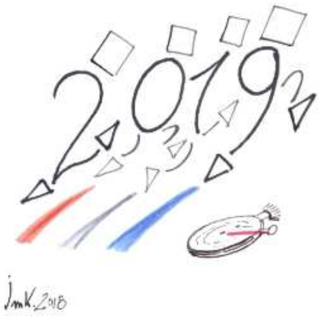
Gazette de la Course aux nombres – cycle 3 – n°2



Cette gazette a vocation à vous accompagner pour exploiter les sujets et aider vos élèves à progresser.
Quelques questions du sujet de mars 2019 ont été sélectionnées pour vous donner un éclairage sur les intentions didactiques et sur les procédures possibles qui pourront être observées, mises en évidence et travaillées lors de séances de **calcul mental ou** mobilisées lors de **questions flash** .

Le thème de cette deuxième gazette concerne les **faits numériques mémorisés**.

Les questions retenues sont commentées à travers ce prisme. Cela permettra d'illustrer quand et comment ces faits numériques sont mobilisés et montrer ainsi qu'ils sont incontournables.
Les faits numériques mémorisés (FNM) sont des résultats numériques dits disponibles, ils sont récupérables en mémoire à court terme de manière automatique.
Un fait numérique demande à être construit avec du sens pour être mémorisé en profondeur. Les récupérations successives contribuent à son automatisation. Selon le niveau, certains faits numériques sont encore en construction ou déjà automatisé.

Quelques exemples de faits numériques mémorisés ou à mémoriser :

- Les tables d'additions, de multiplication ;
- les compléments à 5, à 10 et par extension à 100, à 1 000 ;
- différentes décompositions d'un nombre (décompositions additives des nombres inférieurs à 10, décompositions multiplicatives, décompositions en unité de numération, …) ;
- les doubles et les moitiés, les carrés ;
- les relations entre les unités de numération (Ex : un millier = 10 centaines = 100 dizaines = 1000 unités) ;
- les multiplications/divisions par 10, 100, 1000…(puis par 0,1…) ;
- certains critères de divisibilité (multiples de 2, de 5, de 10, de 25, 50, de 250, …).

Les faits numériques mémorisés sont nécessaires pour :
- construire les nombres (trouver le nombre suivant, la décomposition additive inférieure à 10, la décomposition en unités de numération) ;
- disposer de relations entre les nombres ;
- installer les procédures de calculs ;
- permettre un contrôle ;
- éviter la surcharge.

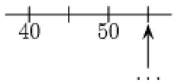
Plus l'élève dispose de faits numériques mémorisés, et donc d'automatismes :
- plus il est disponible pour réfléchir aux procédures de calcul ;
- plus il a le choix entre plusieurs procédures en fonction des relations entre les nombres en jeu.

Au cours des séances d'apprentissage en calcul mental, il enrichit ses connaissances et apprend à s'adapter en fonction des nombres en choisissant une procédure plus efficace car moins coûteuse en mémoire et en temps.
Les élèves qui disposent de peu de FNM et peu de procédures automatisées s'enferment dans un comportement automatique de calcul, en utilisant la même procédure, fiable sans doute, mais coûteuse dans un contexte de calcul mental. Pour sortir de cet automatisme, il faut maitriser des FNM et des procédures automatisées : c'est le *paradoxe de l'automatisme* théorisé par Butlen et Masselot (2012).

Références

Butlen, D. & Masselot, P. (2012). Dialectique entre sens et techniques, l'exemple du calcul mental. In *Le nombre au cycle 2* (pp. 11-22). ScerÉn CNDP-CRDP. Disponible en ligne : http://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le_nombre_au_cycle_2_153003.pdf

<table>
<tr><th></th><th>N°</th><th>Question</th><th>Réponse</th><th>Commentaires</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Calcul automatique</td><td>1</td><td>7 x 3</td><td></td><td rowspan="2">FNM (faits numériques mémorisés) en récupération simple.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Moitié de 18</td><td></td></tr>
<tr><td>27
CM1</td><td>45 ÷ 5</td><td></td><td>Le FNM en jeu ici est 45 = 5 x 9.
Cette égalité doit être travaillée dans tous les sens pour être automatisée et disponible dans tous les cas.
Connaitre une table c’est pouvoir répondre non seulement à 5 x 9 = ? mais aussi à « 5 x ? = 45 », « 45 = ? x ? ».
En s’appuyant sur le lien entre la multiplication et la division, on pourra rapidement trouver ou mémoriser les réponses à : « 45 ÷ 5 = ? », « 45 ÷ ? = 9 », « 45 ÷ ? = 5 »
Pour répondre à « 45 ÷ 5 = ? », l’élève peut utiliser « en 45 combien de fois 5 ? ».</td></tr>
<tr><td>2</td><td>49 = … x…</td><td></td><td>Ici aussi on retrouve la nécessité de connaitre ses tables dans tous les sens (cf question 27). 49 doit être (re)connu comme étant le carré de 7.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Calcul réfléchi</td><td>4</td><td>17 - 9</td><td></td><td>17 – 9 = 8 n’est pas un fait numérique à mémoriser ; en revanche, il doit pouvoir être retrouvé rapidement.
Il existe plusieurs procédures possibles s’appuyant toutes sur des FNM.
17 – 7 - 2 utilise une décomposition de 9 : « 9 = 7 + 2 » (passage à la dizaine inférieure) ;
17 – 10 + 1 s’appuie sur le FNM « 10 = 9 + 1 » et sur une procédure pour soustraire une dizaine : soit en s’appuyant sur la décomposition canonique de 17 : « 17 = 10 + 7 », soit en d’appuyant sur la numération : 1D7U.
➔ La procédure « moins 10 plus 1 » peut d’ailleurs être automatisée après avoir été comprise.
17 – 9 = (17 + 1) - (9 + 1) = 18 – 10. Cette procédure peu connue s’appuie sur le fait que la soustraction rend compte de la différence entre deux nombres, et que celle-ci reste inchangée si l’on ajoute le même nombre aux deux nombres (écart constant).</td></tr>
<tr><td>27
6è</td><td>120 ÷ 5</td><td></td><td>Le critère de divisibilité de 5 est un FNM depuis le CM1. En 6è, ici il permet un contrôle sur la nature du résultat : il s’agira un nombre entier.</td></tr>
<tr><td>27
CM2</td><td>60 ÷ 5</td><td></td><td>5 x 12 = 60 n’est pas censé être un FNM. Il s’agit donc ici de choisir une procédure qui dépendra des faits numériques disponibles.
Première procédure
Elle met en jeu en particulier la distributivité de la multiplication sur l’addition : 60 = 50 + 10.
Les étapes ci-dessous traduisent ce que l’élève peut faire mentalement :
60 = 50 + 10
= (5 x 10) + (5 x 2)
= 5 x (10 + 2)
= 5 x 12
donc 60 ÷ 5 = 12
Ou
60 = 50 + 10
donc 60 ÷ 5 = (50 ÷ 5) + (10 ÷ 5)
= 10 + 2
= 12
L’élève peut mobiliser la décomposition additive 60 = 50 + 10 (FNM) si les multiples de 5 (ici 50 et 10) sont disponibles. On voit que les FNM donnent des idées de procédures de calcul et permettent d’aller jusqu’au bout en évitant la surcharge.
Deuxième procédure
Elle met en jeu l’associativité de la multiplication et qui pourrait être automatisée : diviser par 5 revient à diviser par 10 puis à multiplier par 2 (ou le contraire).
60 ÷ 10 = 6 et 6 x 2 = 12 sont deux FNM disponibles à ce niveau.
Remarque : la question 19 est 12 x 5 = ? qui peut permettre à l’élève de trouver directement la réponse.</td></tr>
</table>

	N°	Question	Réponse	Commentaires
Calcul réfléchi algorithmique	25 tous	341 × 7 **Entoure la bonne réponse sans effectuer précisément le calcul**.	1 117 2 387 7 341	***Source : Exemple de réussite Repères annuels de progression CM1*** Pour répondre rapidement, il faut estimer l'ordre de grandeur du résultat. Il faut pouvoir considérer uniquement les centaines de 341, et donc mobiliser la décomposition de 341 en unités de numération (FNM). ➔ 300 × 7 = 2 100 est un résultat issu de deux FNM : 3 × 7 = 21 et 21 centaines = 2 100. Remarquons que 7 341 peut rapidement être éliminé avec le FNM « 7 x 1 = 7 » et la connaissance (au moins partielle) de l'algorithme de la multiplication posée.
Numération	11 CM2	Combien de dizaines dans un millier ?	… dizaines	Deux procédures : - mobilisation de connaissances automatisées sur les unités de numération : ici le millier construit comme 100 dizaines (FNM). - traduction de dizaine et millier par 10 et 1 000 puis recherche de la relation entre 10 et 1000 du type 10 × … = 1 000.
Placement sur une droite graduée	8	Complète.		Pour trouver l'intervalle entre deux graduations, le FNM en jeu ici est « le milieu » entre 40 et 50. Il faut ensuite poursuivre le raisonnement pour obtenir 55. Si l'élève obtient rapidement 45, il accèdera plus facilement à 55 sans être en surcharge.
Calcul avec les grandeurs	15 CM2	Complète.	25 cL + … cL = 1 L	Le FNM est un complément à 100. Ici 25 + 75 = 100. L'idée de partir sur un complément à 100 est aussi suggérée par « cL » si l'élève le lit bien « centilitre ». Il mobilise en plus la connaissance 1L = 100 cL
Résolution de problèmes (proportionnalité)	9	4 gommes pèsent 50 g.	8 gommes pèsent … g.	Le FNM est la relation « double » entre 4 et 8 (4 + 4 = 8 ou 4 x 2 = 8) Il permet la reconnaissance de la proportionnalité et le traitement de ce problème. *C'est le FNM disponible qui peut donner une idée de résolution* : « 7 gommes » à la place de « 8 gommes » ne conduirait pas à la même idée.
	26 CM2	2 kg de pommes coûtent 3€. 5 kg de ces mêmes pommes coûtent 7,50€.	7 kg de pommes coûtent … €.	Le fait numérique 2 + 5 = 7, s'il est disponible, permet de reconnaître et résoudre ce problème de proportionnalité par les propriétés de linéarité (ici additive).
	21 CM1	Un train électrique fait un tour de circuit en 25 s.	Il fait 2 tours en … s .	Les quatre premiers multiples de 25 sont explicitement travaillés dès le début du CM1. Le premier FNM est le double de 25, soit 25 × 2 = 50 ; Le second FNM est 100 = 4 × 25, donc une décomposition multiplicative de 100 mettant en jeu le quatrième multiple de 25. *Remarque : Si ce fait numérique est installé, il participe à l'enrichissement du nombre 100, et permettra de construire du lien entre* $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ *= 0,25.*
	22 CM1	Un train électrique fait un tour de circuit en 25 s.	Il fait … tours en 100 s.	
	21 CM2/ 6°	Une voiture roule à une vitesse constante de 80 km/h. *(6è : 50 km/h)*	Elle parcourt … km en 1 heure.	Ici encore les FNM sont principalement en jeu dans le passage de la question 21 à la question 22.
	22 CM2/ 6°	Une voiture roule à une vitesse constante de 80 km/h. *(6è : 50 km/h)*	Elle parcourt … km en 2 heures. *(6° en 1 h 30 min)*	