

SESSION DE 2004

CLASSE DE PREMIERE

DUREE : 4 heures

*Les quatre exercices sont indépendants.
Les calculatrices sont autorisées.*

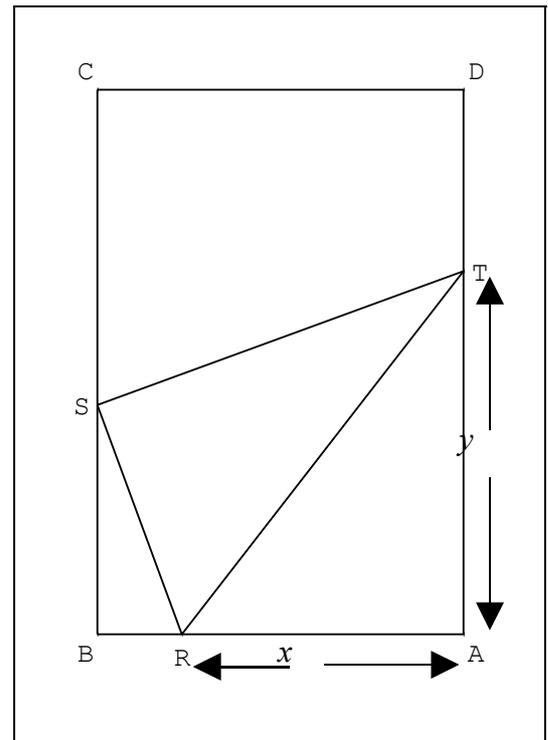
EXERCICE 1 :

Soit $ABCD$ une feuille de papier rectangulaire de largeur $AB = 4$ et de longueur $BC = 6$.
Soit R un point de $[AB]$ (bord inférieur de la feuille)
et T un point de $[AD]$ (bord droit de la feuille).
On replie la feuille suivant le segment $[RT]$ et on appelle S la nouvelle position du point A (coin inférieur droit de la feuille).

Dans tout l'exercice, on s'intéresse au cas où S est sur le segment $[BC]$ (bord gauche de la feuille).

On pose $AR = x$ et $AT = y$.

- 1°) Trouver les valeurs minimale et maximale de x .
- 2°) Trouver une relation entre x et y lorsque S se déplace sur $[BC]$.
- 3°) Trouver la valeur de x pour laquelle l'aire de la partie repliée (triangle SRT) est minimale.
Quelle est alors la nature du triangle AST ?



EXERCICE 2 :

On dit qu'un polygone est *régulier convexe* si :

- tous ses côtés ont même longueur.
- tous ses angles aux sommets ont même mesure.
- tous les segments joignant deux sommets quelconques sont à l'intérieur du polygone.

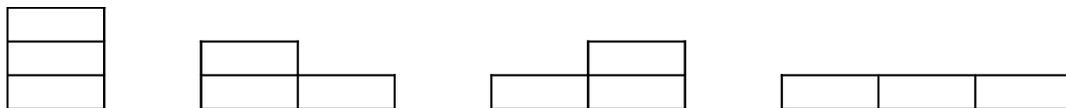
On désire étudier la somme S des distances d'un point M , intérieur à un polygone régulier convexe P , à chaque côté de P .

- 1°) Vérifier que S est indépendante de M dans le cas où P est un carré.
- 2°) Etudier de même le cas où P est un triangle équilatéral.
- 3°) Généraliser cette étude au cas où P est un polygone régulier convexe à n côtés, $n \geq 3$.

EXERCICE 3 :

Pour n entier naturel non nul, on construit un mur d'un seul tenant à l'aide de n briques posées au sol ou sur une autre brique.

Par exemple pour $n = 3$, il y a 4 murs possibles :



Combien y-a-t-il de murs à n briques ?

EXERCICE 4 :

On définit pour chaque couple de réels $(a ; b)$ la fonction f par :

$$f(x) = a - \sqrt{x+b}.$$

Deux nombres réels u et v sont dits *échangeables* s'il existe au moins un couple de réels $(a ; b)$ tel que la fonction f vérifie à la fois $f(u) = v$ et $f(v) = u$.

- 1°) Montrer que 2 et 3 sont échangeables.
- 2°) Peut-on en dire autant de 4 et 7 ?
- 3°) A quelle condition deux entiers u et v sont-ils échangeables ?