



Lycée
A. Schweitzer
MULHOUSE

Olympiades de Physique 2021 – 2022

OVER THE RAINBOW



Louis François , Luna Pearson, Agathe Pospiech,
Mathilde Roecklin-Mihé, Elise Westrich, Chloé Zirone

Table des matières

1. Introduction
2. Reproduction d'un arc-en-ciel
 - 2.1 But général des expériences
 - 2.2 Premiers essais
 - 2.3 Essais extérieurs
 - 2.4 Expérience finale
3. Angle d'observation de l'arc
 - 3.1 Mesure dans le jardin
 - 3.2 La forme de l'arc
 - 3.3 Explications théoriques et modélisation de la déviation
 - 3.4 Mesure de l'angle de déviation par de l'eau contenue dans un cristallin
4. Couleurs de l'arc-en-ciel
 - 4.1 Mise en évidence de la dispersion de la lumière et du minimum de déviation
 - 4.2 Mesure des paramètres de la loi de Cauchy
 - 4.3 Visualisation avec Geogebra
 - 4.4 Comment l'observateur perçoit-il les couleurs de l'arc-en-ciel ?
5. Observation avec une goutte d'eau : arcs surnuméraires
 - 5.1 But de l'expérience
 - 5.2 Protocole de l'expérience
 - 5.3 Résultats obtenus
 - 5.4 Interprétation des franges : théorie de Young
 - 5.5. Mesures au goniomètre
 - 5.6 Modélisation avec Python
6. Conclusion
7. Remerciements
8. Sources

1. Introduction

Depuis la nuit des temps, l'arc-en-ciel fascine les Hommes par sa beauté et sa complexité. Pour de nombreuses civilisations, il représente un pont ou un chemin que seuls les plus divins pourraient emprunter. De plus, l'arc en ciel a beaucoup de symboles. Par exemple pour les Irlandais, l'or du leprechaun se cacherait au pied de l'arc. C'est donc, par la définition d'un arc en ciel, un trésor inatteignable. Nous allons à travers notre projet expliquer l'ensemble des phénomènes présents dans un arc-en-ciel en les reproduisant à différentes échelles.

La photo de la page 1 a été prise au lycée un matin d'hiver. Le ciel est gris, il pleut là où se forme l'arc. Le photographe a le soleil dans le dos. Nous observons un arc qui a l'air circulaire, symétrique par rapport à la position du photographe, la couleur rouge se trouve au-dessus, la couleur bleue en-dessous.

Dans certaines situations, nous n'observons qu'un morceau d'arc, et quelques fois un 2^{ème} arc, moins intense dont les couleurs sont inversées par rapport au premier. Toutes ces observations mènent aux questions suivantes :

- **Pourquoi observons-nous un arc-en-ciel avec le soleil dans le dos ?**
- **Pourquoi le voyons-nous mieux le matin ou en fin d'après-midi ?**
- **Pourquoi y-a-t-il apparition de couleurs ? Pourquoi cet ordre ? Pourquoi un 2^{ème} arc dont les couleurs sont inversées ?**
- **Où est le centre de l'arc ? Quelle est la taille de l'arc ?**

2. Reproduction d'un arc-en-ciel

2.1 But de l'expérience général

Dans ce projet, le but ultime était de réaliser avec toutes les conditions réunies un arc-en-ciel. Seulement quand le soleil n'est pas au rendez-vous et les gouttes d'eau peu adéquates, la tâche peut s'avérer complexe. Cela ne nous a cependant pas effrayé.

2.2 Premiers essais

Principe de la première expérience :

Nous avons commencé par réaliser ce qui nous venait tout bêtement à l'esprit, c'est-à-dire de prendre un petit vaporisateur et une lampe d'optique. Nous projetions la lumière contre un mur avec un lavabo en dessous. Quelqu'un vaporise ensuite au-dessus de l'évier. Les observateurs devaient se placer entre la lampe et la source de gouttes dans un angle d'environ 45° pour espérer observer un arc-en-ciel.

Résultats :

Malheureusement, malgré plusieurs tentatives, aucun arc-en-ciel n'a été observé. D'après nous cet échec est dû à la mauvaise qualité de la lampe et des gouttes, qui n'étaient pas assez nombreuses. Nous envisageons aussi la possibilité d'un problème avec le fond (la couleur des murs).

2.3 Essais extérieurs

Principe de la seconde expérience :



Nous avons tenté de faire des arcs en ciel dans notre jardin, qui est la façon la plus simple d'en faire. Nous avons obtenu un arc dans le rideau d'eau du tuyau d'arrosage. Il fallait cependant déplacer le tuyau jusqu'à l'apparition de l'arc. Le résultat a été optimal.

Nous pouvons observer sur cette photo un arc, qui se forme sur le rideau d'eau. Le Soleil est dans le dos du photographe qui a dû se déplacer pour observer l'arc.

Ensuite, nous avons remplacé le tuyau d'arrosage par un pulvérisateur. Par chance, il faisait encore assez beau à l'extérieur pour avoir un bon soleil. Lorsque le pulvérisateur était à une position optimale par rapport au soleil et à l'observateur, nous avons réussi à créer un arc en ciel.

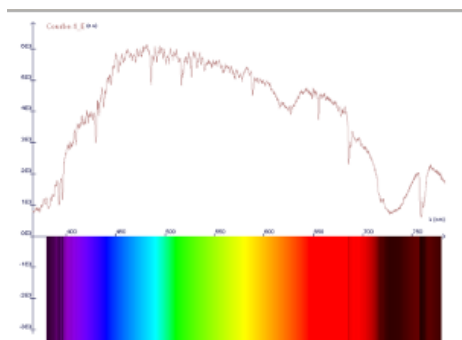


Dans les deux cas, l'ordre des couleurs est conforme à celui de l'arc naturel.

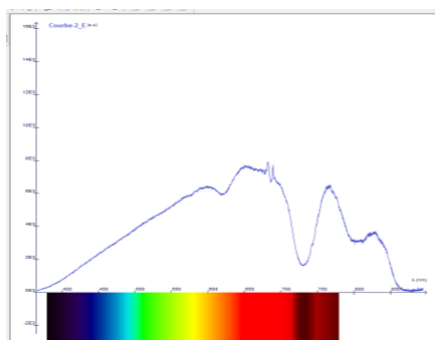
2.4 Expérience finale

Pour finir, notre expérience finale a consisté à la réalisation d'un arc en ciel mais en intérieur. Évidemment, pour des questions de propreté et d'eau, nous avons dû nous munir d'une grande bâche noire. La bâche noire permet aussi et principalement d'avoir un fond sombre pour apercevoir dans de meilleures conditions un arc-en-ciel.

Au niveau de la source de lumière, nous avons utilisé une lampe de chantier de 500 W. Son spectre est différent de celui du soleil.

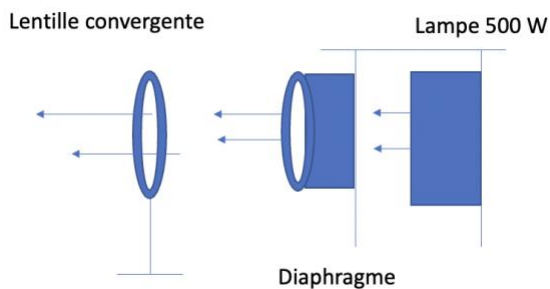
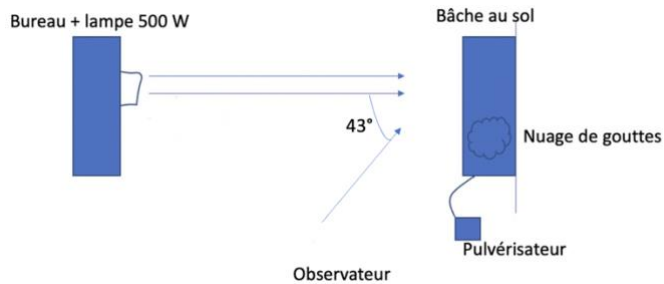


Spectre solaire



Spectre lampe 500 W

Au début, il y a eu des soucis au niveau de la dispersion de la lumière, qui n'était pas assez concentrée sur la bâche. Pour résoudre ce problème, nous avons mis une lentille convergente devant la lampe. Nous avons également construit un petit dispositif composé d'un bout de cylindre en PVC sur un socle découpé, dont voici l'aspect



Nous avons pu obtenir cet arc en ciel à droite de la lumière et dans un angle de 45° .

Le défi a été relevé, nous avons réalisé un arc-en-ciel en intérieur avec des conditions non-naturelles.

3. Angle d'observation de l'arc

Dans toutes nos manipulations, nous avons observé que l'apparition de l'arc ne se fait que pour une position précise de l'observateur, nous avons donc cherché à évaluer cette position.

3.1 Mesures dans le jardin :

Réalisation d'un arc en ciel grandeur nature :

A la rentrée, avec ma coéquipière Mathilde, nous avons décidé de mettre en œuvre un arc-en-ciel maison dans un jardin. L'idée était de comprendre les subtilités de l'arc en ciel. Nous sommes parties du principe que s'il nous était jusqu'à présent impossible d'en faire un potable en laboratoire ou en tout cas en intérieur, c'était parce qu'un détail nous échappait. Le but a donc été de prendre toutes les mesures possibles.

Principe de l'expérience :

Voici le protocole que nous avons suivi :

- 1/ placer une ficelle de 2m dans l'axe du soleil ;
- 2/ se munir d'un jet d'eau et le déplacer tout d'abord vers la droite jusqu'à apercevoir un arc (le côté droit du jet) ;
- 3/ placer la ficelle, ici, qui représente l'hypoténuse du triangle de droite ;

4/ fermer avec la ficelle du côté opposé de l'angle alpha.

Arc tangente (côté opposé/côté adjacent)

Schéma de l'expérience :

5/ Nous aurions pu mesurer les angles avec un rapporteur, mais celui que nous avons n'était pas assez précis. Nous avons alors calculé les angles α , en utilisant la relation trigonométrique :

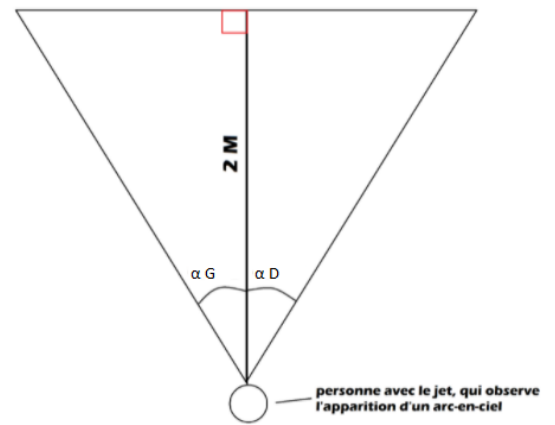
$$\alpha = \arctan(\text{côté opposé} / \text{côté adjacent})$$

6/ Répéter les mêmes opérations en déplaçant le jet d'eau vers la gauche.

Réalisation du protocole :

La seconde étape a été de construire deux triangles par rapport à l'axe du Soleil. Le but était de voir quand et où le début de l'arc était observable. Voici l'aspect :

Position de l'observateur dos au soleil



Deux triangles rectangles



Résultats des mesures et explications :



	Mesure du côté opposé (m)	Angle calculé
A droite	1,74	$41^\circ \pm 2^\circ$
A gauche	3,61	$61^\circ \pm 2^\circ$

Nous n'avons pas obtenu le même angle à droite et à gauche. On observe une différence de 20° entre les deux angles. Nous pensons que cette différence est due au mouvement de la Terre par rapport au Soleil entre les deux mesures car un peu plus d'une heure s'est écoulée.

Explications : $T_s = 24\text{h} \rightarrow 360^\circ$; $1\text{h} \rightarrow 360/24 = 15^\circ$

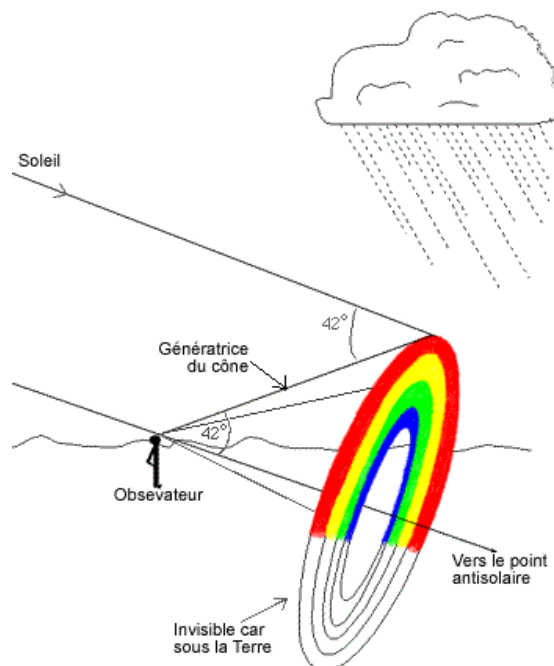
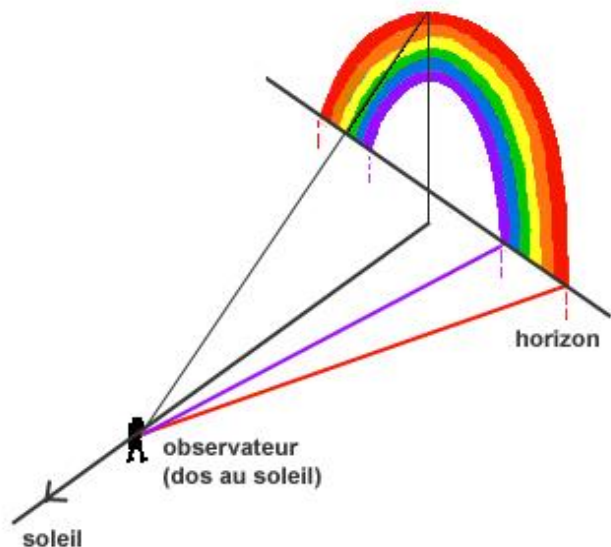
Nous observons qu'en une heure sur le plan équatorial, la Terre a tourné de 15° , cet angle calculé peut expliquer les 20° de différence observée lors de l'expérience dans le jardin. La différence de 5° s'explique du fait que nous ne sommes pas sur le plan équatorial.

Conclusion :

L'arc-en-ciel se forme dans un rideau d'eau, à environ 45° de l'axe soleil observateur.

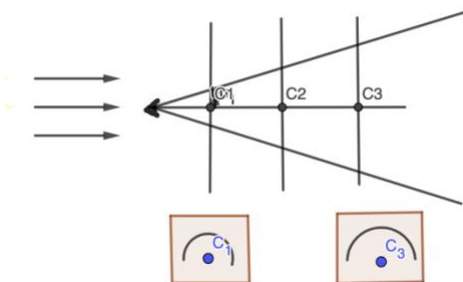
Nous avons ainsi mené une petite expérience avec une finalité satisfaisante, en prenant en compte les changements de notre environnement.

3.2 La forme de l'arc-en-ciel



Nous avons obtenu deux angles de 45° de part et d'autre du triangle, lors de nos mesures dans le jardin. Ce qu'il aurait été intéressant de faire également est de déplacer le jet de haut en bas, cela nous aurait permis d'obtenir un angle de 45° en hauteur. Nous aurions donc trois angles qui formeraient la forme d'un arc. Cette configuration nous indique que la forme du phénomène est éventuellement un arc. L'arc-en-ciel est ainsi l'intersection entre le plan vertical constitué par le mur d'eau et un cône de sommet les yeux de l'observateur et d'angle de 45° . La génératrice de ce cône est la droite passant par les yeux de l'observateur et la direction soleil observateur. Le centre de l'arc est l'intersection de la génératrice du cône et le rideau d'eau.

Ainsi notre vision est comme un cône qui lorsqu'il est aligné avec le soleil permet de voir un arc-en-ciel sur son pourtour, qui forme un cercle.

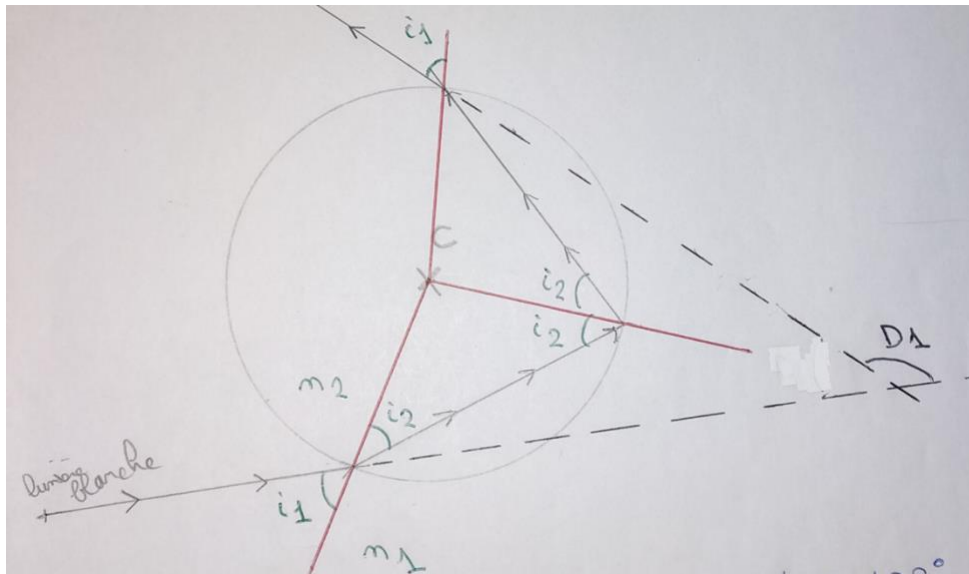


Plus le rideau d'eau, qui est dans l'alignement de notre œil, est proche, plus l'arc que nous verrons sera petit.

C'est ainsi que nous pouvons conclure que la forme d'un arc-en-ciel est un cercle dont une partie du cercle n'est pas visible.

3.3 Explications théoriques sur la déviation

L'arc en ciel résulte de réfractions et de réflexions des rayons solaires à l'intérieur de gouttes d'eau : nous allons montrer pourquoi nous observons l'arc en ciel le soleil dans le dos et face à la pluie.



La lumière du soleil arrive sur la goutte d'eau avec un angle d'incidence i , par rapport au rayon de la goutte.

Une partie de la lumière est réfractée par l'eau selon un angle i , avec le rayon de la goutte. La lumière réfractée rencontre l'interface eau-air où elle peut soit être transmise, soit être réfléchi.

L'angle de déviation D est l'angle entre la direction du rayon incident et la direction de l'angle dévié. Cet angle est donné par la somme des déviations occasionnées.

Schémas et calculs théoriques :

Nous avons réalisé des schémas qui permettent d'obtenir les formules permettant de calculer l'angle entre le rayon incident et le rayon dévié sortant de la goutte en fonction du nombre de réflexions internes. Voir ces schémas dans le document annexe.

Nombres de réflexion interne	0	1	2	3	4
Expression de la déviation ($^{\circ}$)	$D_0 = (i_1 - i_2) \times 2$	$D_1 = 180 + 2i_1 - 4i_2$	$D_2 = 360 - 6i_2 + 2i_1$	$D_3 = 540 - 8i_2 + 2i_1$	$D_4 = 720 - 10i_2 + 2i_1$

Pour vérifier la formule de D , nous avons réalisé un schéma d'une goutte d'eau et nous traçons grâce à un rapporteur les angles corrects.

Grâce à ce schéma présent dans le document annexe, nous avons vérifié que notre formule était correcte.

Représentation Python :

Nous avons utilisé l'outil informatique python pour représenter l'angle de déviation en fonction de l'angle incident pour des rayons réfléchis de 0 à 4 fois à l'intérieur d'une goutte d'eau et de glycérine grâce aux formules mises en place. (Programme python en annexe)

Nous pouvons voir sur le graphique les angles de déviation D_0, D_1, D_2, D_3 et D_4 en fonction de l'angle i , pour une goutte d'eau.

Nous observons que lorsqu'aucune réflexion interne ne se produit $D_0(i)$ est une courbe monotone croissante.

Pour D_1 en revanche (une réflexion interne), nous avons un minimum de déviation d'environ 137° pour un angle incident i d'environ 60° .

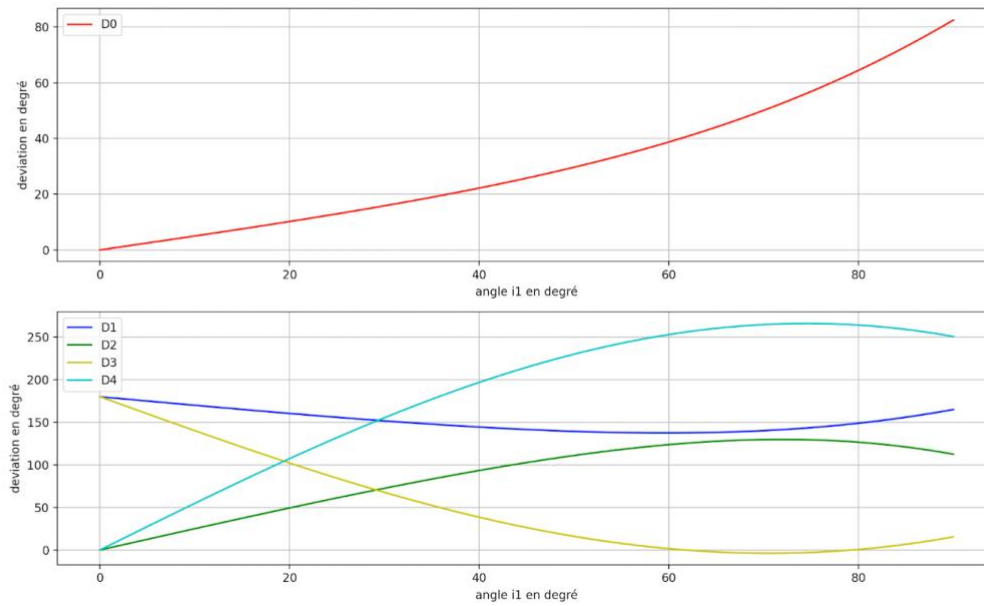
Nous trouvons aussi les valeurs de minimum ou de maximum de déviation pour D_2, D_3, D_4 : respectivement 50° , environ 0° et 95° pour des valeurs de i de respectivement $72^{\circ}, 70^{\circ}$ et 74° .

Pour obtenir des valeurs angulaires plus précises, nous avons dérivé la déviation d_1 en fonction de l'angle incident i_1 . La fonction dérivée s'annule au niveau du minimum de déviation. Nous pouvons ainsi trouver la valeur des angles i_1 et D_1 au minimum de déviation. **Les valeurs ainsi trouvées sont $i_1 = 59,49^{\circ}$ et $d_1 = 137,48^{\circ}$**

Ces minimums ou maximum de déviation représentent des accumulations de lumière, car pour un nombre relativement important d'angles d'incidence différents, nous avons le même angle de déviation.

Les angles présentés ici sont calculés avec l'indice moyen de l'eau : 1,33. Nous avons aussi calculé les angles avec l'indice moyen de la glycérine : 1,47. Ces valeurs sont en annexe.

En rouge, D0, en bleu D1, en vert D2



C'est parce qu'il y a accumulation de lumière que les arcs-en-ciel sont visibles. L'arc observé usuellement correspond à une seule réflexion interne dans la goutte d'eau. Il arrive d'observer des arcs qui correspondent à deux réflexions internes, bien moins lumineuses, car à chaque réfraction et à chaque réflexion interne la lumière perd de la luminosité.

Il est donc très rare d'observer des arcs d'ordre plus élevés.

Représentation Geogebra :

Pour représenter les réflexions internes dans la goutte, nous avons modélisé cette dernière grâce à l'outil informatique Geogebra. Nous pouvons donc grâce à cet outil faire varier l'angle incident et observer les différences que cela crée sur l'angle de déviation. **On peut donc observer, comme calculé grâce à Python, un minimum de déviation à un angle incident d'environ 60°. La déviation est alors d'environ 137°.** Ces résultats sont cohérents avec les données calculées.

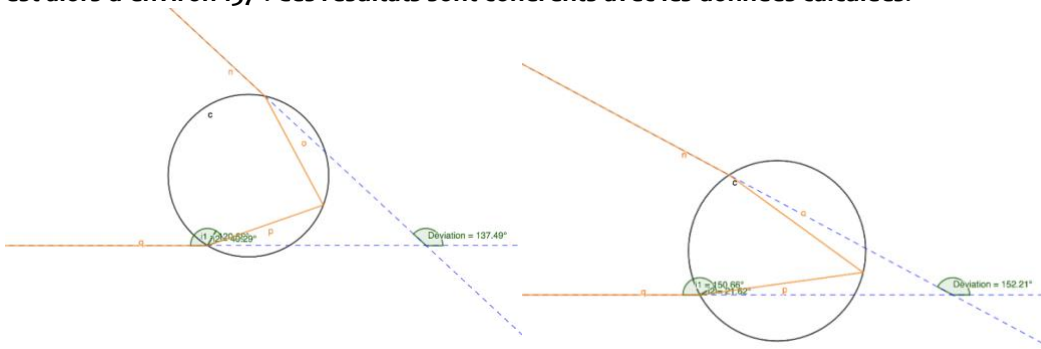


Figure réalisée sur Geogebra représentant un rayon monochromatique au minimum de déviation : $i = 60^\circ$ et $D = 138,5^\circ$



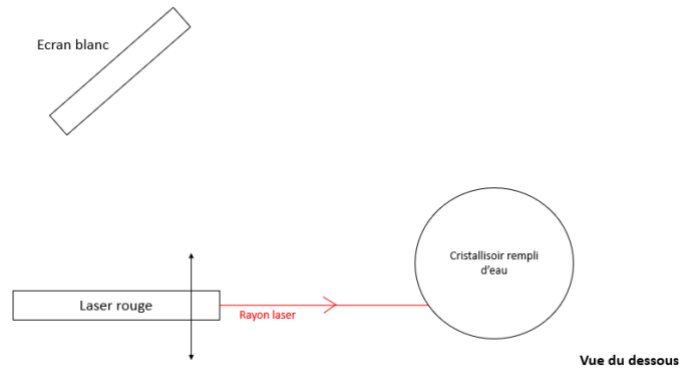
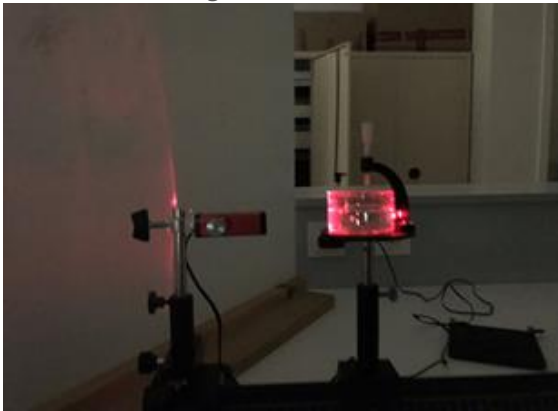
3.4 Mesure avec le cristallisoir

Le but est de mesurer l'angle de formation des arcs-en-ciel en étudiant le minimum de déviation. Pour cela, nous allons reproduire ce qui se passe dans un arc-en-ciel à l'échelle d'une seule goutte et ainsi mesurer l'angle de déviation en fonction de l'angle d'incidence.

Protocole général de l'expérience :

Nous avons simulé la réfraction d'un rayon sur une goutte d'eau grâce à un laser éclairant un cristallisoir rempli d'eau distillée et un écran blanc derrière le laser.

Schéma du montage :



La déviation est matérialisée par l'image du faisceau lumineux sur l'écran blanc (une tâche). Plus l'angle entre le rayon laser et le rayon émergent est petit, plus la déviation est faible. Lorsque le faisceau éclaire le centre du cristalliseur, l'incidence est nulle. La déviation est de 180° . A partir de cette incidence nulle, nous déplaçons le laser latéralement pour faire varier l'angle incident sur le cristalliseur. Plus l'angle d'incidence augmente, plus la déviation diminue. Cependant, ceci n'est vrai que jusqu'à un certain angle incident, où la position de la tâche sur l'écran ne varie plus, nous sommes alors au minimum de déviation. Puis, lorsque nous poursuivons la translation du laser et que nous augmentons donc encore l'angle d'incidence, l'angle de déviation augmente.

Grâce à des feuilles blanches disposées sous le récipient et sur l'écran blanc, nous pouvons tracer les différents angles des rayons pour pouvoir mesurer l'angle de déviation.

Tracé des rayons expérimentaux et des angles mesurés au rapporteur :

Nous mesurons :

$$I_i = 61,0^\circ \text{ et } D_i = 135,5^\circ \pm 3,0^\circ$$

On observe également qu'au minimum de déviation, le rayon est le plus concentré, ce qui est expliqué par l'accumulation de lumière citée précédemment.

Nous avons réalisé la même expérience avec de la glycérine. Nous obtenons les mesures suivantes :

$$I_i = 55^\circ \pm 5^\circ \text{ et } D_i = 154^\circ \pm 1^\circ$$

Nous avons une grande incertitude sur l'angle incident, car le cristalliseur n'était pas parfaitement régulier, et le tracé de la tangente au cercle était alors peu précis.

Les valeurs théoriques calculées grâce à Python, aux formules déterminées et à l'indice de la glycérine qui est de 1,47 sont :

$$I_i = 51,48^\circ \text{ et } D_i = 154,33^\circ$$

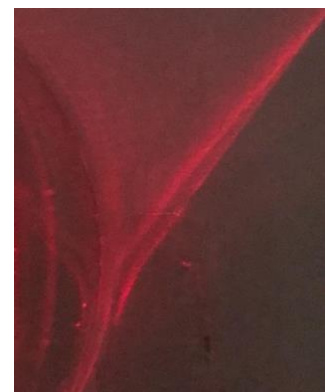
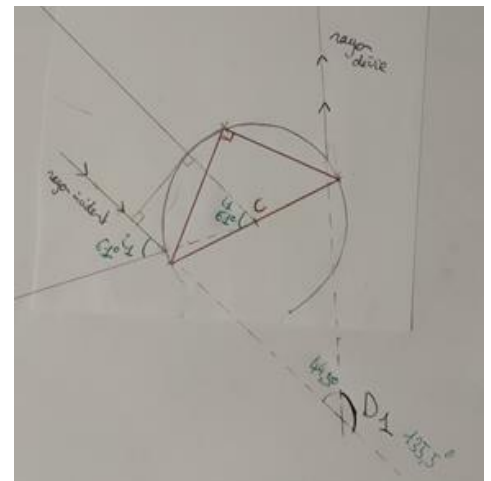
Les mesures sont cohérentes avec les valeurs théoriques calculées.

Conclusion de l'expérience :

Le résultat obtenu par l'expérience pour l'eau est cohérent avec les résultats obtenus par le calcul et les résultats obtenus graphiquement sur python ainsi que sur Geogebra. Le minimum de déviation est de 138 degrés pour un angle d'incidence de 60 degrés.

Les résultats obtenus par l'expérience pour la glycérine sont cohérents avec les résultats obtenus sur python.

Nous rencontrons cependant un problème avec le verre du récipient : le rayon du laser est réfléchi sur le premier dioptre et ensuite sur le deuxième (la deuxième surface de verre). Ainsi, deux rayons sortent ce qui provoque des problèmes pour les mesures. Pour résoudre ce problème, il faudrait prendre en compte l'indice de réfraction du verre dans nos calculs ainsi que son épaisseur.



4. Couleurs de l'arc-en-ciel

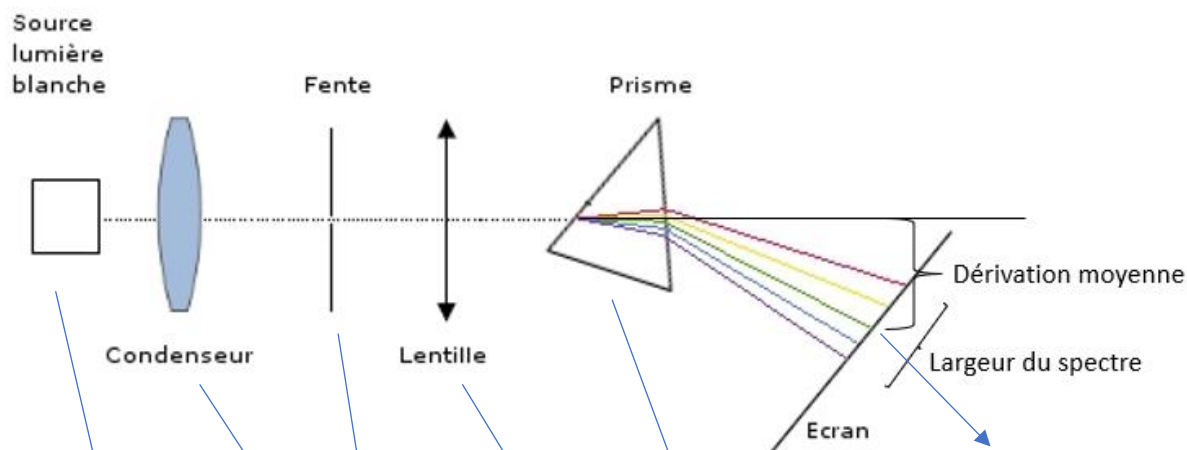
4.1 Mise en évidence de la dispersion de la lumière et du minimum de déviation

Les couleurs de l'arc-en-ciel sont dues à la dispersion de la lumière par les gouttes d'eau. Comme la goutte d'eau, le prisme réfracte la lumière selon les lois de Descartes. Nous observons alors la dispersion et la déviation de la lumière par un prisme rempli d'eau et deux prismes en verre (1 crown, 1 flint).

Matériel : une lampe 12V et son alimentation, une fente, une lentille 125 mm, un banc et des pieds
1 prisme rempli d'eau et 2 prismes en verre (1 crown, 1 flint)

Schéma de l'expérience :

Résultats :



Comme pour la goutte d'eau, en tournant le prisme, on a mis en évidence l'existence d'un minimum de déviation. La déviation moyenne et la largeur du spectre dépendent de la nature du prisme. L'arc coloré apparaît plus loin et plus large avec le prisme Crown qu'avec le prisme à eau, cela signifie que nous n'avons pas la même déviation, car l'angle est plus loin et pas la même dispersion, car le spectre est plus large.

Tableau représentant les résultats :

	EAU	GLYCERINE	CROWN	FLINT
DEVIATION MOYENNE	Petite	Moyenne	Moyenne	Grande
LARGEUR DU SPECTRE	Faible	Moyenne	Moyenne	Grande
INDICE MOYEN	1,33	1,47	1,52	1,74

Conclusion : plus l'indice du milieu est grand, plus la déviation est grande et plus le spectre est large.

4.2 Mesure des paramètres de la loi de Cauchy

La dispersion de la lumière s'explique par le fait que l'indice d'un milieu dépend de la longueur d'onde de la lumière, donc des couleurs qui composent la lumière blanche.

L'indice n d'un milieu est défini par $n = c_0/c$.

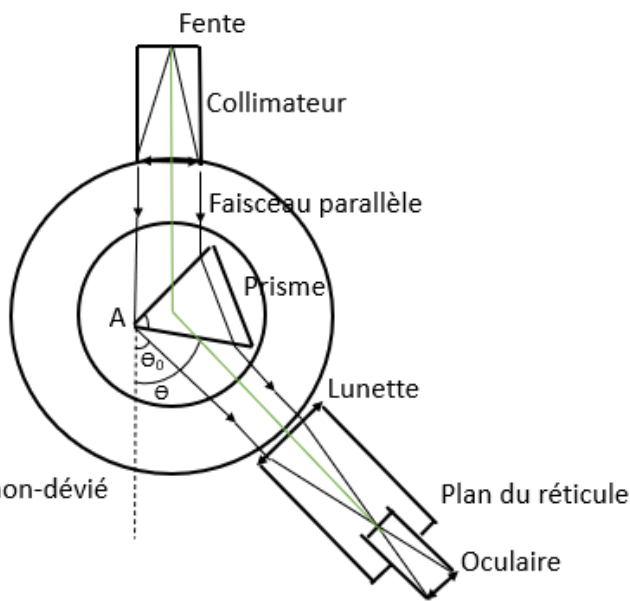
où c_0 est la célérité de la lumière dans le vide, et c la célérité de la lumière dans la matière. C'est la vitesse de la lumière dans la matière qui dépend de la nature de la matière et de la longueur d'onde.

La loi de Cauchy établit la relation $n = A + B/\lambda^2$.

où n est l'indice du milieu, λ la longueur d'onde du milieu et A et B deux constantes dépendant du milieu.

Nous avons fait une seconde expérience afin de déterminer les indices de l'eau de chaque couleur. Pour cela nous avons utilisé un goniomètre et un prisme à eau utilisé au minimum de déviation. Le but de cette expérience est de caractériser la dispersion due à la goutte en mesurant l'indice en fonction de λ .

Pour réaliser cette expérience nous avons eu besoin :



- D'un goniomètre équipé d'une fente, d'un collimateur réglé à l'infini et d'une lunette autocollimatrice.
- D'une lampe à vapeur de mercure dont nous connaissons les longueurs d'onde du spectre de raies
- D'un prisme rempli d'eau

Nous avons tout d'abord réglé le goniomètre pour observer nettement l'image de la fente en l'absence du prisme. En plaçant sur prisme sur le plateau nous cherchons avec l'oculaire la position du rayon dévié. En tournant le prisme, nous avons cherché le minimum de déviation, lorsque la raie étudiée faisait un aller-retour. Suite à cela nous avons lu l'angle correspondant à cette position, en degrés, minutes et secondes d'arc.

Nous avons répété trois fois chaque mesure, puis déterminé la moyenne pour calculer l'indice.



Spectre

de la lampe à vapeur de mercure, longueurs d'onde en nm :

Résultats :

Couleur	Longueur d'onde (nm)	Mesure 1 θ_1	Mesure 2 θ_2	Mesure 3 θ_3	Moyenne θ_m	$D = \theta_m - \theta_i $	Indice n
Raie violette θ_v	405	20°29'30"	20°29'00"	20°29'10"	20°29'13"	24°27'80"	1,353
Raie bleue θ_b	436	20°38'40"	20°38'30"	20°38'40"	20°38'37"	24°18'56"	1,350
Raie verte θ_v	546	21°03'20"	21°03'50"	21°03'40"	21°03'37"	23°53'56"	1,344
Raie jaune θ_j	579	21°09'40"	21°09'50"	21°09'20"	21°09'37"	23°47'56"	1,343
Rayon non dévié θ_n		44°56'50"	44°57'00"	44°57'30"	44°56'93"		

Incertitude de 00°00'10"

D est le minimum de déviation. Nous avons remarqué que le minimum de déviation varie en fonction de la longueur d'onde de la raie.

La déviation de la lumière dépend donc de la longueur d'onde du rayon et de l'indice du milieu qu'il traverse. Cela nous permet de calculer pour chaque longueur d'onde l'indice n avec :

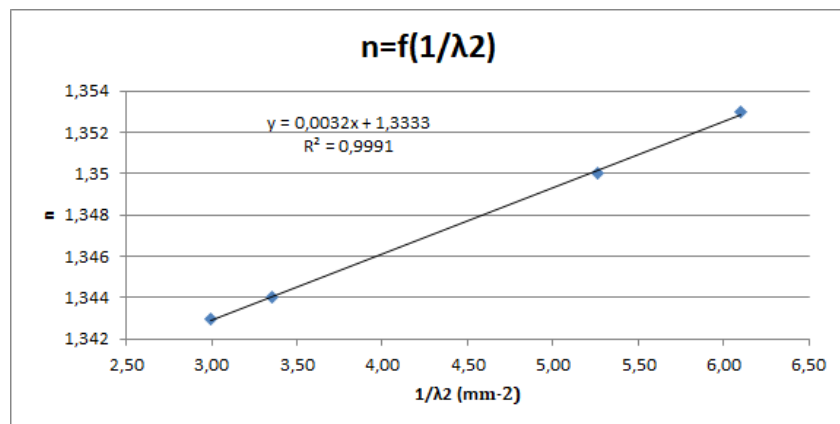
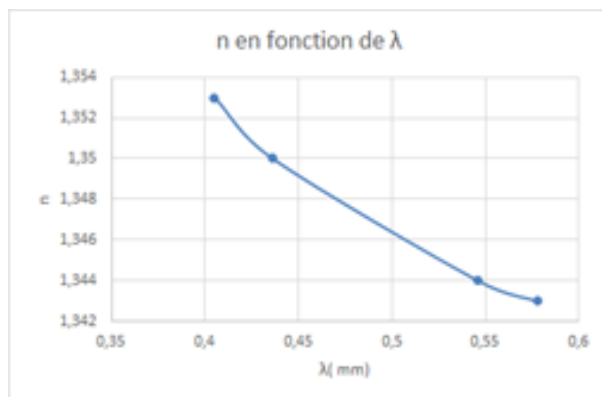
$$n = \sin(D/2 + A/2) \sin(A/2) \text{ où } D = |\theta_m - \theta_0| ; A \text{ est l'angle au sommet du prisme. Ici } A = 59,5^\circ$$

Les résultats des calculs sont regroupés dans ce tableau :

Couleurs	angle mesuré						sommet de A						
	Angle mesuré en degré	n	A	°	'	"	Degrés	Minutes	Secondes	Longueur d'onde	Lamda carre	1/lamda carre	N calcul
Jaune	23,3	1,33	59,5	23	20	5	59	32	40	579,1	335357	2,98E-06	1,34
Violette	24,1	1,34	59,5	24	3	4	59	32	40	404,7	163782	6,11E-06	1,35
Vert	23,4	1,33	59,5	23	26	4	59	32	40	546,1	298225	3,35E-06	1,34
Bleu	23,9	1,34	59,5	23	51	5	59	32	40	496,1	246115	4,06E-06	1,34

Ces résultats nous permettent d'observer la dispersion due à la goutte en fonction de lambda.

La loi de Cauchy et ses coefficients : $n = A + B/\lambda^2$ où n est l'indice du milieu, λ la longueur d'onde du milieu et A et B deux constantes dépendant du milieu.



D'après ce graphique, **A = 1,3333** et **B = 0,0032 mm²** donc **n = 1,3333 + 0,0032/λ²** avec λ en mm.

Cette étude a également été réalisée pour la glycérine (voir courbes en annexe).

4.3 Visualisation avec Geogebra :

Représentation de la décomposition de la lumière dans une goutte :

Grâce au logiciel Geogebra, nous pouvons représenter cette différence d'angle de déviation pour chaque longueur d'onde de la lumière (violet au rouge) dans une goutte d'eau.

Prenons un exemple pour un angle d'incidence de 60 degrés.

Avant de pouvoir réaliser la figure sur Geogebra, il faut calculer l'angle de réfraction pour chaque longueur d'onde choisie grâce à la loi de Snell-Descartes :

Les lois de Snell-Descartes sont les lois décrivant les phénomènes de réfraction et de réflexion et les relations mathématiques entre les angles i_1 , i_2 et r .

$$n_1 \times \sin(i_1) = n_2 \times \sin(i_2)$$

où n_1 est l'indice optique du milieu de propagation du rayon incident et n_2 est l'indice optique du milieu de propagation du rayon réfracté

Indice de réfraction dans l'eau : $n_{\text{rouge}} = 1,330$ $n_{\text{vert}} = 1,333$ $n_{\text{bleu}} = 1,33$

Visualisation sur Geogebra :

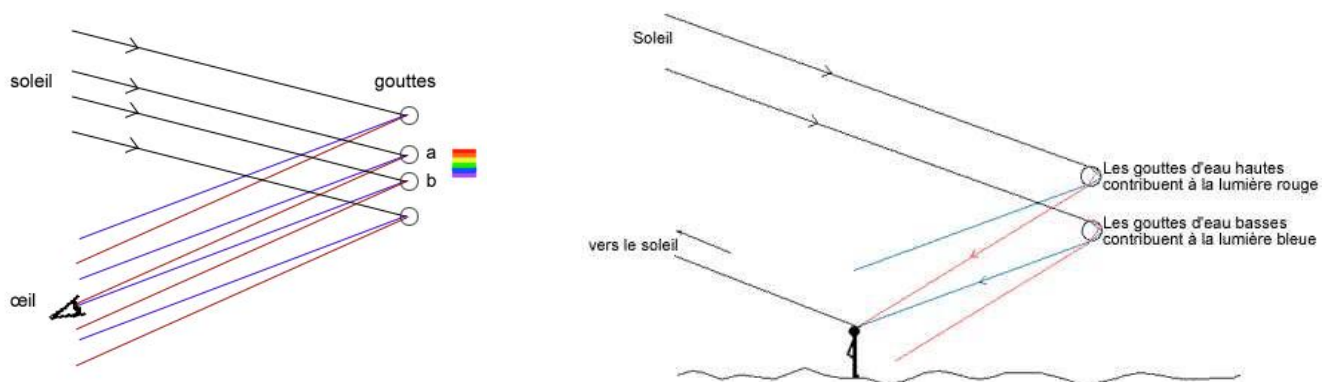
Voir les images en annexe

Si nous agrandissons cette figure, nous pouvons effectivement observer une déviation différente pour chaque couleur (ici bleu, vert et rouge) que nous avons pu remarquer expérimentalement.

L'aspect coloré de l'arc-en-ciel résulte donc de la différence de réfraction entre les rayons de différentes couleurs qui entrent dans la goutte.

4.4 Comment l'observateur perçoit-il les couleurs de l'arc-en-ciel ?

Pour que l'observateur puisse voir l'arc-en-ciel, il faut que la lumière émergente de la goutte arrive dans son œil. Comme l'angle de déviation dépend de la longueur d'onde, l'œil ne peut voir tous les rayons de lumière émergente d'une même goutte. L'observateur va donc voir la lumière bleue émergente de certaines gouttes, la lumière rouge émergente d'autres gouttes, etc.



Sur la figure ci-contre, nous avons représenté les faisceaux réfractés par 4 gouttes : les gouttes du haut et du bas ne renvoient rien dans l'œil de l'observateur. Par contre, la goutte a envoie un rayon rouge et la goutte b renvoie un rayon bleu. Ce qui justifie que dans un arc en ciel, le bleu se trouve en dessous du rouge.

5. Observation avec une goutte : les arcs surnuméraires

5.1 But de l'expérience

Dans l'expérience avec le cristalliseur vue en 3.4, la paroi en verre pose problème à cause de la paroi de verre. Pour pallier les déviations indésirables, nous avons voulu travailler sur une goutte « nue », plus petite mais sans ambiguïté quant aux déviations de la lumière. Nous avons donc éclairé une goutte avec un laser monochromatique.

Ecran pour observer la déviation du faisceau



Laser sur un support de déplacement latéral

Burette

5.2 Protocole de l'expérience

Pour réaliser l'expérience nous avons eu besoin d'un banc, de pieds qui se déplacent latéralement, pour que le laser et la burette soient bien immobiles et sur le même axe, d'un laser vert, d'une burette, d'un écran, d'une caméra Caliens et du logiciel Caliens. Le montage consiste à placer sur un banc le laser et la burette. Notre but étant de faire passer le laser sur un

des côtés de la goutte au minimum de déviation, le montage doit être le plus stable possible mais également très précis afin de bien placer le laser pour sur la goutte.

Pour éviter les réflexions dues à la burette, nous plaçons un morceau de scotch noir dessus. Nous formons ensuite une goutte qui reste en suspension.

Une fois le matériel en place, nous dirigeons le laser vers la goutte d'eau, puis nous faisons varier sa position sur la goutte. Nous plaçons un écran sur le côté de la burette pour observer la déviation du laser. Lorsqu'il atteint le minimum de déviation, nous devons, comme pour le cristalliseur, mesurer l'angle de déviation du laser, mais nous avons découvert un phénomène inattendu : des franges !

Nous nous sommes alors demandé si ces dernières pouvaient être les arcs surnuméraires qui apparaissent parfois au côté de l'arc principal (photo ci-dessous), et si l'étude de ces franges pouvait nous permettre de mieux comprendre l'apparition et l'origine de ces arcs.



Les arcs surnuméraires sont en général au nombre de deux ou trois et apparaissent, parfois, au-dessous de l'arc primaire ou au-dessus de l'arc secondaire (ils sont alors plus difficiles à observer), c'est-à-dire toujours du côté du violet.

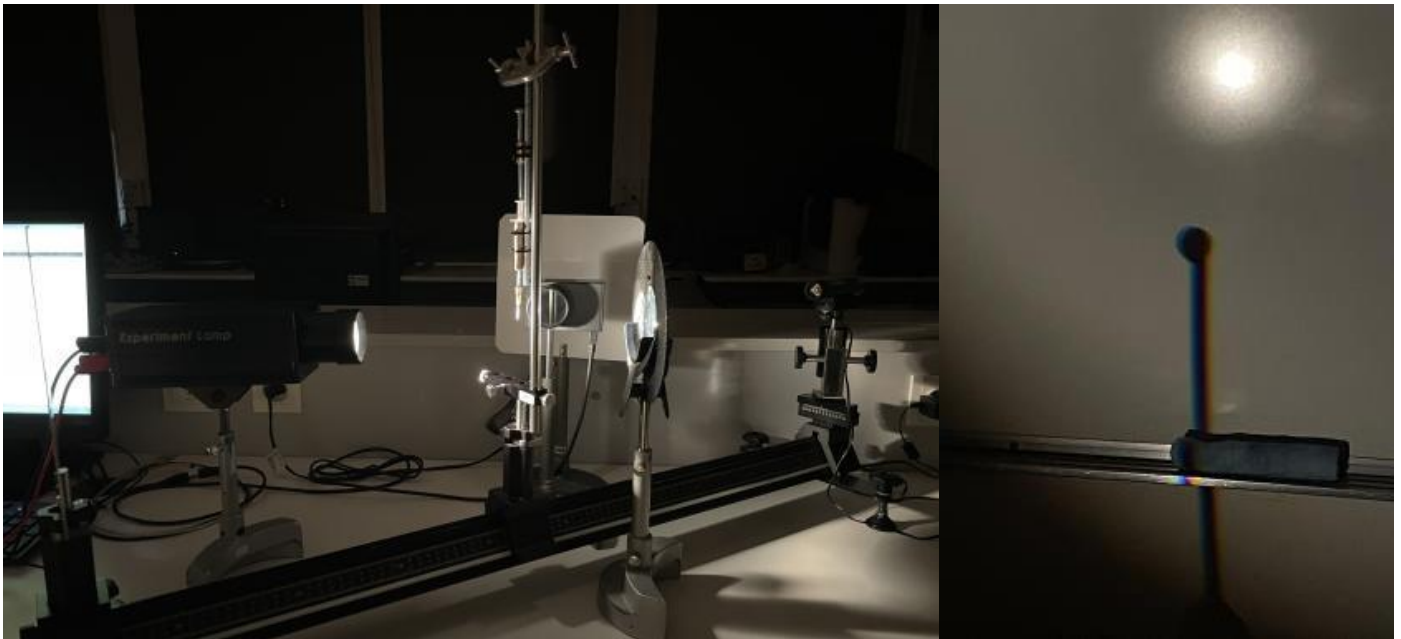
On peut en voir sur la photo ci-contre, prise dans la campagne sundgauvienne le matin du concours académique alors que nous voyageons vers Lyon !!

Les arcs surnuméraires apparaissent lorsque le diamètre des gouttes est inférieur à 1 mm environ et entourent rarement les arcs secondaires. Ils reçurent leur première explication par Thomas Young (1773-1829), qui mit en évidence la théorie ondulatoire de la lumière, et les interférences entre les ondes lumineuses lors de leur réflexion.

Sur l'écran, nous avons observé qualitativement que l'interfrange, distance entre deux franges successives, diminue lorsque la taille de la goutte augmente.

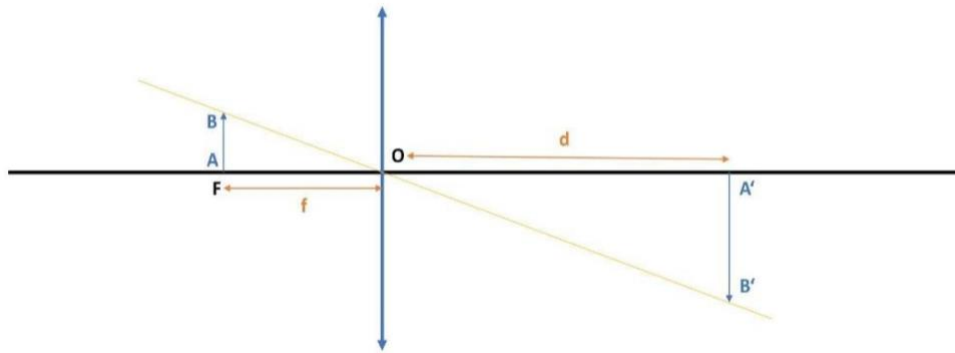
Nous avons donc émis l'hypothèse de l'existence d'une relation entre ces deux grandeurs.

Pour pouvoir mesurer l'interfrange en même temps que la taille de la goutte, nous avons modifié le montage : nous avons remplacé la burette par une seringue pour obtenir une goutte plus petite et réguler sa taille plus précisément, nous avons utilisé la caméra Caliens à la place de l'écran, et dans un même temps, nous avons projeté la goutte sur un écran pour mesurer sa taille réelle.



Dispositif de projection :

Nous alignons sur la banc le laser et la goutte, nous cherchons les franges sur l'écran et nous plaçons la caméra là où se forment les franges. Dans une autre direction, nous alignons la lampe blanche, la goutte et la lentille pour mesurer la taille de l'image de la goutte formée sur le tableau.



Avec un peu de trigonométrie et d'après les propriétés des lentilles convergentes, on trouve les égalités suivantes :

$$\frac{\overline{AB}}{f} = -\frac{\overline{A'B'}}{d} \text{ d'où } \overline{AB} = -\frac{\overline{A'B'}}{d} * f$$

Nous mesurons d, distance lentille-écran, nous mesurons A'B' le diamètre de l'image de la goutte et connaissons f la distance focale de la lentille de projection. Nous pouvons donc en déduire le diamètre réel de la goutte.

5.3 Résultats obtenus

Nous avons monté le matériel et cherché la réflexion et les franges. L'arc obtenu est le plus lumineux à droite (minimum de déviation). Les franges se forment à gauche.

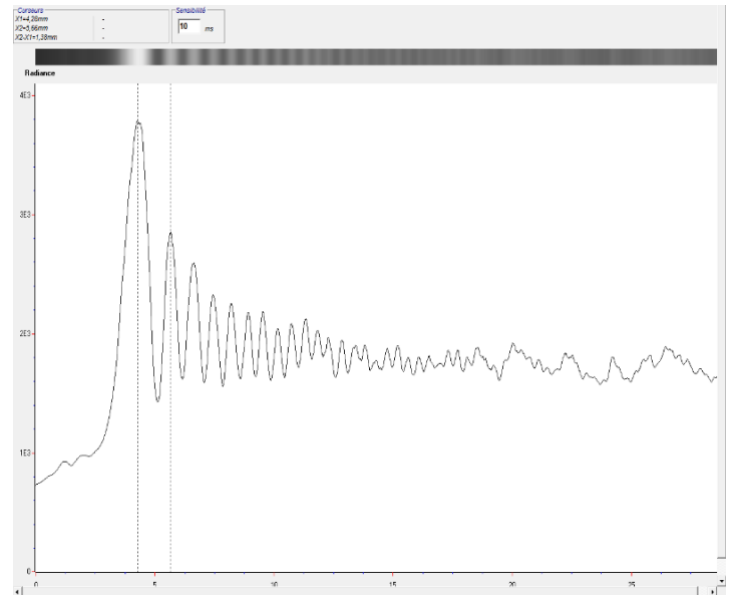
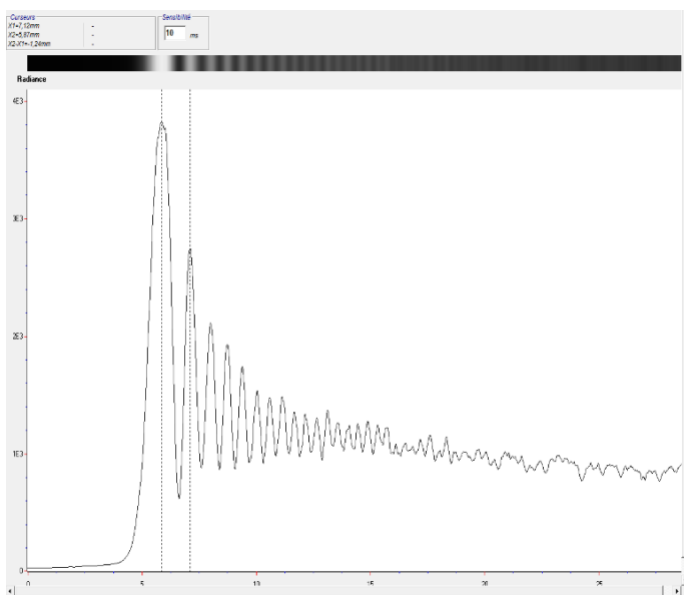
Mesures obtenues pour une petite goutte et pour une grande goutte :

Petite goutte de diamètre $1,20 \pm 0,06 \text{ mm}$

Grande goutte de diamètre $1,40 \pm 0,06 \text{ mm}$

Le logiciel Caliens est un outil permettant de mesurer une distance. Nous l'avons utilisé pour mesurer précisément l'interfrange de chaque goutte.

Nous avons évalué l'incertitude de la mesure de l'interfrange avec le curseur du logiciel, qui est de 0,02 mm.



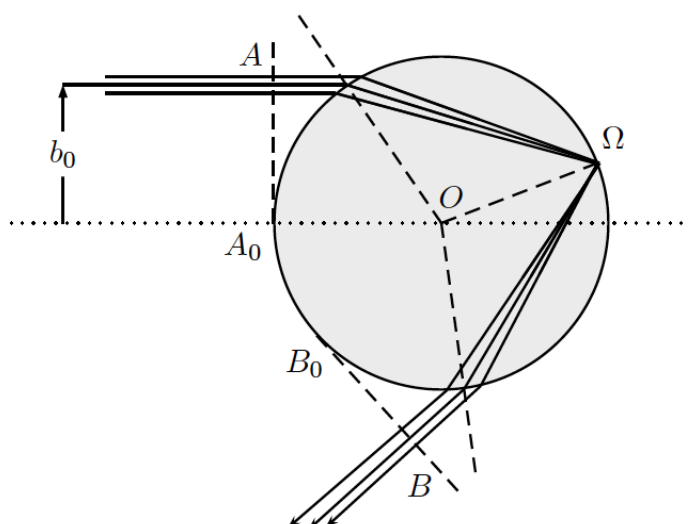
Capture par la caméra Caliens de l'intensité lumineuse dans la zone des franges :
Grosse goutte, petit interfrange (gauche) Petite goutte, grand interfrange (droite)

Interfrange	Interfrange dans la goutte de 1,2 mm (mm)	Interfrange dans la goutte de 1,4 mm (mm)
1	1,40	1,33
2	1,03	0,96
3	0,94	0,82
4	0,80	0,77
5	0,73	0,70
6	0,66	0,63

L'interfrange diminue lorsqu'on s'éloigne de l'arc principal.

5.4 Interprétation des franges : théorie de Young

Tout comme les interférences avec des fentes d'Young, où l'interfrange diminue lorsque la distance entre les fentes augmente, nous pouvons interpréter les franges obtenues comme des interférences. Cependant dans les interférences avec des fentes d'Young, pour une distance donnée entre les fentes l'interfrange est une constante, ce qui n'est pas le cas ici. Mais quels rayons interfèrent ?



Si i_0 est l'angle de déviation minimal, les rayons interférant sont deux rayons d'incidence $i_- < i_0$ et $i_+ > i_0$, émergeant en B avec la même déviation. En effet, ces deux rayons n'ont pas parcouru le même chemin optique : la différence de trajet, c'est à dire la différence de marche, s'exprime :

$$\delta = 4 \cdot n \cdot a \cdot \{\cos(r_+) - \cos(r_-)\} + 2 \cdot a \{\cos(i_-) - \cos(i_+)\}$$

où a est le rayon de la goutte, et r_- et r_+ les angles de réfraction correspondant aux incidences i_- et i_+ .

On observe une frange claire chaque fois que :

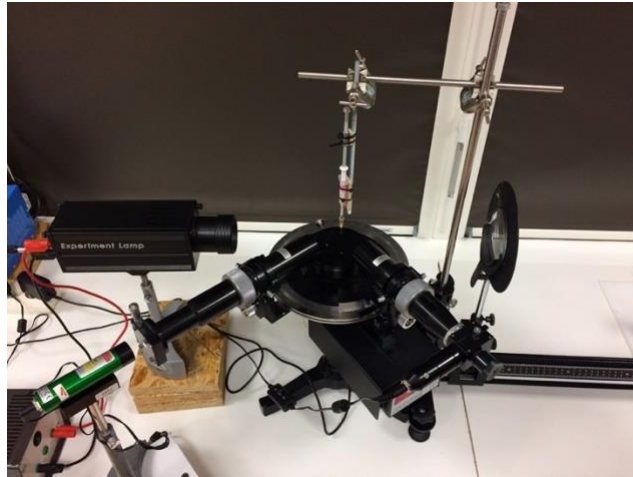
$$\delta = k \cdot \lambda \text{ où } \lambda \text{ est la longueur d'onde}$$

k est un entier appelé ordre de la frange, c'est en fait son numéro.

La première frange, plus lumineuse et plus épaisse, est l'arc principal. Les autres sont causées par les interférences entre les différents rayons émergents de la goutte, qui s'annulent ou s'amplifient, causant cet effet strié ; ce sont les arcs surnuméraires.

5.5. Mesures au goniomètre :

Dans l'expérience 5.2 nous avons étudié les interférences à l'aide du logiciel Caliens. Nous avons donc décidé de les mesurer plus précisément avec un goniomètre.



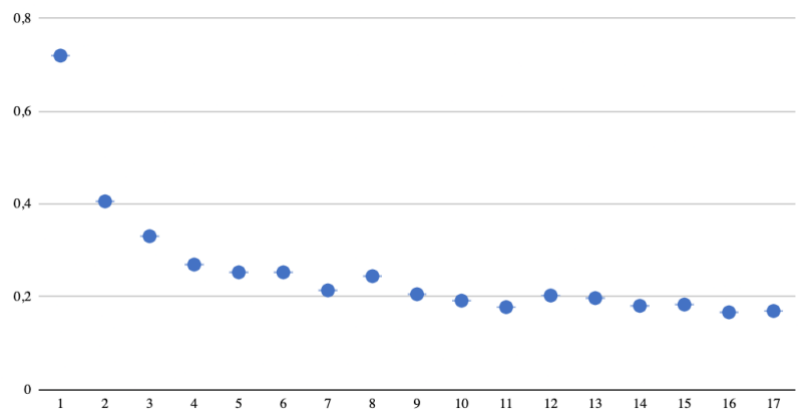
Nous avons reproduit le même protocole que dans l'expérience 5.2, sauf que nous avons placé un goniomètre, afin de mesurer plus précisément les angles interfranges. Nous avons d'abord réglé le goniomètre, puis créé une goutte à l'aide d'une seringue, que nous avons mesuré de la même façon que dans l'expérience 5.2, c'est-à-dire en projetant son image agrandie à l'aide de la lumière blanche et d'une lentille convergente. Nous avons ensuite allumé le laser et positionné la goutte de façon à apercevoir les interférences sur un écran blanc. Une fois trouvées, nous avons positionné le goniomètre afin de pouvoir voir les interférences dans l'oculaire et ainsi les mesurer.

Nous avons mesuré les angles pour lesquels nous observons des franges sombres, et nous en avons déduit les interfranges, cela nous a permis d'observer l'évolution de l'écart entre les franges.

Lors de nos mesures nous avons pu remarquer que les angles entre les interfranges se réduisent, ce qui coïncide avec ce qui a été observé et mesuré avec Caliens dans l'expérience 5.2.

Voici notre meilleure série de mesures, donnant la déviation D et la largeur angulaire des franges :

n° de la frange	$D(^{\circ})$	largeur angulaire($^{\circ}$)
1	138,367	0,72
2	138,772	0,41
3	139,103	0,33
4	139,372	0,27
5	139,625	0,25
6	139,878	0,25
7	140,092	0,21
8	140,336	0,24
9	140,542	0,21
10	140,733	0,19
11	140,911	0,18
12	141,114	0,20
13	141,311	0,20
14	141,492	0,18
15	141,675	0,18
16	141,842	0,17
17	142,011	0,17



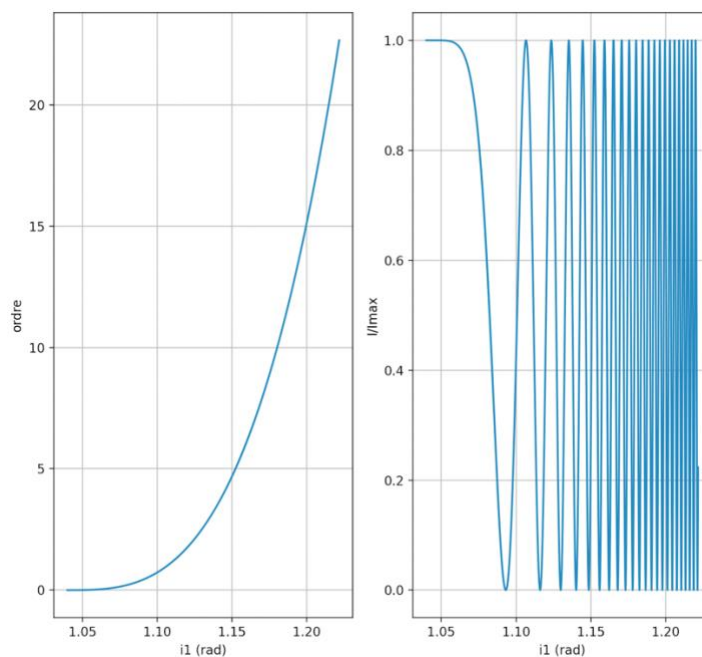
Largeur angulaire en degrés en fonction du numéro de la frange

5.6. Modélisation avec Python :

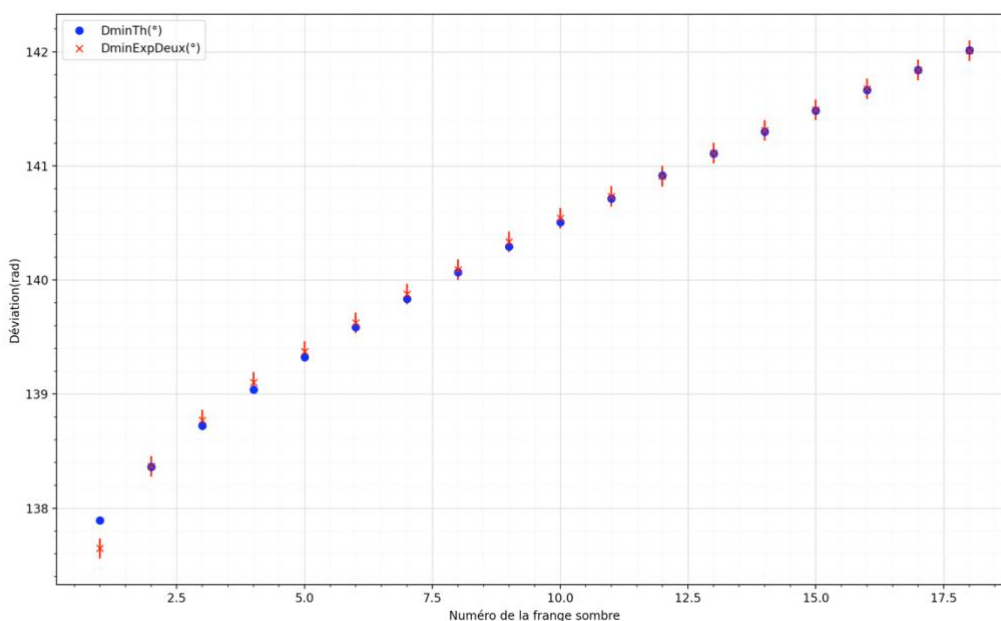
Nous avons modélisé le phénomène d'interférence grâce à Python (scripts python en annexe). Tout d'abord en faisant varier i à partir de i_0 (angle de déviation minimale), nous avons cherché les couples de valeurs i_- et i_+ qui donnent une interférence constructive.

Nous avons pu obtenir les résultats suivants par exemple pour $n = 1,33$, $l = 532$ nm (vert) et $a = 2,0$ mm, en faisant varier i_1 entre i_0 et $70^\circ = 1,22$ rad. On voit sur le premier graphique, qui donne l'ordre en fonction de i_1 , qu'on pourrait observer 23 franges claires, et sur le second graphique l'intensité lumineuse en fonction de i_1 . On peut clairement reconnaître des franges d'interférences comme celles observées expérimentalement, mais la première frange brillante est différente.

Ici, les valeurs ne sont pas calculées pour l'intégralité des angles i_1 et on peut voir que l'on trouve déjà 24 franges. Pour l'intégralité des i_1 , donc entre i_0 et 90° on trouve plusieurs centaines de franges !



On peut grâce à un second script retrouver les valeurs de i_1 qui donnent des franges sombres, et trouver les valeurs des déviations théoriques correspondantes. Nous avons donc comparé ces valeurs théoriques aux valeurs mesurées avec le goniomètre en 5.3 :



Les résultats théoriques sont cohérents aux valeurs mesurées au goniomètre, pour les grands ordres, mais pas pour les premières franges. Nous avons déjà constaté une différence sur le premier graphique... Young aurait-il oublié quelque chose ?

6. Conclusion

Les nombreuses expériences réalisées avec de l'eau nous ont permis de reproduire un arc-en-ciel en laboratoire et nous ont permis de comprendre les principales caractéristiques d'un arc en ciel lors de la création de celui-ci. Bien que la création d'un petit arc-en-ciel en intérieur reste compliquée, nous avons réussi à en réaliser un totalement artificiel.

Notre équipe a mis en œuvre plusieurs expériences afin d'obtenir les différentes conditions pour obtenir un arc-en-ciel : tout d'abord le rideau d'eau doit se trouver devant nous, tandis que le soleil se trouve dans notre dos. De plus, nous avons pu comprendre pourquoi un arc était en forme de cercle, pourquoi les couleurs de l'arc-en-ciel sont dans un certain ordre. Nous avons aussi pu étudier le phénomène des arcs surnuméraires qui sont des phénomènes d'interférence.

Le jury des Olympiades de Lyon nous a fait part d'une piste à exploiter: utiliser un liquide différent. Nous avons donc pensé à la glycérine, de par ses propriétés proches de celles de l'eau. Celle-ci est notamment utilisée dans les théâtres et les effets spéciaux.

Nous sommes à présent en train de refaire des mesures avec des gouttes de glycérine : nous observons beaucoup mieux les franges (courbe Caliens en annexe) car la glycérine fait de plus belles gouttes que l'eau et surtout plus stables, alors que les gouttes d'eau sont fragiles : trop grosses elles tombent facilement et trop petites elles s'évaporent, peut-être à cause de la lampe blanche qui les chauffe.

7. Remerciements

Nous remercions M. STRUBEL et Mme. ADLOFF, professeurs des classes préparatoires au lycée Albert Schweitzer de nous avoir offert l'opportunité de réaliser ce beau projet. Merci pour votre disponibilité, votre aide et votre soutien sans quoi ce projet n'aurait pas pu aboutir.

Merci à John A.Adams, qui nous a gracieusement fourni son livre.

Nous remercions également Arnaud BOIRON, préparateur des classes préparatoires du lycée, qui nous a épaulé dans ce projet et qui a su nous aider et nous prêter main forte lorsque nous avons besoin.

8. Sources

<https://www.fondation-lamap.org/fr/page/12052/l-arc-en-ciel>

http://pfz.free.fr/arc_en_ciel.htm

<http://physiquelumiere.canalblog.com/archives/2010/10/06/15817867.html>

http://webetab.ac-bordeaux.fr/Etablissement/BDBorn/sections/postbac/prepasciences/physique/telech/docs20089/O1_2008-2009.pdf

R. Jouanisson. L'arc-en-ciel : observations et expériences. BUP n°809. Décembre 98.

Alexander Haussmann : Rainbows in nature: recent advances in observation and theory Eur. J. Phys. 37 (2016)

John A. Adams : the mathematical physics of rainbows and glories (ELSEVIER).