sind gleich 12,5 m.

d) p % von 50 kg sind gleich 14,8 kg.

e) p % von 16 € sind gleich 2,4 € ($16 \times 6,25 = 100$).

f) p % von 125 g sind gleich 37 g ($125 \times 0,8 = 100$).

g) p % von 80 m sind gleich 58 m ($80 \times 1,25 = 100$).

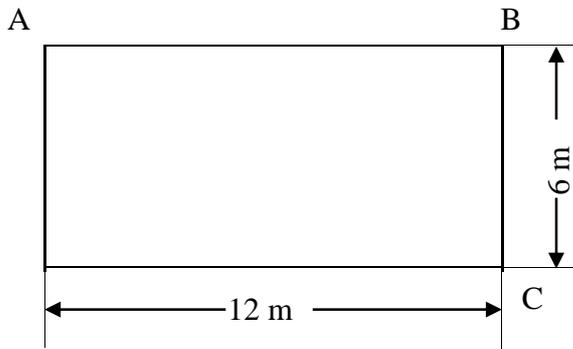
Einstieg 4 Maßstab

Objectif : notion d'échelle ; vocabulaire relatif à cette notion

Aufgabe 1 Der Begriff eines Maßstabes

Übung 1

Maßstab : 1 : 200



1) Die Zeichnung links hat den Maßstab **1 : 200** (lies : **eins zu zweihundert**).

Was das bedeutet, wird hier durch zwei gleichsinnige Sätze ausgedrückt. Die Teile dieser Sätze sind aber in einer falschen Anordnung gegeben. Du musst sie bearbeiten, bis sie wieder in richtiger Reihenfolge sind.

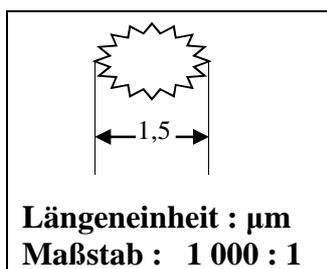
1. ist auf der Zeichnung
2. der wirklichen Länge.
3. der zweihunderste Teil
4. Die Länge der Strecke [AB]

1. ist in Wirklichkeit
2. wie auf der Zeichnung.
3. Die Länge der Strecke [AB]
4. zweihundert Mal so lang

- 2) a) Miss die Längen der Strecken [AB] und [BC] auf der Zeichnung.
b) Wandle die angegebenen Zeichnungslängen in cm um.
c) Überprüfe die Behauptungen der ersten Frage durch zwei verschiedene Verfahren.

Übung 2

Objectif : échelle d'agrandissement



1) **Erinnere dich !**

« **µm** » ist die internationale Abkürzung für den **Mikrometer**.

$$1 \text{ m} = 1\,000\,000 \text{ µm}$$

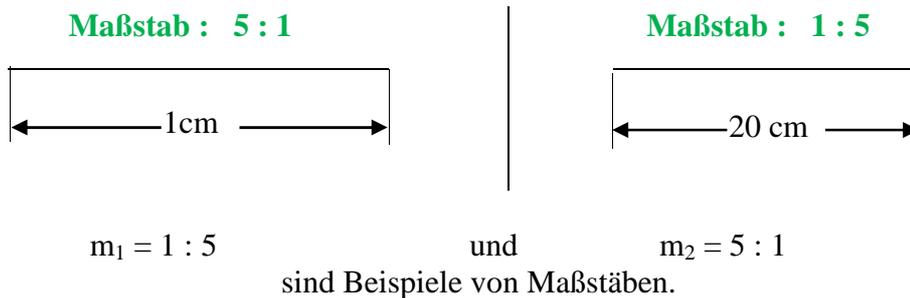
Wandle in µm um :

- a) 0,001 m b) 5 mm c) 0,23 mm d) 4,56 dam

- 2) Was bedeutet : **“Maßstab : 1 000 : 1”** ?
- 3) a) Miss die Länge des dargestellten Krankheitserregers (die Mikrobe) auf dem Bild.
b) Wandle die gemessene Länge der Zeichnung in µm um.
- 4) Überprüfe dann den angegebenen Maßstab mit Hilfe der wirklichen Länge und der Länge der Zeichnung, beide in Mikrometer ausgedrückt.

Übung 3

Objectif: assimilation des différentes tournures de phrases utilisées



- 1) Welcher dieser Maßstäbe ist ein **Verkleinerungs**maßstab ?
Welcher ein **Vergößerungs**maßstab ?
- 2) Welcher dieser Maßstäbe entspricht jeweils den folgenden Sätzen ?
 - a) Die Strecke auf dem Bild ist 5 Mal kleiner als die Strecke in Wirklichkeit.
 - b) Der Plan gibt die wirklichen Längen 5 Mal vergrößert an.
 - c) Die Strecke ist in Wirklichkeit 5 Mal so lang wie die Strecke auf dem Zeichenblatt.
 - d) 1 cm auf dem Plan entspricht 5 cm in Wirklichkeit.
 - e) Der Plan gibt die wirklichen Längen 5 Mal verkleinert an.
 - f) 5 cm auf dem Plan entsprechen 1 cm in Wirklichkeit.
 - g) Die Strecke ist in Wirklichkeit 5 Mal kleiner als die Strecke auf dem Zeichenblatt.

Aufgabe 2 Mit Maßstäben arbeiten

Übung 1

Objectif: calcul de la longueur sur un plan connaissant l'échelle et la longueur réelle

Zwei Punkte A und B des Schulhofs sind 150 m voneinander entfernt.

- 1) Ihre Entfernung (in cm) auf einem Plan im Maßstab 1 : 500 und ihre wirkliche Entfernung (in cm) bestimmen eine proportionale Zuordnung.
- 2) Ergänze dann die folgende Tabelle. Wandle aber zuerst 150 m in cm um !

Länge auf der Zeichnung (in cm)	1	x
Länge in Wirklichkeit (in cm)

Bestimme den Proportionalitätsfaktor !

- 3) Berechne x und gib dann die Entfernung der Punkte A und B auf dem Plan an.

Übung 2

Objectif: calcul de la longueur réelle connaissant l'échelle d'un plan et la longueur sur le plan

Eine Wanderkarte ist im Maßstab 1 : 25 000 gezeichnet. Ein Wanderweg ist auf dieser Karte 18 cm lang. Wie lang ist der Weg in Wirklichkeit ?

☺ Hinweise

(1) Übertrage zuerst die folgenden Sätze in dein Heft und ergänze sie :

- Die wirklichen Längen sind Mal größer als die Längen auf der Karte.
- 1 cm auf der Karte entspricht cm in der Natur.
- 1 cm auf der Karte entspricht km in der Natur, weil cm = km.

(2) Stelle dann eine ähnliche Tabelle auf und ergänze sie !

Länge auf dem Plan (in cm)	1
Länge in Wirklichkeit (in km)

(3) Vergiss die Antwort auf die gestellte Frage nicht !

Übung 3 Wahl eines Maßstabs

1) Ergänze die folgende Tabelle

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Maßstab	1 : 25 000	1 : 24	1 : 500 000	1 : 100	700 : 1	1 : 200 000	5 : 1
Länge auf der Karte	1 cm	1 cm	1 cm	1 cm	1 cm	1 cm	1 mm
Länge in Wirklichkeit	... km	... m	... km	... m	... cm	... km	... mm

2) Welchen dieser Maßstäbe wird man jeweils benutzen, wenn man :

- a) ein Wohnzimmer mit Möbeln ausstattet ?
- b) von Mulhouse bis Besançon reist ?
- c) in den Vogesen wandert ?
- d) von Hamburg bis Milano auf der Autobahn fährt ?
- e) mehrere Einzelheiten einer Fliege erkennen will ?
- f) eine Bakterie betrachten will ?
- g) das Modell eines Autos konstruieren will ?



Aufgabe 3 **Bestimmung eines Maßstabes**

Übung 1

Objectif: une méthode de détermination d'une échelle de réduction

24 cm auf einer Landkarte entsprechen 12 km in der Natur. Um den Maßstab dieser Karte bestimmen zu können, muss man zuerst die folgenden Fragen beantworten.

Fragen	Antworten
1) Ist der Maßstab ein Verkleinerungsmaßstab oder ein Vergrößerungsmaßstab ?	
2) Welche Länge hat die Strecke : - in der Natur ? - auf dem Bild ?	
3) Welche Längeneinheiten werden verwendet ?	
4) Welche Umwandlung ist notwendig ?	
5) Welchen Quotienten muss ich berechnen ?	

Zum Schluss kannst du jetzt antworten : der Maßstab der Landkarte ist $\frac{1}{\dots\dots\dots}$

Übung 2

Objectif une méthode de détermination d'une échelle d'agrandissement

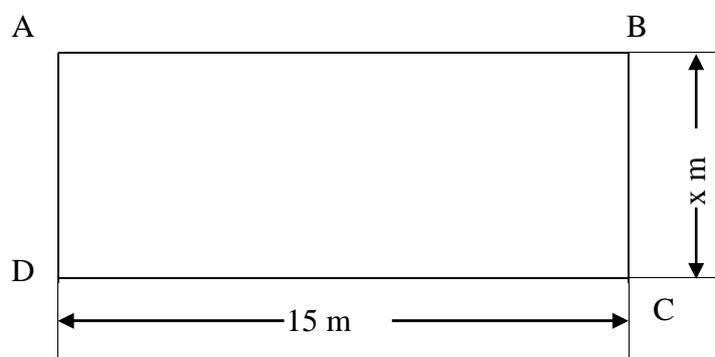
Eine Fliege, die in Wirklichkeit 8 mm misst, wird durch ein 4 cm langes Bild repräsentiert.

- 1) Ist der Maßstab ein Verkleinerungsmaßstab oder ein Vergrößerungsmaßstab ?
- 2) Wandle 4 cm in mm um.
- 3) Bilde einen Satz mit dem Ausdruck " ist Mal größer als "
- 4) Welchen Maßstab hat die Zeichnung ?

☺ **Hinweis :**

Um den Maßstab der Zeichnung zu bestimmen, kannst du auch das Verfahren der vorigen Übung verwenden.

Übung 3



1) Welches sind die Seitenlängen des Rechtecks ABCD auf der Zeichnung ?

Man kann die Breite x dieses Rechtecks auf zwei verschiedene Weisen bestimmen.

2) Wir haben schon gesehen, dass die Längen auf einem Plan und die wirklichen Längen eine proportionale Zuordnung bestimmen.

Um x zu berechnen, brauchst du dann nur diese Tabelle zu verwenden :

Länge auf der Zeichnung (in cm)	x
Länge in Wirklichkeit (in m)

☺ **Hinweis :**

Du kannst hier feststellen, dass wir den Maßstab der Zeichnung nicht gebraucht haben.

- 3) a) Bestimme den Maßstab der Zeichnung.
b) Schließe daraus die Breite x des Rechtecks.

Übung 4

Zwei Punkte A und B besitzen in Wirklichkeit eine Entfernung von 13,25 km. Welchen Maßstab hat eine Karte, auf der die Strecke [AB] 26,5 cm lang ist ?

Erinnere dich ...



1. Anteile vergleichen

☺ Beispiel :

Es soll herausgefunden werden, welche Farbmischung (aus blau und weiß) die hellere ist :

In einen Farbtopf A mit 750 cl Inhalt wurden 330 cl weiße Farbe gegossen, der Rest ist blau.
In einen Farbtopf B mit 600 cl Inhalt wurden 270 cl weiße Farbe gegossen, der Rest ist blau.

Der Anteil der weißen Farbe im Topf A ist : $\frac{330}{750} = 0,44$.

Der Anteil der weißen Farbe im Topf B ist: $\frac{270}{600} = 0,45$.

Der Farbtopf B enthält die hellere Farbmischung, denn in diesem Topf ist der Anteil der weißen Farbe am größten.

2. Prozentberechnung

a) Der Prozentbegriff

“45 % der Schüler lernen Deutsch “
bedeutet :
“Von 100 Schülern lernen 45 Deutsch “

☺ Bemerkung : 45 % ist eine Prozentangabe.

b) Grundwert – Prozentsatz – Prozentwert

☺ Beispiel :

- Ein französisches « Collège » hat 560 Schüler.
- 45 % der Schüler lernen Deutsch.

- 252 Schüler dieses « Collège » lernen Deutsch, denn $560 \times \frac{45}{100} = 252$.

Grundwert G = 560 (Gesamtzahl der Schüler)

Prozentsatz k = $\frac{45}{100} = 0,45$ (die Prozentangabe 45 % wird auch als Zahl ausgedrückt)

Prozentwert W = 252 (Größe des Bruchteils)

Die drei Grundaufgaben der Prozentrechnung sind hier angegeben mit Anwendung proportionaler Zuordnungen :

Berechnung des Prozentwertes W

Anzahl der Schüler	560	100
Anzahl der Schüler, die Deutsch lernen	x	45

$$x = \frac{560 \times 45}{100} = 252$$

252 Schüler lernen Deutsch.

Berechnung des Grundwertes G

Anzahl der Schüler	x	100
Anzahl der Schüler, die Deutsch lernen	252	45

$$x = \frac{252 \times 100}{45} = 560$$

Die Gesamtzahl der Schüler ist 560.

Berechnung des Prozentsatzes k

Anzahl der Schüler	560	100
Anzahl der Schüler, die Deutsch lernen	252	x

$$x = \frac{252 \times 100}{560} = 45$$

45 % der Schüler lernen Deutsch.

3. Maßstab

a) Beispiel

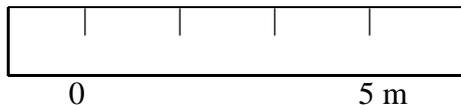
$$1 : 1000 = \frac{1}{1000}$$

Länge auf einem Bild in einer bestimmten Einheit

Länge in Wirklichkeit in der gleichen Einheit

b) Bestimmung eines Maßstabes.

Beispiel.



Um den Maßstab eines Bildes (Landkarte, Plan, usw...) zu bestimmen, muss ich zuerst die folgenden Fragen beantworten.

Fragen	Antworten (gegebenes Beispiel)
1) Ist der Maßstab ein Verkleinerungsmaßstab (Beispiele : 1/100 ; 1/25 000) oder ein Vergrößerungsmaßstab (Beispiele : 5 : 1 ; 600 : 1) ?	Das Bild verkleinert die wirklichen Längen. Es handelt sich um einen Verkleinerungsmaßstab.
2) Welche Länge hat es : - in Wirklichkeit ? - auf dem Bild ?	- wirkliche Länge : 5 m - Länge auf dem Bild : 4 cm
3) Welche Längeneinheiten werden verwendet ?	Die benutzten Einheiten sind der Meter und der Zentimeter.
4) Welche Umwandlung ist notwendig ?	Umwandlung : 5 m = 500 cm
5) Welchen Quotienten muss ich berechnen ?	Berechnung : 4 cm → 500 cm 1 cm → 500/ 4 =125

Antwort : Der Maßstab dieses Bildes ist $\frac{1}{125}$

Übungen zur Festigung und zum Weiterarbeiten

1. Prozentrechnung

Prozentangabe und Promilleangabe

1.1 Erläutere folgende Aussagen, indem du die ursprüngliche Bedeutung des Wortes "Prozent" verwendest. Gib auch, wenn es notwendig ist, geeignete Einheiten an.

- a) Der Lohn der Arbeiter wurde um 1,5 % erhöht.
- b) Die Preise wurden im Sommerschlussverkauf um 25 % herabgesetzt.
- c) Bei einer Lieferung Obst waren 12 % der Ware verdorben.
- d) In einer Schule sind 54 % der Schüler Mädchen.

1.2 1) Gib zu jeder Prozentangabe den zugehörigen Bruchteil mit dem Nenner 100 an :

- a) 10 % b) 45 % c) 56,4 % d) 5 % e) 0,4 % f) 98 %

2) In der **Promillerechnung** verwendet man **Bruchteile mit dem Nenner 1000** und das Zeichen « ‰ ». Zu der Angabe 4 ‰ gehört der Bruchteil $\frac{4}{1000}$ und die Zahl 0,004.

Gib dann zu jeder Promilleangabe den zugehörigen Bruchteil mit dem Nenner 1 000 an :

- a) 14 ‰ b) 2 ‰ c) 45 ‰ d) 17 ‰ e) 0,4 ‰ f) 48 ‰

1.3 Gib die fehlenden Zahlen in der richtigen Schreibweise an.

Prozentangabe	17 %			56 %			69 %				97 %	
zugehöriger Bruch		$\frac{37}{100}$			$\frac{5,7}{100}$			$\frac{9}{100}$			$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{10}$
zugehörige Dezimalzahl			0,34			0,05			0,012			

Berechnung des Prozentwertes

1.4 In einer Schule sind 5 % der 540 Schüler grippekrank. Der wievielte Teil der Schülerzahl ist dies ? Wie viele Schüler sind krank ?

1.5 Eine Strecke [AB] ist 9 cm lang. Zeichne sie in dein Heft und verlängere sie um :

- a) 10 %, b) 20 %, c) 50 %, d) 100 % ihrer Länge !

1.6 Eine Strecke [CD] ist 8 cm lang. Zeichne sie in dein Heft und verkürze sie um :

- a) 10 % b) 20 % c) 50 % d) 75 % ihrer Länge !

1.7 Berechne ! Runde auf Eurocent auf !

- a) 5 % von 450 € b) 56 % von 587 € c) 54 ‰ von 874€
- d) 18 % von 325 € e) 1,6 % von 28,52 € f) 17 ‰ von 96,50 €
- g) 10 % von 139,70 € h) 17 % von 270,50 € i) 12,5 ‰ von 2 984 €

1.8 Ergänze die folgende Tabelle :

Grundwert	800 €	650 €	25 €	280 €	65 000 €	2 450 €	470 €
Prozentangabe	1 %		7 %	50 %	17 %		
Prozentsatz als Dezimalzahl		0,08				0,27	0,045
Prozentwert							

Berechnung des Grundwertes

1.9 In einer Klasse sind 25 % der Schüler Mädchen. Wie viele Schüler sind in dieser Klasse, wenn sie 7 Mädchen zählt ?

1.10 Bei einem Gewitter fielen 72 mm Regen, das sind 10 % des Jahresmittelwerts. Wie hoch ist dieser ?

1.11 Auf eine Geschirrspülmaschine, die auf Raten gekauft wurde, wurde eine Anzahlung von 126 € geleistet. Das sind 15 % des Preises. Wie hoch ist dieser ?

1.12 In Brigittes Klasse kommen 20 % der Schüler barfuß. Das sind 12 Schüler. Wie viele Schüler sind in dieser Klasse ?

1.13 In einer Klasse sind 15 Mädchen. Die Jungen sind 40 % aller Schüler der Klasse. Wie viele Schüler hat diese Klasse ?

1.14 Meerwasser hat einen Salzgehalt von 3,5 %.

1) Was heißt dieser Satz ? Verwende das "Gramm" als Einheit für die Antwort.

2) In Frankreich wird an manchen Orten durch Verdunsten Salz aus Meerwasser gewonnen. Aus wie viel kg Meerwasser enthält man 1 kg Salz ?

1.15 15 % der Mitglieder eines Sportvereins spielen Fußball. Das sind 57 Jungen. Wie viele Mitglieder hat dieser Verein ?

1.16 In einem Flugzeug sind 117 Plätze besetzt. Das sind 65 % aller Plätze. Wie viele Plätze hat dieses Flugzeug ?

1.17 Maria hat für ihr Sparkonto 112,50 € Jahreszinsen bekommen.

Der Zinssatz beträgt 4,5 %. Welches war das ursprüngliche Kapital auf ihrem Sparbuch ?

1.18 Frau Krösus hat bei ihrer Sparkasse ein Vermögen zu 6 % angelegt. Nach einem Jahr hebt sie ihr Geld ab und erhält dabei 51 000 € Jahreszinsen.

1) Welches war das ursprüngliche Vermögen ?

2) Wie viel Euro hat sie insgesamt abgehoben ?

Berechnung des Prozentsatzes (Promillesatzes)

1.19 Wie viel Prozent von

a) 250 g sind 12,5 g ?

b) 6 500 € sind 2 925 € ?

c) 546 m sind 60,06 m ?

d) 750 L sind 225 dL ? (Achte auf eine Umwandlung !)

e) 145 m² sind 24,65 m² ?

f) 5 m² sind 10 dm² ? (Achte auf eine Umwandlung !)

g) 900 L sind 13,5 L ?

h) 80 dm³ sind 5 600 cm³ ? (Achte auf eine Umwandlung !)

1.20

1) Ich verlängere eine Strecke [AB] von 6 cm Länge um 1,5 cm und erhalte dabei eine Strecke [AC].

a) Zeichne die Strecken [AB] und [AC] auf derselben Geraden (g₁).

b) Um wie viel Prozent der Länge habe ich die Strecke verlängert ?

2) Ich kürze eine Strecke [CD] von 12 cm Länge um 48 mm und erhalte dabei eine Strecke [CE].

a) Zeichne die Strecken [CD] und [CE] auf derselben Geraden (g_2).

b) Um wie viel Prozent ihrer ursprünglichen Länge habe ich sie gekürzt ?

1.21 Von den 30 Schülern der Klasse « 5^{ème} C » waren 12 krank. Wie viel Prozent der Schüler sind das ?

1.22 Der Stundenlohn eines Mitarbeiters von 8 € wurde um 0,20 € erhöht.

1) Wie viel Prozent des ursprünglichen Lohnes beträgt die Erhöhung ?

2) Wie hoch ist jetzt der Stundenlohn des Arbeiters ?

3) Er arbeitet 35 Stunden pro Woche.

a) Wie viel hat er vor der Erhöhung wöchentlich verdient ?

b) Wie viel verdient er jetzt ?

1.23 In 3 kg Wasser sind 200 g Zucker enthalten. Wie viel Promille (‰) ist der Zuckergehalt ?

1.24 Eine Lieferung wiegt brutto 58 kg und netto 60,32 kg.

1) Welches Gewicht hat die Tara ?

2) Wie viel Prozent des Bruttogewichts macht die Tara aus ?



1.25 Eine Lieferung wiegt netto 245 kg. Die Tara ist 19,6 kg.

1) Welches ist das Bruttogewicht ?

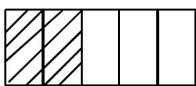
2) Wie viel Prozent des Bruttogewichts macht die Tara aus ?

1.26 Ergänze die folgende Tabelle durch Kopfrechnung !

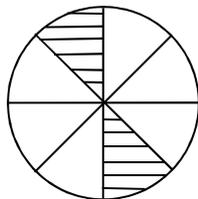
Grundwert	50 g	300 €	235 m	200 m ²	40 m ³	10 L
Prozentwert	5 g	60 €	2,35 m	30 m ²	12 m ³	0,64 L
Prozentsatz als Bruch mit dem Nenner 100	$\frac{\dots}{100}$	$\frac{\dots}{100}$	$\frac{\dots}{100}$	$\frac{\dots}{100}$	$\frac{\dots}{100}$	$\frac{\dots}{100}$
Prozentangabe % % % % % %

1.27 Wie viel Prozent der Fläche sind bei den folgenden Figuren jeweils schraffiert ? Runde auf Einer auf.

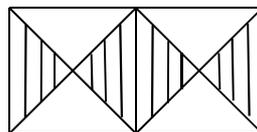
(1)



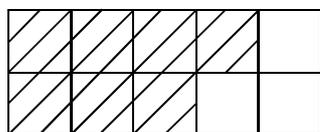
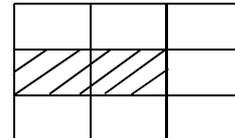
(2)



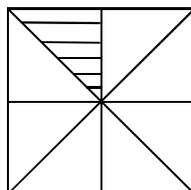
(3)



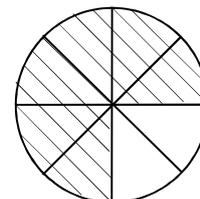
(4)



(5)



(6)



(7)

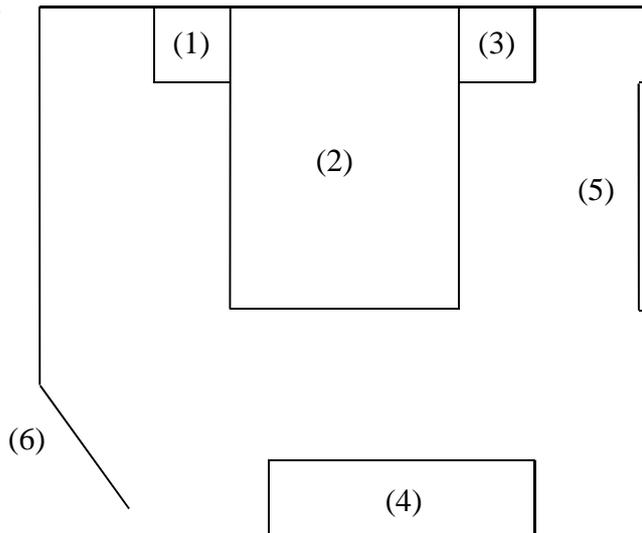
1.28 Auf einem Sparbuch waren am Jahresanfang 2 300 €. Am Jahresende wurden 69 € Zinsen dazu gebucht. Wie hoch ist der Zinssatz ?

1.29 Welches ist der Zinssatz, wenn für 580 € Spareinlage nach einem Jahr 23,20 € Zinsen gutgeschrieben werden ?

2. Maßstab.

Verwendung eines Maßstabes

2.1



Dieser Plan eines Elternschlafzimmers wurde im Maßstab 1 : 50 gezeichnet.

1) Was repräsentieren jeweils die Flächen (1), (2), (3) und (4) ?

2) Wie lang ist 1 cm auf dem Plan in Wirklichkeit ?

3) Wie lang ist 1 m in Wirklichkeit auf dem Plan ?

3) Bestimme die Seitenlängen des Zimmers, des Bettes, der Nachttische und des Schanks im Plan und in Wirklichkeit.

4) Berechne den Flächeninhalt des Zimmers.

5) Was könnten die Zeichen (5) und (6) repräsentieren ? Gib geeignete Maße für die beiden Gegenstände an.

2.2 Eine Wanderkarte des « Club Vosgien » wurde im Maßstab 1 : 25 000 gezeichnet.

1) Wie groß ist 1 cm auf dem Plan in Wirklichkeit ?

2) Wie groß ist 1 km in Wirklichkeit auf dem Plan ?

3) a) Ein Wanderweg ist auf der Landkarte 16 cm lang.

Wie lang ist der Weg in Wirklichkeit ?

b) Ein anderer Weg ist 7 km lang. Wie lang ist dieser Weg auf der Karte ?

2.3 Wie lang ist in Wirklichkeit eine Strecke, wenn sie auf einer Karte im Maßstab 1 : 50 000 eine Länge von : a) 1 cm b) 8 cm c) 2 dm besitzt ?

2.4 Wie viele cm misst auf einem Plan im Maßstab 1 : 200 eine Strecke, die in Wirklichkeit : a) 2 m b) 13 m c) 0,5 dam d) 0,0056 km lang ist ?

- 2.5**
- | |
|---|
| a. die Entfernung Mulhouse-Strasbourg |
| b. eine Wanderung in den Vogesen |
| c. die Entfernung Paris-Berlin |
| d. die Entfernung Chicago-New Dehli |
| e. der Durchmesser eines Blutkörperchen |
| f. eine Fliege |
| g. ein Uhrwerk |
| h. der Plan eines Hauses |

- | |
|--------------------|
| (1) 2 : 1 |
| (2) 1 : 12 500 000 |
| (3) 1 : 200 000 |
| (4) 1 : 200 |
| (5) 5 : 1 |
| (6) 1 : 50 000 |
| (7) 1000 : 1 |
| (8) 1 : 500 000 |

Wähle den passenden Maßstab für jede Darstellung einer Entfernung, eines Gegenstandes oder eines Tieres.

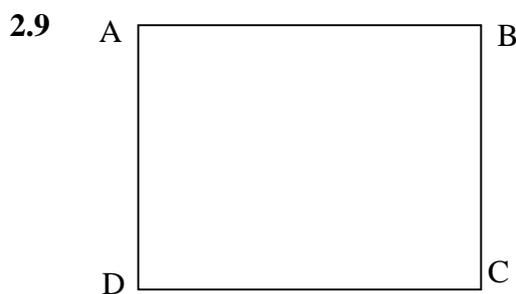
2.6 Auf einer Zeichnung im Maßstab 8 : 1 beträgt der Durchmesser eines Uhrwerks 3,2 cm. Welches ist der Durchmesser des Uhrwerks in Wirklichkeit ?

2.7 Ein Blutkörperchen wird als Kreisfläche mit dem Durchmesser 7 μm (sieben Mikrometer) betrachtet. Mit welchem Durchmesser wird es auf einer Abbildung im Maßstab 1 000 : 1 dargestellt ?

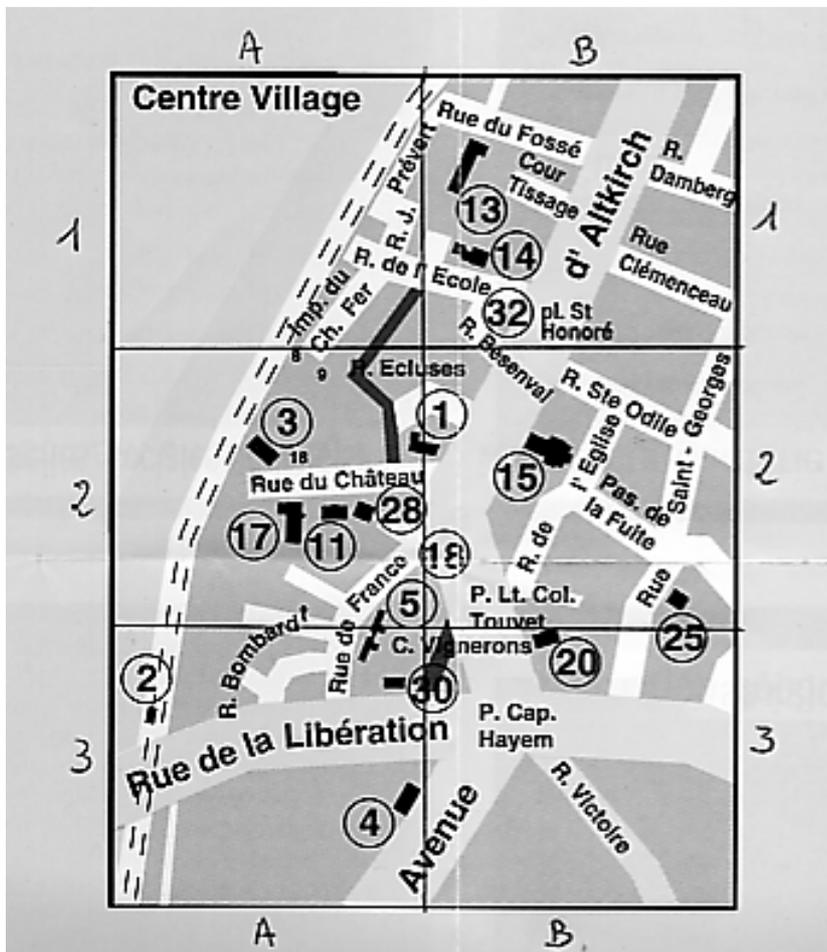
Berechnung des Maßstabes

2.8 Ergänze.

Entfernung auf der Karte	1 mm	1 cm	1 mm	1 cm	4 cm	2,1 cm
wirkliche Entfernung	10 m	0,6 km	25 m	30 km	25 μm	4,20 m
Maßstab	... : : : : : : ...



- 1) Das dargestellte Rechteck ABCD ist in Wirklichkeit 10,50 m breit. Wie breit und wie lang ist es auf der Zeichnung ?
- 2) Berechne die wirkliche Länge des Rechtecks ohne den Maßstab zu bestimmen.
- 3) Bestimme jetzt den Maßstab der Zeichnung und überprüfe dann die wirkliche Länge des Rechtecks.



2.10

Der kürzeste Weg von dem Ort « Place du capitaine Hayem » bis zu der Kreuzung der « rue Saint Georges » und der « rue Sainte Odile » ist in Wirklichkeit 450 m lang. Welchen der folgenden Maßstäbe musst du hier wählen ? Begründe deine Antwort.

- a) 1 : 1 000
- b) 10 000 : 1
- c) 1 : 10 000
- d) 1 : 100 000

☺ Hinweis :

Bestimme die Länge des Weges auf der Karte in cm und berechne einen Maßstab.