Ce document dévoile, sur certaines thématiques, la nature des questions qui seront posées à la Course aux nombres 2023. Des questions similaires à celles de ce document apparaitront donc dans les sujets du mois de mars et/ou de juin. Les intentions pour chacune de ces questions sont explicitées. L'objectif est que vous puissiez préparer vos élèves au mieux en poursuivant progressivement la construction des apprentissages et le développement des automatismes (sans entrer dans une logique de « bachotage »).

Les notions et les automatismes convoqués dans les questions suivantes ont vocation à être réactivés régulièrement tout au long du cycle 3 (et après) et dès l'année de CM1 (excepté pour les notions de vitesse et de coefficient de proportionnalité qui sont abordées à partir de l'année de CM2). Elles le seront de manière progressive et il conviendra de les adapter selon le niveau des élèves dans le cadre de la différenciation pédagogique.

À la Course aux nombres, nous souhaitons proposer des questions sur des notions pour lesquelles les élèves ont un peu de recul. Lorsque nous indiquons qu'une question est réservée par exemple à la classe de sixième, cela ne signifie pas qu'elle ne peut pas être proposée en classe de CM1 ou CM2 dans le cadre de la formation !
Ce sont les repères de progression, les attendus de fin d'année, vos constructions didactiques et le profil de vos élèves qui vous permettront de faire le choix des questions à poser.

Nous vous en souhaitons une bonne lecture.

L'équipe du groupe de travail « Fondamentaux et automatismes » de l'APMEP

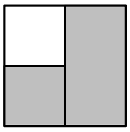
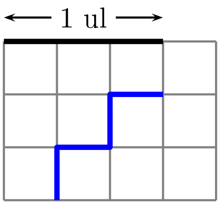
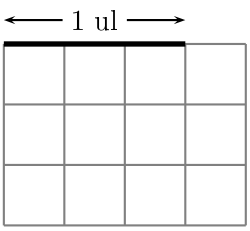
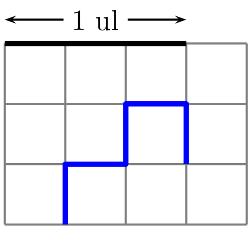
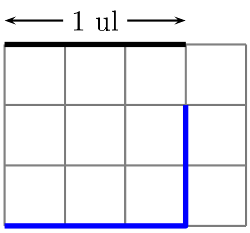
	Énoncé	Réponse	Intention
Faits numériques mémorisés	7×6		Parmi les faits numériques au programme qui doivent être mémorisés par les élèves et être immédiatement disponibles, on retrouve : • les tables d'addition ; • les tables de multiplication (de 2 à 11) ; • les compléments à l'unité, à la dizaine ou la centaine supérieure ; • les doubles et moitiés de nombres d'usage courant.
	Dans 45, combien de fois 9 ?		Le fait numérique automatisé en jeu ici est « $9 \times 5 = 45$ ». Cette égalité doit être travaillée dans tous les sens pour être automatisée et disponible dans tous les cas. Connaître une table, c'est pouvoir répondre non seulement à « $9 \times 5 = ?$ » mais aussi à « $45 \div 5 = ?$ », « $45 \div ? = 9$ », « $45 \div ? = 5$ ».
	$15 = \ldots \times \ldots$		Ici aussi on retrouve la nécessité de connaitre ses tables dans tous les sens. 15 doit être (re)connu comme étant le produit de 5 par 3. Remarque : toute réponse correcte du type « 15×1 » ou « $2 \times 7{,}5$ » est acceptée.

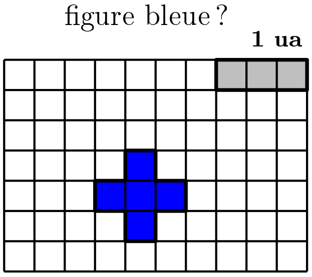
	Énoncé	Réponse	Intention
Procédures automatisées	Complète.	CM1 : $27 + 9 = \ldots$ CM2 : $47 + 29 = \ldots$ 6^{e} : $47 + 29 = \ldots$	Ces questions font parties des procédures automatisées au programme : • Ajouter 9 ou un entier se terminant par 9 (19 / 29 / etc.) • Enlever 9 ou un entier se terminant par 9 (19 / 29 / etc.) $47 + 29$ n'est pas un fait numérique mémorisé ; en revanche, il doit pouvoir être retrouvé rapidement. Il existe plusieurs procédures possibles s'appuyant sur des faits numériques mémorisés : • $47 + 3 + 26$ utilise la décomposition de 29 (passage à la dizaine supérieure). • $47 + 30 - 1$ s'appuie sur le fait numérique mémorisé « $29 = 30 - 1$ » • $(47 - 1) + (29 + 1)$: cette procédure s'appuie sur le fait que la somme entre deux nombres est inchangée si l'on ajoute 1 à un terme et on retranche 1 à l'autre. Remarque : On retrouvera, dans ce type de questions, des soustractions telle que « $75 - 39 = \ldots$ ». Cette question nous permet de donner du sens à la procédure $(75 + 1) - (39 + 1)$, qui s'appuie sur le fait que la différence entre deux nombres est inchangée si l'on ajoute le même nombre aux deux nombres (écart constant).
	La moitié de 34		La moitié de 34 n'est pas un fait numérique à mémoriser ; en revanche, la réponse doit pouvoir être trouvée rapidement. Décomposer 34 en $30 + 4$, puis calculer la moitié de chaque terme est une procédure possible s'appuyant sur la connaissance des moitiés de nombres courants et une forme de distributivité en acte.

	Énoncé	Réponse	Intention
Unités de numération	Complète.	5 sachets de 100 ballons et … sachets de 10 ballons font 620 ballons en tout.	Travailler progressivement l'écriture chiffrée en s'appuyant dans un premier temps sur une collection d'objets que l'on décompose.
	Combien de dizaines y a-t-il en tout dans 234 ?	… dizaines	La question est du même type que la précédente, exprimée dans un autre registre (écriture chiffrée). Elle est plus abstraite que la précédente car on ne voit plus la quantité. La réponse attendue est 23 dizaines mais 23,4 dizaines est acceptée. L'écriture 234 rend compte de l'organisation « 2 centaines 3 dizaines 4 unités ». Pour que la procédure des élèves ne soit pas mécanique, ils doivent se représenter cette quantité comme une collection organisée. Pour répondre, ils doivent additionner les 3 dizaines libres et les 20 dizaines regroupées dans les 2 centaines. ➨ Pour les élèves qui hésitent, le recours au matériel de numération permet de vérifier/valider/prouver. Lien pour utiliser diverses représentations de matériel de numération : Numération - Opérations (micetf.fr)
	Complète.	642 = … dizaines … unités	Différentes écritures sont préconisées pour comprendre le sens de l'écriture décimale, notamment les écritures transitoires du type : 64D2U ou 6C42U ou même 42U6C … ➨ pour travailler les différentes décompositions d'un nombre, on pourra se référer au travail de F. Tempier : Numération du CE2 à la 6eme pour les enseignants
Les ordres de grandeur	Entoure la réponse possible.	La masse d'un chat est : 5 mg 50 g 5 kg	Les **exercices d'ordre de grandeur** permettent de : • Donner du sens aux unités de longueur, de masse, de capacité, etc. • Fixer quelques références culturelles ; • Développer l'esprit critique. Elles peuvent mettre en jeu plusieurs types de grandeurs : masse, longueur, aire, hauteur … Exemples tirés des Courses aux nombres des années précédentes : ✓ La hauteur de la salle de classe est : 3 km - 30 cm - 3 m ✓ La hauteur de la tour Eiffel est environ : 3 km - 3 m - 300 m ✓ La taille d'une personne peut être : 180 m - 180 cm - 1,8 m

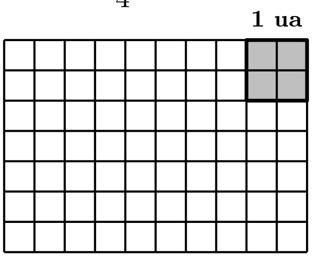
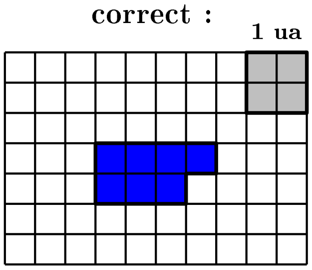
<table>
<tr><th></th><th>Énoncé</th><th>Réponse</th><th>Intention</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Questions booster</td><td>Une voiture roule à une vitesse constante de 80 km/h.
(En 6e : 50 km/h)</td><td>Elle parcourt … km en 1 heure.</td><td rowspan="2">Les questions 21 et 22 sont toujours liées dans les sujets de cycle 3 de la Course aux nombres. La réponse à la question 21 peut faciliter la réponse à la question 22.

Exemples tirés des Courses aux nombres des années précédentes :
Q21 : le quart de 12 œufs
Q22 : le quart de 120 g</td></tr>
<tr><td>Une voiture roule à une vitesse constante de 80 km/h. (En 6e : 50 km/h)</td><td>Elle parcourt … km en 2 heures.
(6e : en 1h30 min)</td></tr>
</table>

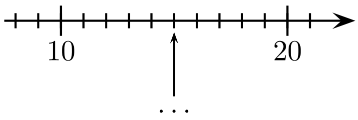
<table>
<tr><th></th><th>Énoncé</th><th>Réponse</th><th>Intention</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Écritures fractionnaires</td><td>Quelle fraction de l'aire du grand carré est grisée ?
</td><td></td><td>Cette question permet de vérifier si les élèves ont compris le sens des fractions : partager l'aire en 4 parts égales, et en prendre 3 même si elles ne sont pas représentées.
Type de question qui pourra figurer dans le sujet de mars en CM1.</td></tr>
<tr><td>Quelle est la longueur de la ligne bleue ?
</td><td>… ul
(ul signifie « unité de longueur »)</td><td>Cette question s'inscrit explicitement dans le thème « grandeur et mesure ». Le nombre qui donne la mesure s'exprime sous la forme d'une écriture fractionnaire $\left(\frac{4}{3}\right)$. Ce type de question permet de donner le statut de nombre aux écritures fractionnaires.
La ligne dont on cherche la longueur est détachée du segment représentant l'unité de longueur ; ce qui rend plus naturel l'introduction de mesures de longueurs supérieures à 1 exprimées avec des écritures fractionnaires.
Remarque : on accepte la réponse $1 + \frac{1}{3}$ ul</td></tr>
<tr><td>Trace une ligne de longueur
$\frac{5}{3}$ ul.
</td><td>Exemples de tracé correct :

ou en remarquant que $\frac{5}{3}$ ul $= 1 + \frac{2}{3}$ ul :
</td><td>À l'élève de tracer une ligne de longueur exprimée avec une écriture fractionnaire.</td></tr>
</table>

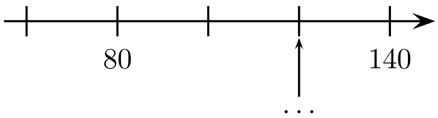
<table>
<tr><th></th><th>Énoncé</th><th>Réponse</th><th>Intention</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Écritures fractionnaires (suite)</td><td>Quelle est l'aire de la figure bleue ?

</td><td>$\mathcal{A} = \frac{5}{3}$ ua
(ua signifie « unité d'aire »)</td><td rowspan="2">Concernant le travail sur les écritures fractionnaires, les intentions de ces deux questions sont les mêmes que celles des deux questions précédentes mais elles portent sur le thème des aires.

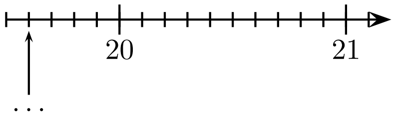
Les intentions pédagogiques liées aux questions sur les écritures fractionnaires au cycle 3 se trouvent dans le document ressource : lien

Ces questions qui convoquent l'écriture fractionnaire pour mesurer une longueur ou une aire seront présentes dans les sujets de CM2 de la session de mai/juin.</td></tr>
<tr><td>Trace une figure d'aire $\frac{7}{4}$ ua.

</td><td>Exemple de tracé correct :

</td></tr>
</table>

	Énoncé	Réponse	Intention
Somme de décimaux	CM1 : 17 unités + 6 dizaines CM2 : 0,7 + 0,4 6^{e} : 0,17 + 0,6		Les opérations participent pleinement à la compréhension des nombres décimaux à condition de ne pas enfermer les élèves dans des algorithmes opératoires ou diverses recettes qui ne font pas sens. **CM2** : Pour les élèves qui donnent 0,11 : s'appuyer sur le langage naturel. La réponse 0,11 est liée à la conception du nombre décimal comme deux entiers séparés par une virgule. Déconstruction de l'erreur : faire comprendre que 0,11 ne peut pas être le résultat, puisqu'inférieur à 0,7. Deux changements de registre permettent de traiter l'erreur : le déplacement sur un axe gradué de 0,7 puis de 0,4 montre qu'on dépasse l'unité. Le recours à la langue naturelle permet d'oraliser le calcul et de convoquer le sens de l'écriture décimale : sept dixièmes plus quatre dixièmes donnent onze dixièmes, soit une unité et un dixième c-à-d 1,1. On pourra faire comprendre aux élèves que la réponse 0,11 correspond au calcul 0,07 + 0,04. **6^{e}** : Pour les élèves qui donnent 0,23, on peut recourir au langage naturel. Déconstruction de l'erreur liée à la réponse 0,23 : L'utilisation de la langue naturelle permet d'oraliser le calcul : dix-sept centièmes plus six dixièmes ne peuvent pas donner 23 centièmes. Les centièmes s'ajoutent aux centièmes. Un dixième c'est dix centièmes donc six dixièmes c'est soixante centièmes, d'où le résultat soixante-dix-sept centièmes. On pourra faire comprendre aux élèves que la réponse 0,23 correspond au calcul $0{,}17 + 0{,}06$.

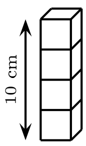
<table>
<tr><th></th><th>Énoncé</th><th>Réponse</th><th>Intention</th></tr>
<tr><td>Nombres et droites graduées</td><td>Complète.</td><td>

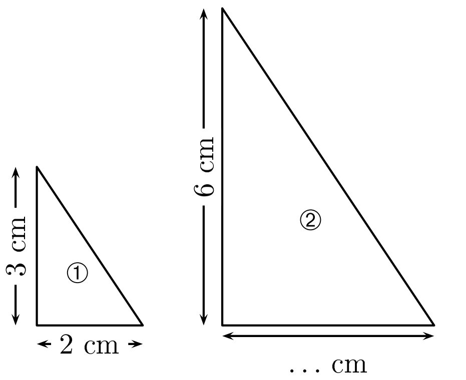
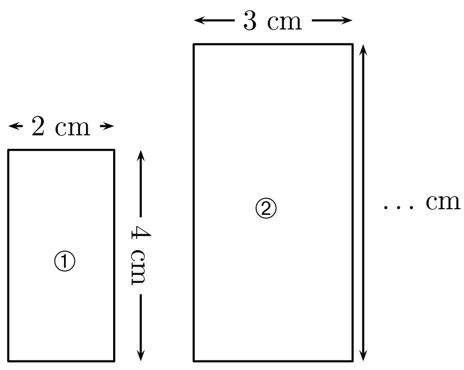



</td><td>La droite graduée est un outil performant pour la compréhension des nombres décimaux. Il est important de familiariser les élèves avec cet outil lorsqu'on travaille avec les nombres entiers, et on le retrouvera au moment des fractions et décimaux.

On travaille ici progressivement sur la droite graduée :
• L'écart entre deux graduations correspond à une unité.
• L'écart entre deux graduations est à déterminer.
• Recherche d'un nombre décimal non entier. L'écart entre deux graduations correspond à un dixième. On peut proposer aux élèves de prolonger la droite et de placer le point d'abscisse 19.

Remarque : on ne visualise pas l'origine des trois droites graduées, ce qui est déjà une difficulté.</td></tr>
</table>

	Énoncé	Réponse	Intention
	La proportionnalité sous toutes ses formes !		
Problèmes de proportionnalité	**Problème 1 :** 3 sucettes coûtent 1 € 50 centimes. Combien coûte une sucette ? **Problème 2 :** 3 sucettes coûtent 1 € 50 centimes. Combien coûtent deux sucettes ? **Problème 3 :** 3 sucettes coûtent 1 € 20 centimes. Combien coûte une sucette ? **Problème 4 :** 3 sucettes coûtent 1 € 20 centimes. Combien coûtent deux sucettes ? **Problème 5 :** 3 sucettes coûtent 2,10 €. Combien coûtent deux sucettes ? **Problème 6 :** 4 sucettes coûtent 2,40 €. Combien coûtent 6 sucettes ?		**Problèmes 1 et 2 :** Les deux premiers problèmes sont à l'image de ceux qui pourront être posés respectivement en mars et juin en classe de CM1. La variable didactique choisie 1€50 correspond à 3 fois 50 centimes (qu'on peut visualiser avec 3 pièces de 50 cts). Le second problème convoque la procédure du passage à l'unité. Le prix d'une unité est d'abord calculé, puis celui-ci est multiplié par 2 (type de question proposée en mai/juin). **Problèmes 3 et 4 :** Problèmes susceptibles d'être proposés dans les sujets de CM2. Ils sont de même nature que ceux de CM1 mais avec une difficulté plus importante liée à la variable didactique choisie pour le prix. 1 € 20 correspond à 3 fois 40 centimes (pas d'appui sur les pièces). **Problèmes 5 et 6 :** Problèmes susceptibles d'être proposés en 6e. Le problème 5 convoque la procédure du passage à l'unité. Deux stratégies sont possibles pour le problème 6 : • le passage à l'unité (calcul du prix d'une sucette puis multiplication par 6) • la procédure exploitant la linéarité de la proportionnalité (calcul du prix de 2 sucettes puis calculer la somme du prix de 2 sucettes et du prix de 4 sucettes, ou tripler le prix de 2 sucettes). Remarque 1 : Lire 2,10 € comme étant « deux euros et dix centimes » et non pas « deux virgule dix euros » ou « deux euros dix », en cohérence avec la lecture préconisée de 2,10 qui est « deux unités et dix centièmes » et non pas « deux virgule 10 ». Lire cette écriture « deux euros dix » encouragerait une fausse représentation d'un nombre décimal comme juxtaposition de deux entiers. Remarque 2 : Il est nécessaire systématiquement de questionner la proportionnalité des grandeurs en présence lors de la correction notamment lorsqu'il y a de l'implicite dans l'énoncé. On suppose ici que chaque sucette a le même prix.
	Problème :  On a des cubes identiques. 4 cubes empilés ont une hauteur de 10 cm. CM1 : Quelle est la hauteur de 8 cubes ? CM2/6e : Quelle est la hauteur de 6 cubes ?		La procédure du passage à l'unité (calcul de la hauteur d'un cube puis multiplication de celle-ci par 8) n'est pas efficiente. L'utilisation de la propriété de linéarité est plus adéquate pour une activité mentale. Pour la seconde question : on calcule la hauteur de 2 cubes puis on calcule la somme de la hauteur de 4 cubes et de celle de 2 cubes, ou le triple de la hauteur de 2 cubes.

	Énoncé	Réponse	Intention
	La proportionnalité sous toutes ses formes !		
Proportionnalité (suite)	Complète.	La figure ② est un agrandissement de la figure ①.   	Les situations de réduction/agrandissement sont propices à l'introduction du coefficient de proportionnalité. Dans ces situations le coefficient de proportionnalité n'a pas d'unité, ce n'est pas une grandeur composée (prix au kg, km/h…) Les élèves doivent en amont de ces questions « flash » comprendre « qu'agrandir, c'est multiplier par un nombre ». L'activité du « puzzle de Brousseau » vise cet objectif et permet de déconstruire les erreurs classiques d'additivité (j'ajoute 3 pour trouver les longueurs de la figure agrandie pour la première situation). Dans une situation d'agrandissement, la grandeur « longueur » des éléments de la figure agrandie est proportionnelle à la grandeur « longueur » des éléments associés de la figure initiale. Dans la première situation, le coefficient de proportionnalité est 2. La stratégie qui consiste à déterminer le coefficient de proportionnalité et à multiplier la longueur 2 cm par 2 est la plus efficiente dans la première situation. Dans la seconde situation, la détermination du coefficient de proportionnalité n'est pas si simple ($3 \div 2 = 1{,}5$), et la multiplication de 4 cm par 1,5 convoque aussi des automatismes qui sont encore en cours d'acquisition en fin de cycle 3. La procédure la plus efficiente dans le cadre d'une activité mentale est : « la longueur du rectangle ① est 2 fois plus grande que sa largeur, donc la longueur du rectangle ② est deux fois plus grande que sa largeur » (procédure exploitant la linéarité de la proportionnalité). Le passage à l'unité est également efficace ici (détermination des dimensions du rectangle de largeur 1 cm puis multiplication de ces dimensions par 3 pour obtenir les dimensions du rectangle ②. La situation 2 conduira certains élèves à ajouter 1 cm aux dimensions du rectangle ① pour déterminer celles du rectangle ②. Pour déconstruire cette erreur, on peut dans un premier temps représenter à l'échelle le rectangle de longueur 3 cm et de largeur 5 cm et constater qu'il n'a pas la « même forme » que le rectangle ①, puis en s'appuyant sur une situation plus simple, faire rappeler « qu'agrandir c'est multiplier et non additionner ».