OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

ACADEMIE DE STRASBOURG

Mercredi 21 mars 2012

CLASSE DE PREMIERE
SECTION S

Durée : 4 heures

Les quatre exercices sont indépendants
Les calculatrices sont autorisées
L'énoncé comporte quatre pages

Exercice académique 1 :

Le professeur d'éducation physique et sportive demande aux élèves de son groupe de 24 garçons de se mettre en rangs pour former 6 lignes et 4 colonnes. Tous les garçons sont de tailles différentes.
Il sélectionne alors le plus grand de chaque ligne pour un tournoi de basket-ball et le plus petit de chaque colonne pour une course à cheval.

Un même élève peut-il être sélectionné à la fois comme basketteur et comme cavalier ?

Un cavalier peut-il être plus grand qu'un basketteur ?

Exercice académique 2 :

Les quatre faces d'un dé tétraédrique posé sur une table sont numérotées de 1 à 4. Ce dé est posé sur la face numérotée 1. A chaque étape, Nicolas fait basculer le dé autour l'une

des arêtes de la face sur laquelle il est posé et note le numéro de la face sur laquelle il se retrouve posé.
Au bout de 2012 basculements, Nicolas fait la somme S des 2012 chiffres qu'il a notés.

Donner la valeur maximale M et la valeur minimale m de la somme S ainsi obtenue.

La somme S peut-elle prendre toutes les valeurs entières entre m et M ?

Exercice national 3 :

On dit qu'un nombre entier est *digisible* lorsque les trois conditions suivantes sont vérifiées :

aucun de ses chiffres n'est nul ;
il s'écrit avec des chiffres tous différents ;
il est divisible par chacun d'eux.

Par exemple,

24 est *digisible* car il est divisible par 2 et par 4.

324 est *digisible* car il est divisible par 3, par 2 et par 4.

32 n'est pas *digisible* car il n'est pas divisible par 3.

On rappelle qu'un nombre entier est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Proposer un autre nombre *digisible* à deux chiffres.

Proposer un nombre *digisible* à quatre chiffres.

Soit n un entier *digisible* s'écrivant avec un 5.

Démontrer que 5 est le chiffre de ses unités.

Démontrer que tous les chiffres de n sont impairs.

Démontrer que n s'écrit avec au plus quatre chiffres.

Déterminer le plus grand entier *digisible* s'écrivant avec un 5.

Soit n un entier *digisible* quelconque.

Démontrer que n s'écrit avec au plus sept chiffres.

Si n s'écrit avec sept chiffres, dont un 9, déterminer les chiffres de n.

Déterminer le plus grand entier *digisible*.

Exercice national 4 :

Rappels

On appelle ***distance entre un point M et une droite (D)*** *la distance MH, où H est le point d'intersection de (D) avec la droite perpendiculaire à (D) passant par M.*	
Dans la figure ci-contre, si le rayon du disque est R, et si l'angle du secteur angulaire grisé mesure α *(en degrés), alors* ***l'aire de la portion de disque*** *grisée vaut* $\pi\alpha R^2/360$. *Dans la partie II de l'exercice, on considérera la distance d'un point M à* ***un segment [****BC] comme étant la distance du point M à la droite (BC).*	

Partie I

Soit C un cercle de centre O, A un point de ce cercle et D le disque délimité par ce cercle.

Reproduire la figure, et représenter l'ensemble des points du disque équidistants de O et de A.

Hachurer l'ensemble des points du disque plus proches de O que de A.

Soit M un point déterminé aléatoirement de manière équiprobable sur la surface du disque D.

Quelle est la probabilité que M soit plus proche de O que de A ?

Partie II

Soit ABCD un rectangle de longueur AB = 20 cm et de largeur BC = 12 cm, de centre O.
Soit E un point situé à l'intérieur du rectangle, proche de A, à 2 cm de chaque bord (comme sur la figure ci-après, qui n'est toutefois pas à l'échelle).
Soit M un point déterminé aléatoirement de manière équiprobable à l'intérieur du rectangle ABCD.

Quelle est la probabilité que M soit plus proche du côté [BC] que du côté [AD] ?

a. Reproduire le rectangle, et représenter l'ensemble des points intérieurs au rectangle et équidistants des côtés [AB] et [BC].

Hachurer l'ensemble des points intérieurs au rectangle et plus proches du côté [BC] que du côté [AB].

Quelle est la probabilité que M soit plus proche du côté [BC] que du côté [AB] ?

Quelle est la probabilité que M soit plus proche du côté [AB] que des trois autres côtés [BC], [CD] et [DA] ?

Quelle est la probabilité que M soit plus proche de O que de E ?

Quelle est la probabilité que M soit plus proche de O que des quatre sommets A, B, C et D ?