OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES
(Strasbourg)
SESSION DE 2005
Solutions

Premières S

Solutions pour l'exercice n°1 - Les jetons
A un certain stade du jeu, le joueur détient a jetons blancs et b jetons noirs.
On suppose $a<b$ et on pose $d=b-a$.
Le joueur gagne lorsque $d=0$.

Au coup suivant, le joueur détiendra a' blancs et b' noirs. Soit d' la différence.
On envisage les deux cas :

- Si $a'<b'$ alors :

$a'=a-1$
$b'=b+4$
$\Rightarrow d'=d+5$
¿
{¿¿¿
¿
. ou
$a'=a+4$
$b'=b-1$
$\Rightarrow d'=d-5$
¿
{¿¿¿
¿

suivant que le joueur choisisse de donner un jeton blanc ou noir à la banque.

- Si $b'<a'$ alors :

$b'=b-1$
$a'=a+4$
$\Rightarrow d'=5-d$
¿
{¿¿¿
¿
($d=b-a<5$)

On part de $d = 1$ et on constate que la différence ne donne jamais 0.
(On reste avec $d\neq 0$ (mod 5) dans tous les cas.

Premières ES-L-STT

Solution pour l'exercice n°1 - Olympland
On compte 2x3+24x2=54 itinéraires possibles de A à C.

Premières ES-L-STT et Premières S

Solution pour l'exercice n°2 - Retour à la case départ

On constate que $(abcd)^n = abcd$ pour un certain entier. Comme les nombres a, b, c et d sont des entiers, on en déduit : $a = b = c = d = 0$ ou $a = \pm 1$, $b = \pm 1$, $c = \pm 1$, et $d = \pm 1$.
En étudiant les différents cas, on obtient $a = b = c = d = 1$.