

PISA 2012 ITEMS LIBÉRÉS MATHÉMATIQUES



Décembre 2013

Préface :

Ce document contient les exercices (items) PISA de culture mathématique passés par la France en 2012 et rendus publics en décembre 2013.

Tous les autres items PISA passés par les élèves français en 2012 sont confidentiels et ne peuvent pas être diffusés.

Les items sont présentés dans ce document dans leur version française telle que l'ont vue les élèves de l'échantillon français lors de la passation du test en mai 2012.

En supplément, ce document présente les consignes de correction pour chaque question. Ces consignes standardisées permettent de rendre plus explicite au lecteur ce qui est attendu de l'item.

Tous les droits sur les exercices PISA sont détenus par l'OCDE. Tout renseignement sur l'utilisation de ces exercices doit être obtenu du secrétariat PISA de l'OCDE :

edu.pisa@oecd.org

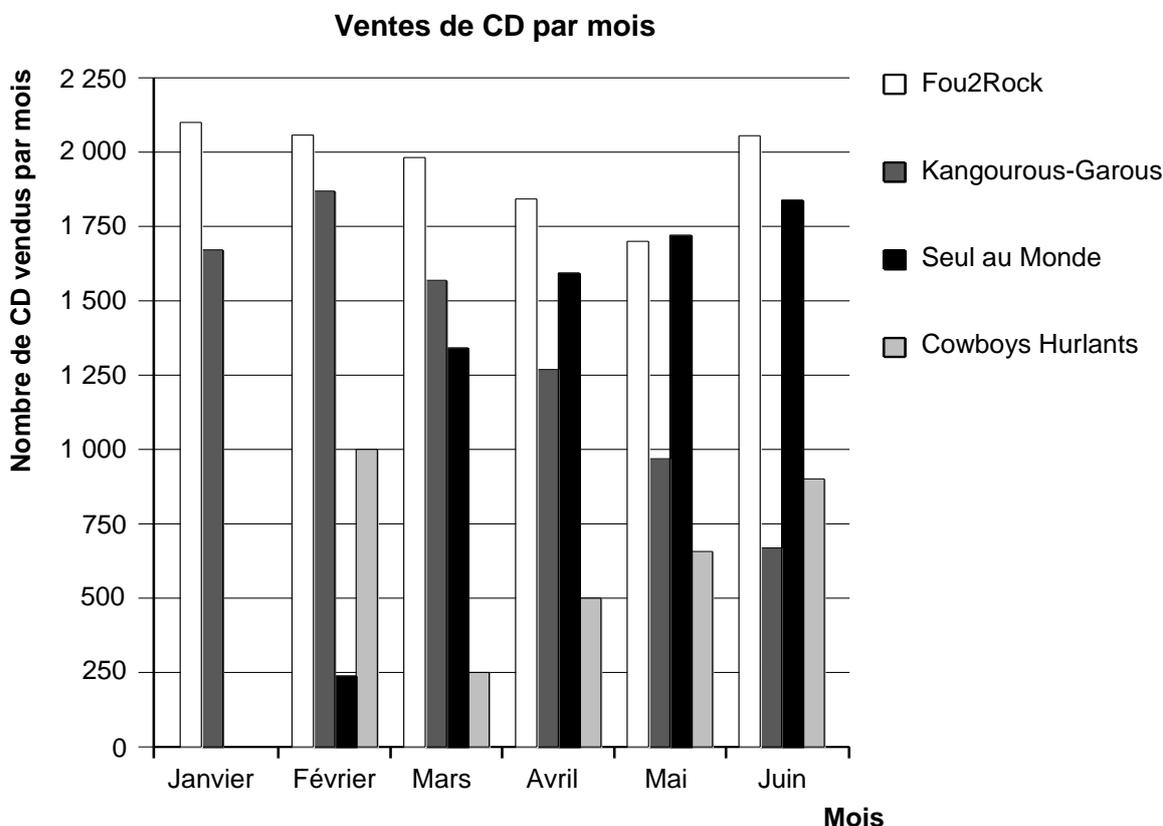
En fin de document sont détaillées les statistiques de ces items pour les élèves de France et plus globalement ceux de l'OCDE en 2012. Les données présentées sont les pourcentages de réussite et les pourcentages de non-réponse pour chaque item, ainsi que le groupe de difficulté de l'item (sur une échelle de 0 à 6).

Toutes les données relatives au test PISA 2012 sont accessibles en ligne :

<http://pisa2012.acer.edu.au/>

HIT-PARADE

En janvier, les groupes *Fou2Rock* et *Kangourous-Garous* ont chacun sorti un nouveau CD. En février, c'était au tour des groupes *Seul au Monde* et *Cowboys Hurlants* de sortir chacun leur CD. Le diagramme suivant montre les ventes de ces CD de janvier à juin.



Question 1 : HIT-PARADE

Combien de CD le groupe *Cowboys Hurlants* a-t-il vendus en avril ?

- A 250
- B 500
- C 1 000
- D 1 270

HIT-PARADE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

OBJECTIF DE LA QUESTION :

- Description : Lire un diagramme en bâtons
- Domaine mathématique : Incertitude et données
- Contexte : Sociétal
- Processus : Interpréter

Crédit complet

Code 1 : B 500

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 2 : HIT-PARADE

Au cours de quel mois le groupe *Seul au Monde* a-t-il vendu, pour la première fois, plus de CD que le groupe *Kangourous-Garous* ?

- A Aucun mois
- B Mars
- C Avril
- D Mai

HIT-PARADE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Lire un diagramme en bâtons et comparer la hauteur de deux bâtons

Domaine mathématique : Incertitude et données

Contexte : Sociétal

Processus : Interpréter

Crédit complet

Code 1 : C Avril

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 3 : HIT-PARADE

Le producteur des *Kangourous-Garous* s'inquiète car le nombre de CD qu'ils ont vendus a diminué de février à juin.

À combien peut-on estimer leurs ventes du mois de juillet si cette tendance à la baisse continue ?

- A 70 CD
- B 370 CD
- C 670 CD
- D 1 340 CD

HIT-PARADE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 3

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Interpréter un diagramme en bâtons et estimer le nombre de CD qui seront vendus dans le futur en admettant que la tendance linéaire persiste

Domaine mathématique : Incertitude et données

Contexte : Sociétal

Processus : Employer

Crédit complet

Code 1 : B 370 CD

Pas de crédit

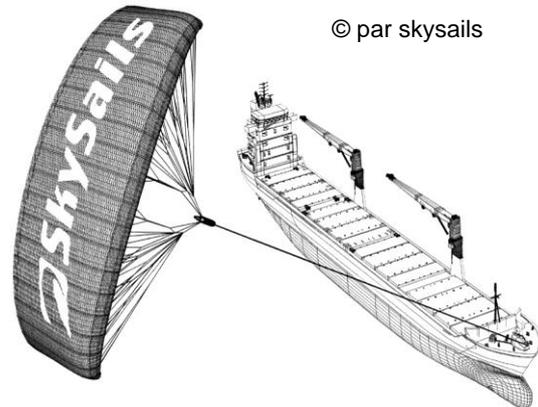
Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

CARGO À VOILE

Quatre-vingt-quinze pour cent du commerce mondial s'effectue par voie maritime, par environ 50 000 bateaux-citernes, vraquiers et porte-conteneurs. La plupart de ces cargos fonctionnent au diesel.

Des ingénieurs ont l'intention de mettre au point un système utilisant la puissance du vent pour assister les cargos. Ils proposent de fixer un cerf-volant servant de voile sur les cargos et ainsi d'utiliser la puissance du vent pour diminuer la consommation de diesel ainsi que l'impact de ce carburant sur l'environnement.



Question 1 : CARGO À VOILE

Les cerfs-volants ont l'avantage de voler à une hauteur de 150 m. Là-haut, la vitesse du vent est approximativement de 25 % supérieure à celle au niveau du pont du cargo.

Quelle est la vitesse approximative à laquelle le vent souffle dans le cerf-volant lorsque la vitesse du vent est de 24 km/h sur le pont du cargo ?

- A 6 km/h
- B 18 km/h
- C 25 km/h
- D 30 km/h
- E 49 km/h

CARGO À VOILE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Calculer un pourcentage dans une situation de la vie réelle

Domaine mathématique : Quantité

Contexte : Scientifique

Processus : Employer

Crédit complet

Code 1 : D 30 km/h

Pas de crédit

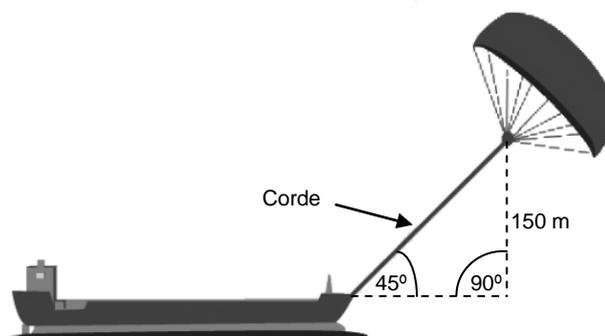
Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 2 : CARGO À VOILE

Quelle doit être approximativement la longueur de la corde du cerf-volant pour pouvoir tirer le cargo à un angle de 45° depuis une hauteur verticale de 150 m, comme indiqué sur le schéma ci-contre ?

- A 173 m
- B 212 m
- C 285 m
- D 300 m



Remarque : Le schéma n'est pas à l'échelle.
© par skysails

CARGO À VOILE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Utiliser le théorème de Pythagore en l'appliquant à un contexte géométrique authentique

Domaine mathématique : Espace et formes

Contexte : Scientifique

Processus : Employer

Crédit complet

Code 1 : B 212 m

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

Question 3 : CARGO À VOILE

En raison du prix élevé du diesel (0,42 zed par litre), les propriétaires du cargo *Nouvelle Vague* envisagent de l'équiper d'un cerf-volant.

On estime qu'un cerf-volant de ce type permettrait de réduire globalement la consommation de diesel d'environ 20 %.

Nom : <i>Nouvelle Vague</i>	
Type : cargo	
Longueur : 117 mètres	
Largeur : 18 mètres	
Charge utile : 12 000 tonnes	
Vitesse maximale : 19 nœuds	
Consommation de diesel par an sans cerf-volant : approximativement 3 500 000 litres	

Équiper le *Nouvelle Vague* d'un cerf-volant coûte 2 500 000 zeds.

Au bout de combien d'années environ, les économies de diesel auront-elles couvert le coût du cerf-volant ? Justifiez votre réponse à l'aide de calculs.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nombre d'années :

CARGOS À VOILE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 3

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Résoudre une situation de la vie réelle impliquant une économie de coûts et une consommation de diesel

Domaine mathématique : Variations et relations

Contexte : Scientifique

Processus : Formuler

Crédit complet

Code 1 : Réponses allant de 8 à 9 ans, fournies avec des calculs (mathématiques) corrects.
Consommation de diesel par an sans cerf-volant : 3,5 millions de litres, au prix de 0,42 zed/litre, coûte en diesel sans cerf-volant : 1 470 000 zeds. Si l'on réalise 20 % d'économies d'énergie avec le cerf-volant, ceci revient à une économie de $1\,470\,000 \text{ zeds} \times 0,2 = 294\,000 \text{ zeds}$ par an. Donc $2\,500\,000 \div 294\,000 \approx 8,5$: le cerf-volant devient donc (financièrement) rentable après environ 8 à 9 ans.

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

DÉBIT D'UNE PERFUSION

Les perfusions servent à administrer des liquides et des médicaments aux patients.



Les infirmières doivent calculer le débit D d'une perfusion en gouttes par minute.

Elles utilisent la formule $D = \frac{f \times V}{60 \times n}$ où

f est le facteur d'écoulement en gouttes par millilitre (mL)

V est le volume (en mL) de la perfusion

n est le nombre d'heures que doit durer la perfusion.

Question 1 : DÉBIT D'UNE PERFUSION

Une infirmière veut doubler la durée d'une perfusion.

Décrivez avec précision la façon dont D change si n est **doublé** et si f et V ne changent pas.

.....

.....

.....

DÉBIT D'UNE PERFUSION : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Expliquer quel est l'effet produit sur la valeur du résultat, lorsqu'on double une variable dans une formule, sachant que toutes les autres variables restent constantes

Domaine mathématique : Variations et relations

Contexte : Professionnel

Processus : Employer

Crédit complet

Code 2 : L'explication décrit à la fois le sens de l'effet et son amplitude.

Il est divisé par deux.

C'est la moitié.

D diminuera de 50 %.

D sera deux fois moins important.

Crédit partiel

Code 1 : Une réponse qui indique correctement SOIT le sens de l'effet, SOIT son amplitude, mais pas LES DEUX.

D devient plus petit. [*Pas d'amplitude*]

Il y a un changement de 50 %. [*Pas de sens*]

D augmente de 50% [*Le sens de l'effet est incorrect mais son amplitude est correcte.*]

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

D va doubler également. [*Le sens de l'effet et son amplitude sont tous deux incorrects.*]

Code 9 : Omission.

Question 2 : DÉBIT D'UNE PERFUSION

Les infirmières doivent aussi calculer le volume V de la perfusion en fonction du débit de perfusion D .

Une perfusion d'un débit de 50 gouttes par minute doit être administrée à un patient pendant 3 heures. Pour cette perfusion, le facteur d'écoulement est de 25 gouttes par millilitre.

Quel est le volume en mL de cette perfusion ?

Volume de la perfusion : mL

DÉBIT D'UNE PERFUSION : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Transposer une équation et y substituer deux variables par des valeurs numériques données

Domaine mathématique : Variations et relations

Contexte : Professionnel

Processus : Employer

Crédit complet

Code 1 : 360 ou une solution correctement transposée avec des variables de substitution correctes.

360

$(60 \times 3 \times 50) \div 25$ [*Transposition et substitution correctes*]

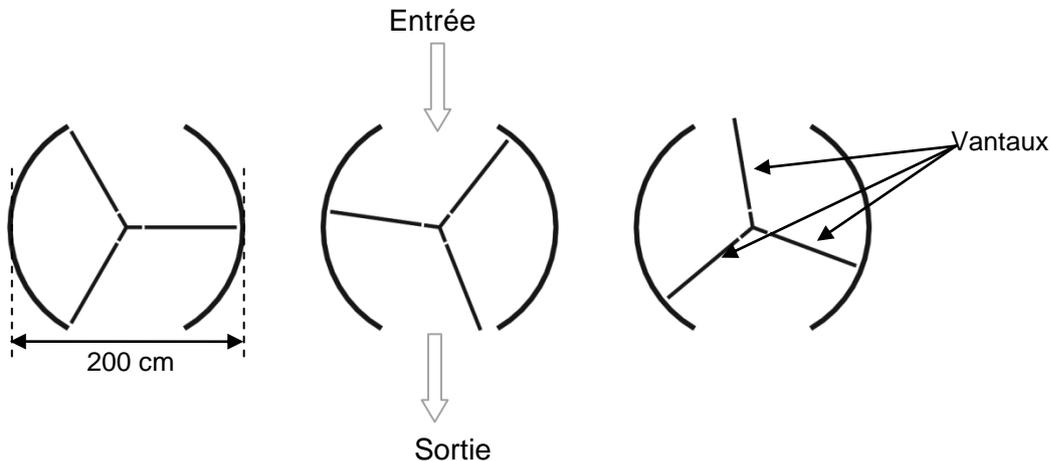
Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

PORTE À TAMBOUR

Une porte à tambour est composée de trois vantaux, qui tournent à l'intérieur d'un espace circulaire. Le diamètre intérieur de cet espace est de 2 mètres (200 centimètres). Les trois vantaux de la porte divisent l'espace en trois parties identiques. Le schéma ci-dessous montre les vantaux de la porte dans trois positions différentes, vus de dessus.



Question 1 : PORTE À TAMBOUR

Combien mesure (en degrés) l'angle formé par deux vantaux de la porte ?

Mesure de l'angle :^o

PORTE À TAMBOUR : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Calculer l'angle central d'une section d'un cercle

Domaine mathématique : Espace et formes

Contexte : Scientifique

Processus : Employer

Crédit complet

Code 1 : 120 [Accepter l'angle rentrant équivalent : 240.]

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

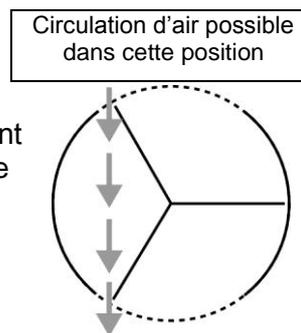
Code 9 : Omission.

Question 2 : PORTE À TAMBOUR

Les deux **ouvertures** de la porte (les arcs de cercle pointillés sur le schéma) font la même taille. Si ces ouvertures étaient trop

larges, les vantaux ne pourraient pas garder l'espace clos et l'air pourrait alors circuler librement entre l'entrée et la sortie, provoquant une perte ou un gain de chaleur indésirables. Cela est illustré sur le schéma ci-contre.

Quelle est la longueur maximum (en centimètres, cm) que l'arc de cercle de chaque ouverture de porte peut avoir, afin que l'air ne puisse jamais circuler librement entre l'entrée et la sortie ?



Longueur maximum de l'arc de cercle : cm

PORTE À TAMBOUR : CONSIGNES DE CORRECTION Q 2

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Interpréter un modèle géométrique issu d'une situation de la vie courante pour calculer la longueur d'un arc

Domaine mathématique : Espace et formes

Contexte : Scientifique

Processus : Formuler

Crédit complet

Code 1 : Réponse dans l'intervalle de 103 à 105. [Accepter les réponses calculées comme $1/6^{\circ}$ de la circonférence ; par exemple : $\frac{100\pi}{3}$. Accepter également 100 comme réponse, uniquement s'il est clair que cette réponse provient de l'utilisation de $\pi = 3$. Remarque : S'il n'y a pas de démarche de travail accompagnant la réponse 100, il est possible que celle-ci ait été obtenue en devinant simplement que la longueur doit être la même que celle du rayon (longueur d'un simple vantail).]

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

209 [Indique la longueur totale des ouvertures plutôt que la longueur de chacune d'elles.]

Code 9 : Omission.

Question 3 : PORTE À TAMBOUR

La porte effectue 4 tours complets par minute. Dans chacune des trois parties de la porte il y a place pour deux personnes au maximum.

Quel est le nombre maximum de personnes qui peuvent entrer dans l'immeuble par cette porte en 30 minutes ?

- A 60
- B 180
- C 240
- D 720

PORTE À TAMBOUR : CONSIGNES DE CORRECTION Q 3

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Identifier des informations et construire un modèle quantitatif (implicite) pour résoudre un problème

Domaine mathématique : Quantité

Contexte : Scientifique

Processus : Formuler

Crédit complet

Code 1 : D 720

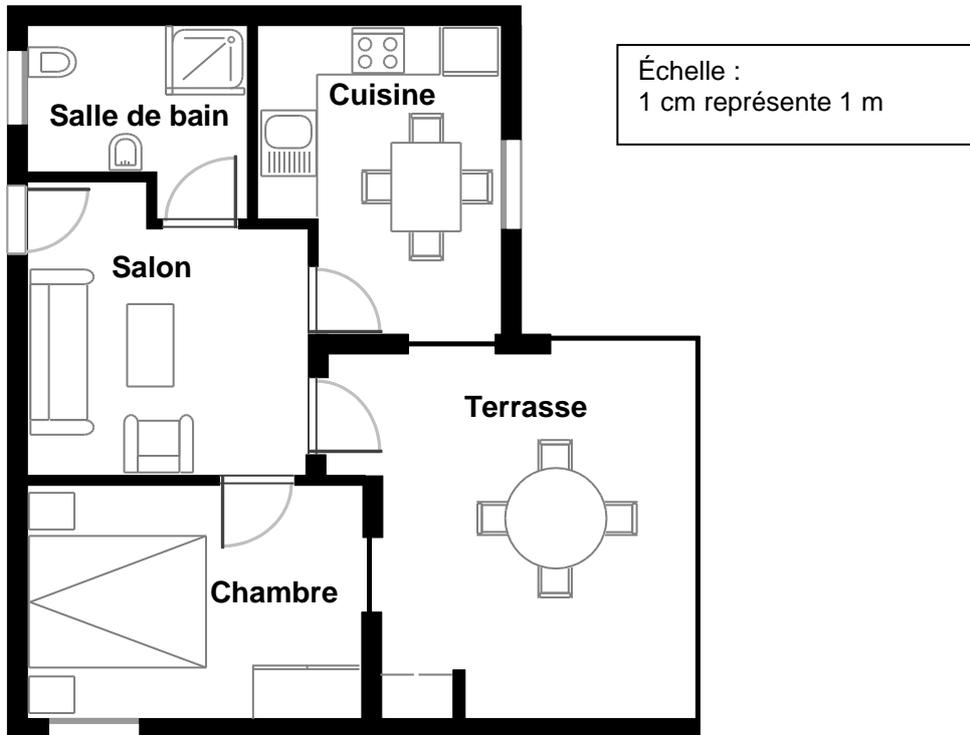
Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

ACHAT D'UN APPARTEMENT

Voici le plan de l'appartement que les parents de Nicolas veulent acheter auprès d'une agence immobilière.



Question 1 : ACHAT D'UN APPARTEMENT

Pour estimer la superficie totale de l'appartement (terrasse et murs compris), on peut mesurer la taille de chaque pièce, calculer leur superficie, puis additionner toutes ces superficies.

Une méthode plus efficace permet toutefois d'estimer la superficie totale en mesurant seulement quatre longueurs. Indiquez sur le plan ci-dessus les **quatre** longueurs nécessaires pour estimer la superficie totale de l'appartement.

ACHAT D'UN APPARTEMENT : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Utiliser un raisonnement appliqué aux espaces pour montrer sur un plan (ou par une autre méthode) le nombre minimum de dimensions latérales nécessaires pour déterminer la surface d'un plan

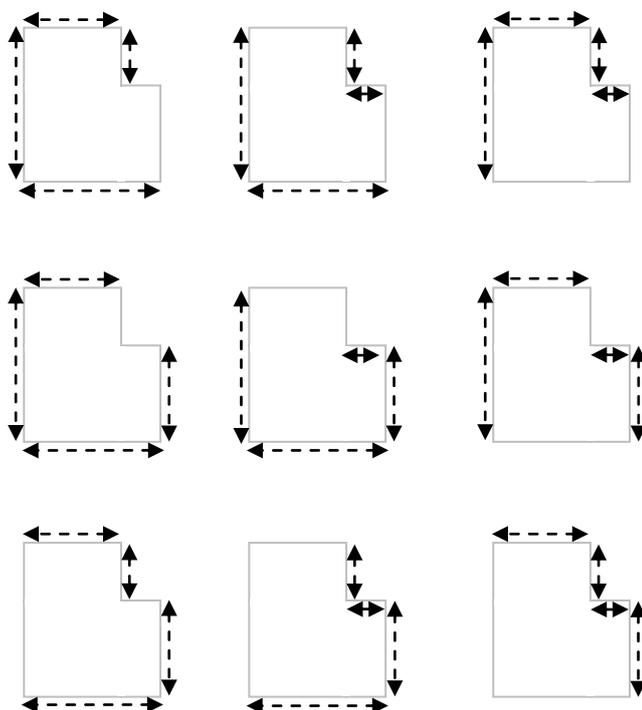
Domaine mathématique : Espace et formes

Contexte : Personnel

Processus : Formuler

Crédit complet

Code 1 : A indiqué les quatre dimensions nécessaires pour estimer la superficie de l'appartement sur le plan. Il y a 9 solutions possibles, ainsi que le montrent les schémas ci-dessous.



$A = (9,7\text{m} \times 8,8\text{m}) - (2\text{m} \times 4,4\text{m})$, $A = 76,56\text{m}^2$ [N'a clairement utilisé que 4 dimensions pour mesurer et calculer la superficie demandée.]

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.

Code 9 : Omission.

SAUCE

Question 1 : SAUCE

Vous préparez votre propre vinaigrette pour une salade.

Voici une recette pour préparer 100 millilitres (mL) de vinaigrette :

Huile pour salade	60 mL
Vinaigre	30 mL
Sauce soja	10 mL

De combien de millilitres (mL) d'huile pour salade avez-vous besoin pour préparer 150 mL de cette vinaigrette ?

Réponse : mL

SAUCE : CONSIGNES DE CORRECTION Q 1

OBJECTIF DE LA QUESTION :

Description : Appliquer la notion de proportion dans une situation de la vie courante pour calculer la quantité nécessaire d'un ingrédient dans une recette

Domaine mathématique : Quantité

Contexte : Personnel

Processus : Formuler

Crédit complet

Code 1 : 90
60 + 30

Pas de crédit

Code 0 : Autres réponses.
1,5 fois en plus.

Code 9 : Omission.

ITEM	réussite FRA	réussite OCDE	non réponse FRA	non réponse OCDE	groupe
Hit-Parade Q1	88,3	87,3	0,8	1,3	1
Hit-Parade Q2	75,5	79,5	0,6	2,1	1
Hit-Parade Q3	80,6	76,7	1,4	1,1	2
Cargo à voile Q1	54,3	59,5	5,0	3,1	3
Cargo à voile Q2	44,8	49,8	7,4	4,0	3
Cargo à voile Q3	13,1	15,3	41,8	31,7	6
Débit d'une perfusion Q1	17,7	22,2	30,8	27,3	5
Débit d'une perfusion Q2	22,7	25,7	32,0	25,9	5
Porte à tambour Q1	48,6	57,7	18,5	9,5	3
Porte à tambour Q2	2,5	3,5	41,2	26,9	6
Porte à tambour Q3	43,3	46,4	5,9	3,3	4
Appartement	42,4	44,6	32,5	26,3	4
Sauce	56,2	63,5	5,6	3,0	3