

OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES
(Strasbourg)
SESSION DE 2003
Solutions

Corrigé de l'épreuve académique

Remarque : La correction est largement inspirée de la copie d'un candidat.

Chaque ligne de la pyramide contient 2 cases de plus que la ligne précédente, ainsi, si on additionne le nombre de cases de chaque ligne depuis la première jusqu'à la n -ième comprise, cette somme est égale à :

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$$

On reconnaît la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme 1, donc :

$$S = n \times \frac{1 + (2n - 1)}{2} = n^2 .$$

Ainsi la dernière case de la n -ième ligne contient le nombre n^2 et sa première case contient le nombre $(n-1)^2 + 1$.

On en déduit aussi que la première case de la $k^{\text{ième}}$ colonne à droite de la colonne « centrale » incluse contient le nombre k^2 .

Or on a l'encadrement : $44^2 + 1 < 2003 < 45^2$ (c'est-à-dire $1937 < 2003 < 2025$).

Le nombre 2003 est dans la 45^{ème} ligne, qui est repérée par le nombre 1937.

Cette ligne contient par conséquent les nombres de 1937 à 2025, sa case centrale contient le nombre 1981.

Le nombre 2003 est par conséquent situé dans la 23^{ème} colonne à droite de la colonne « centrale » (incluse) qui est repérée par le nombre 23^2 c'est-à-dire par 529.

Conclusion : le nombre 2003 est repéré par le couple (1937 ; 529) .