

OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

Strasbourg
SESSION DE 2005

Sujets

Premières S

Exercice n°1 - Les jetons

Dans ce jeu, il existe deux types de jetons, les blancs et les noirs.

Le joueur dispose au début de la partie d'un jeton. La banque dispose de jetons de chaque couleur en nombre suffisant.

A chaque « coup », le joueur donne un jeton de son choix à la banque et reçoit en retour quatre jetons de l'autre couleur. Une partie se déroule en plusieurs coups. Le joueur gagne si à l'issue d'un coup il a autant de jetons de chaque couleur.

Est-il possible au joueur de gagner à ce jeu ?

Premières ES-L-STT

Exercice n°1 - Olympland

A Olympland, il y a quatre villes A, B, C et D.

Il existe 6 routes directes de A à B, 4 de B à D, 3 de A à D et 2 de D à C.

Combien y-a-t-il d'itinéraires possibles de A à C (sans repasser deux fois par la même ville) ?

Premières ES-L-STT et Premières S

Exercice n°2 - Retour à la case départ

On part de quatre entiers relatifs (a, b, c, d) .

On les transforme en (a', b', c', d') par l'opération suivante :

$a' = a \times b$; $b' = b \times c$; $c' = c \times d$ et $d' = d \times a$.

Par exemple : $(1, -1, 2, -1)$ se transforme en $(-1, -2, -2, -1)$.

On répète cette opération sur (a', b', c', d') et ainsi de suite.

On observe qu'à un moment on retrouve les quatre entiers de départ (a, b, c, d) dans le même ordre.

Montrer que $a = b = c = d = 1$.